学校代码：10284
分 类 号：O4
密　　级：公开
U D C：535
学　　号：DZ1722020

南京大學

# 博 士 学 位 论 文

论文题目　光子莫尔超晶格过渡能带的调控及其界面态的研究


作者姓名　刘志楠


专业名称　物理学

研究方向　微纳光子学

导师姓名　刘辉 教授

2023 年 11 月 28 日

**答辩委员会主席** 刘 雪 明

**评 阅 人** 盲审

盲审

盲审

**论文答辩日期 2023 年 11 月 20 日**

**研究生签名：**

**导 师 签 名：**

南京大学

# 研 究 生 毕 业 论 文

## （申请博士学位）

论文题目：光子莫尔超晶格过渡能带的调控及其界面态的研究

作　　者：刘志楠

专　　业：物理学

研究方向：微纳光子学

指导老师：刘辉 教授

**2023 年 11 月 28 日**

**学　　号：dz1722020**

**论文答辩日期：2023 年 11 月 20 日**

**指 导 老 师：　　　　（签字）**

# 光子莫尔超晶格过渡能带的调控及其界面态的研究

作　者：　刘志楠

专　业：　物理学

指导老师：　刘辉 教授

南京大学研究生毕业论文
（申请博士学位）

南京大学物理学院

**2023 年 11 月**

# Studies on the modulation of transition photonic band of photonic moiré superlattices and interface states

**Zhinan Liu**

**Submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Physics**

**Supervised by**

**Prof. Hui Liu**

School of Physics

**NANJING UNIVERSITY**

Nanjing, China

November, 2023

# 南京大学
# 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的论文是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除了文中特别加以标注引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写的成果作品。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

作者签名： 日期： 年 月 日

导师签名： 日期： 年 月 日

# 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权南京大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于（请在以下相应方框内打“√”）：

1、保密□，在年解密后适用本授权书。

2、不保密□。

作者签名： 日期： 年 月 日

导师签名： 日期： 年 月 日

# 南京大学研究生毕业论文中文摘要首页用纸

**毕业论文题目：** 光子莫尔超晶格过渡能带的调控及其界面态的研究

物理学院 **院系** 物理学 **专业** 2017 **级博士生姓名：** 刘志楠

**指导教师（姓名、职称）：** 刘辉 教授

## 摘要

莫尔超晶格是指两个具有相同或者相似周期的结构（称子晶格）发生重叠时存在空间错位，从而形成的较为复杂的复合结构。近些年来，莫尔超晶格被主要用于设计新型的范德瓦尔斯异质结构，两层旋转的二维材料，受到层间耦合的影响，表现出奇特的物理特性，包括分数阶陈绝缘子，莫尔激子，和拓扑物理。最有代表性的工作是在转角重叠形成的双层石墨烯中，发现在所谓的魔角处，在电子能带结构中，费米能级附近产生平带，并且存在着非平凡的拓扑相。进一步，双层石墨烯呈现出的莫特绝缘相和超导相更是引发了物理学其他学科的相关研究。

近些年来，受到扭转双层石墨烯的启发，光子莫尔超晶格在理论和实验方面也吸引了研究者的兴趣，但是大多数工作都是基于单一旋转角自由度得到的莫尔超晶格, 在更多转角自由度设计的莫尔超晶格还没有被人报道。同时，莫尔超晶格中非线性光学和量子辐射调控过程还缺少直接的实验观察，关于莫尔超晶格界面态的研究工作还比较少。另外, 莫尔超晶格在群速调控和光脉冲延迟方面的应用, 还没有相关工作报道。本论文的研究工作基于一维莫尔超晶格结构，探索在人工维度下利用多转角调控过渡能带, 及其在群速调控, 光脉冲延迟, 非线性光学和量子辐射调控方面的应用。论文主要取得如下几个方面的成果:

1、在光子莫尔超晶格中，通过引入两个人工合成转角(α, γ)，构建了二维参数空间，莫尔球，莫尔球上任意一点都可以描述我们设计的光子莫尔超晶格结构。通过改变人工合成转角(α, γ)成功实现了对光子莫尔超晶格过渡能带带宽的调控，并进一步使用仅 11 μm 厚度的光子莫尔超晶格实现光脉冲延迟 0.12 ps, 非线性光学倍频效率提升 20 倍, 以及光脉冲压缩至原始脉冲宽度的 0.82 倍。

2、研究了在一维光子莫尔晶体中，调控莫尔界面态实现多荧光增强的方法。提出了将任意多个周期光子晶体组合形成的莫尔超晶格, 在与金属结合后, 可以获得任意多

波长共振的界面态，并将其用于实现量子辐射增强。本文中，我们以具有 3 个莫尔界面态的结构为例，探究了界面态的设计方法，并通过参数 $p_i$ 对界面态进行独立调控。在实验中，我们设计并加工了具有2个莫尔界面态的结构，一个对应激光泵浦波长一个对应量子辐射波长，提高量子发射效率达到原始发光效率的20倍。

3、将超构表面与莫尔超晶格结合，实现具有偏振选择特性的多波长界面态，进一步实现多波长量子辐射的偏振和强度的调控。本文中，我们以具有2个莫尔界面态的结构为例，通过改变超构表面结构的缝宽 $d_m$，实现了对电场 X 方向偏振和 Y 方向偏振光入射超构表面-莫尔超晶格结构产生的莫尔界面态的调控。并进一步在实验中实现了不同偏振量子辐射的调控。

目前，在物理学各分支领域对莫尔超晶格物理性质的相关研究依然方兴未艾，我们提出的利用人工合成维度转角设计的多自由度莫尔超晶格，为在更高维的空间研究莫尔超晶格的物理性质提供了可能，这将极大丰富莫尔超晶格家族。我们提出了一种可以组合多个不同周期光子晶体的莫尔超晶格的设计方法，这与扭转多层石墨烯超晶格有着异曲同工之妙，同时，我们将金属超构表面与莫尔超晶格结合，获得了多波长共振和偏振调控特性的界面态，我们将其用于调整量子辐射。本论文的工作对于高维莫尔超晶格的研究和利用莫尔超晶格增强光-物质相互作用等方面提供有价值的结果并且推动光子莫尔超晶格的相关研究。

关键词：光子莫尔超晶格、光子晶体、人工合成维度、界面态、超构表面

# 南京大学研究生毕业论文英文摘要首页用纸

**THESIS:** Studies on the modulation of transition photonic band of photonic moiré superlattices and interface states

**DEPARTMENT:** Department of physics, NJU

**SPECIALIZATION:** Physics

**POSTGRADUATE:** Zhinan Liu

**MENTOR:** Prof. Hui Liu

## Abstract

A moiré lattice is a composite structure formed by the overlap of two identical or similar periodic structures. The research of the physical properties of moiré lattice originated mainly from the van der Waals structures. Two layers two-dimensional materials, influenced by interlayer coupling, exhibit peculiar physical properties, including fractional Chen insulators, moiré excitons, topological physics, and band engineering at high pressures. So far, the twisted double-layer graphene is the most representative with so-called magic angle and the band appears as a flat band near the Fermi level, and there is a nontrivial topological phase. Moreover, the Mott insulating phase and superconducting phase are exhibited by double-layer graphene. The abundant phenomena revealed in moire electronics have motivated intensive studies on their photonic counterpart.

In recent years, inspired by the twisted double-layer graphene, photonic moiré lattices have been extensively studied from one-dimensional to two-dimensional, and from single-layer to bilayer, both theoretically and experimentally. However, up to now, in most reported works, the bands of moiré lattices are only controlled by a single twist angle. The degree of freedom to tune bands of a single twist angle is very limited. In many moiré structures, it is difficult to find interesting physical properties through adjusting a single twist angle, and the study of the modulation group velocity of optical moiré lattices is still limited to theoretical aspects, the study of optical pulse delay is not enough, the nonlinear phenomena are still lacking direct observation, and the work on the interface states of moiré lattices is rarely reported, and the moiré lattice is formed by the superposition of two periodic structures, while the moiré lattice formed by the superposition of three or more periodic structures is rarely reported. In this work, we propose two moiré lattices design method. The one is moiré superlattice with two synthetic

twist angles in which a kind of transition photonic bands is obtained. The other one is multi-component moiré lattice and a new kind of multi-wavelength interface states between the moiré lattice and metasurfaces are reported. The main content include:

1. In the photonic moiré superlattice, a two-dimensional parameter space, the moiré sphere, is constructed by introducing two synthetic twist angles (α, γ) and any point on the moiré sphere can describe the structure of our designed photonic moiré superlattice. By tuning the synthetic twist angles (α, γ), we have successfully achieved the modulation of the transition photonic bands (TPBs) bandwidth of the photonic moiré superlattice, and further achieved the optical pulse delay of 0.12 ps, the nonlinear optical frequency doubling efficiency of 20 times, and the optical pulse compression to 0.82 times of the original pulse width using a photonic moiré superlattice of only 11μm thickness, experimentally.

2. The method of modulating the moiré interface state to achieve multi-wavelength quantum emission enhancement in one-dimensional photonic moiré superlattices has been studied. It is proposed that the moiré superlattices formed by combining arbitrary multiple different periods of photonic crystals can be used to obtain arbitrary multi-wavelength resonant interface states by combining with metals, and it is used to realize quantum radiation enhancement. The method of modulating the moiré interface state to achieve multi-wavelength quantum emission enhancement in one-dimensional photonic moiré superlattice is investigated. It is proposed that the moiré superlattice formed by combining arbitrary multiple periodic photonic crystals can be used to achieve quantum emission enhancement by obtaining moiré interface states with arbitrary multi-wavelength resonance when combined with metals. In this paper, we investigate the design method of the interface states by taking a structure with three moiré interface states as an example, and independently modulate the moiré interface states by the parameter $p_i$. In the experiment, we designed and processed the structure with two moiré interface states, one corresponding to the laser pumping wavelength and one corresponding to the quantum radiation wavelength, to improve the quantum emission efficiency up to 20 times of the original quantum emission efficiency.

3. The combination of a metasurface and the moiré superlattice realizes the polarization modulation of multi-wavelength interface states and further realizes the polarization and intensity modulation of multi-wavelength quantum emission. By combining a metasurface with a moiré superlattice, a multi-wavelength interface state with polarization selectivity is realized, and furthermore, the polarization and intensity of multi-wavelength quantum emission can be modulated. In this paper, we take a structure with two moiré interface states as an example and

realize the modulation of the moiré interface states generated by the X-direction polarization of the electric field and the Y-direction polarization of the light incident on the metasurface-moiré superlattice structure by changing the slit width $d_m$ of the metasurface structure. And further, the modulation of different polarization quantum emission was achieved experimentally.

At present, research on the physical properties of moiré superlattices is still emerging in various branches of physics, and our proposed synthetic dimensional twist angles and synthetic parametric space, the moiré sphere offer the possibility to study the physical properties of moiré superlattices in higher dimensions, which will greatly enrich the family of moiré superlattices. In the field of optics, we propose a design method for moiré superlattices that can combine several different periodic photonic crystals, which is similar to twisted multilayer graphene superlattices and greatly enriches photonic moiré superlattices. And, most studies on moiré lattices are still mainly inside the structure. However, we realize moiré interface states by moiré superlattices and use artificial parameters to modulate moiré interface states. With the metasurface, the modulation of the moiré interface state has great flexibility, and we have used these properties to enhance the quantum emission efficiency and modulate the quantum emission polarization. We believe that our work will inspire research on high-dimensional moiré superlattices and moiré superlattices to enhance light-matter interactions, and that more moiré superlattices will be applied in the future.

**Key Words: Photonic moiré superlattice; Photonic crystal; Synthetic dimension; Interface state; Metasurface**

# 目 录

# 第一章 绪论

## 1.1 莫尔超晶格简述

莫尔条纹指的是由两个相似周期的网格结构叠加形成的条纹图案。莫尔条纹在我们的日常生活中经常出现。由于莫尔条纹的艺术美感，它也被用于艺术、图形、和服装设计中。它的名字起源于纺织界，其最初是在马海毛织物（mohair fabric）中被发现。另一种解释是它的名字（moiré）来源于法语单词，意思是当丝绸层以一定角度压在一起形成的波纹图案时，可以呈现水波状的外观。首次提出将莫尔效应应用于科学研究的是在 100 多年前的瑞利勋爵（Lord Rayleigh），他建议将莫尔效应应用于光栅分析。大约 10 年后，里希（Righi）描述了一种由圆形和径向光栅产生的莫尔条纹。然而，直到 20 世纪 20 年代，朗奇（Ronchi）、拉曼（Raman）和 达塔（Datta）发表了他们的工作时，莫尔效应才被正式应用。莫尔条纹的下一次出现是在 20 世纪 20 年代，当时研究者建议将其应用于面内应变分析。到了 1956 年基尔特（Guild）出版了一本关于利用莫尔效应进行光栅分析的书，从理论上进行了相关论证，从这个时期以后，关于莫尔条纹的课题就不再被忽视了。在 1969 年和 1970 年，西奥卡里斯（Theocaris）以及杜雷利（Durelli）和帕克斯（Parks）都出版了专门介绍使用莫尔效应进行应变分析的书籍。由于对应变的广泛研究，开发了多种数学工具和实验技术，例如剪切莫尔纹（shearing moiré）和指示方程形式（the indicial equation formalism）。以上基于莫尔条纹的几何特征的研究与应用得到了充分的研究，然而对于莫尔条纹或者莫尔超晶格的物理性质的研究有待于在二维材料领域中继续发展[1]。

对于莫尔超晶格的物理性质的研究主要起源于对范德瓦尔斯异质结结构的关注[2,3]。这种异质结构是指基于二维材料，在空间中堆叠形成的超晶格，层间通过范德瓦尔斯力相互耦合。由于层间耦合的影响，范德瓦尔斯异质结使得多层材料表现出单层材料所不具备的光电特性[4,5]。最近几年，扭转双层石墨烯成为了研究热点，这种莫尔条纹是上层二维材料相对于下层二维材料转过一个小角度，在整体晶格上表现出二维形式的莫尔条纹[6-11]。由于转动角度的不同，使得层间耦合作用发生改变，同时莫尔条纹的周期发生改变，从而导致对应能带结构发生明显地改变。扭转双层石墨烯引发了在物理学各个分支领域对莫尔超晶格的相关研究。在热学、声学、力学、光学以及冷

原子领域研究者们都可以找到相关类似物构造堆叠形式的莫尔超晶格，如，力学莫尔超晶格[12]、声学莫尔超晶格[13]、光子莫尔超晶格等[14-16]。

本章我们先简要介绍莫尔超晶格的研究历史，回顾莫尔超晶格的相关设计及构造，并着重介绍双层石墨烯莫尔超晶格。然后介绍光学领域的莫尔超晶格，包括基于一维光子结构的莫尔超晶格和基于二维光子结构的莫尔超晶格，并重点介绍转角光子莫尔超晶格。

### 1.1.1 扭转双层石墨烯莫尔超晶格

2004 年曼彻斯特大学的实验研究人员首次用机械剥离法获得了单层的稳定存在的二维石墨烯结构，石墨烯展现出比其他碳材料（如，零维的足球烯、一维的碳纳米管、三维金刚石和石墨）更加优异的性能，如，室温下的量子霍尔效应[17]和低温下的反常量子霍尔效应[18]，这些优异的特性在超级电容和晶体管领域有着非常广阔的应用前景。石墨烯出色的导电性和导热性使其成为各种粉状催化材料的理想载体，从而提高催化过程中的能量利用效率。石墨烯因其稳定的化学特性、超高透光率和疏水性，非常适合作为材料的保护层[19]。除此之外，石墨烯巨大的潜力还有待挖掘，尤其是，近些年来，多层堆叠的石墨烯结构引起了物理学各领域的持续关注。

实验上，双层石墨烯的制备一般会产生一定的旋转角度，这就打破了原本石墨烯的对称结构，如图 1.1 所示，由于上、下层石墨烯蜂窝网状晶格存在微小的错位进而形成长周期的莫尔条纹[20]。目前已经通过角分辨光电子能谱和从头计算(ab initio calculation) 对扭转双层石墨烯的错位进行了实验上的研究，这种莫尔超晶格的布里渊区边界出现了微带隙，而微带隙的出现源于莫尔图纹引起的周期势场，如果扭转双层石墨烯的两层之间没有周期性的电位响应，微带隙就不会出现，这也说明了双层石墨烯之间不是孤立存在的，也表明扭转双层石墨烯之前存在很强的层间耦合，从而导致了莫尔周期势的出现[21]。 因为堆叠的无序性使得扭转双层石墨烯层间范德瓦尔斯作用和面内应力场发生了变化，改变了电子结构。如，扭转双层石墨烯的顶部与底部狄拉克锥的重叠，使态密度中出现了范霍夫奇点，从而产生了新的物理现象，深刻地改变了石墨烯的物理性能，有着极大的应用潜力。扭转双层石墨烯因为具有独特的物理性能进而受到了研究者们的关注[22]。扭转双层石墨烯扩展了石墨烯材料的应用范围，在科学研究和工业应用方面有着重要的意义。目前的工作表明，扫描电子显微镜和拉曼光谱等分析测试技术已经证明这种扭转的双层石墨烯可以被精确地控制。相比于吸

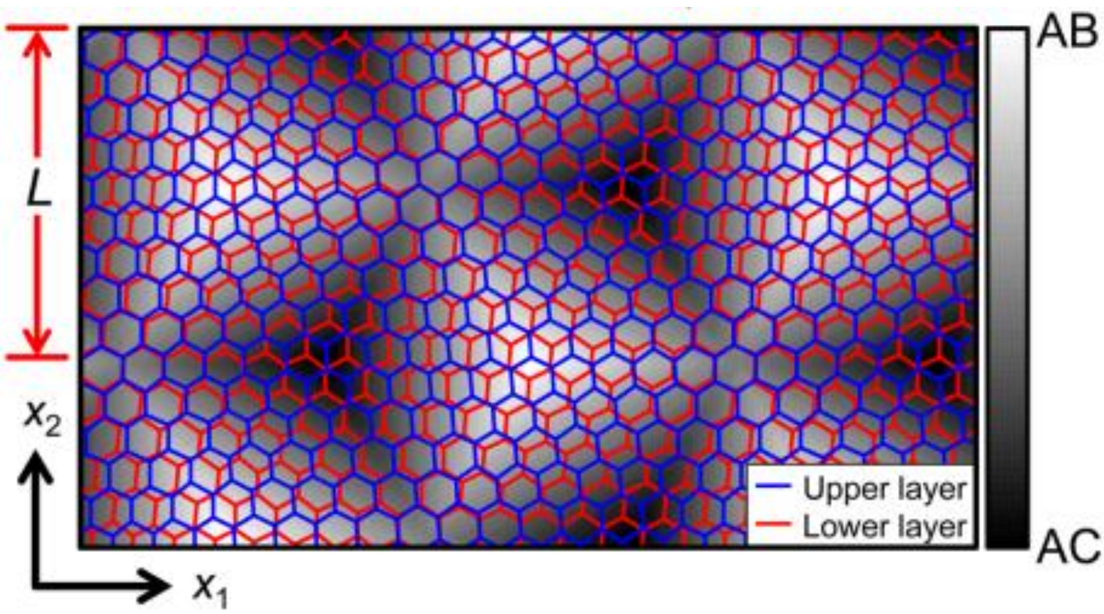


图 1.1 扭转双层石墨烯。莫尔条纹是由两个单层石墨烯堆叠而成。蓝色是上层的单层石墨烯，红色是下层的单层石墨烯[20]。

附掺杂，晶格缺陷的引入，界面调控等方法，扭转双层石墨烯通过改变扭转角度来实现特定的应用可以更大程度地保留原始石墨烯的性能。

**扭转双层石墨烯超导相：**

Manaf 等使用含有态密度的 Bardeen-Cooper-Schrieffer 标准公式计算出了扭转双层石墨烯的超导临界温度 $T_c$=0.04-0.12 K，并从理论上预测，由于原始的扭转双层石墨烯配位电位无穷大，狄拉克费米子之间产生相互作用，因此不能形成束缚态，从而不具有超导性[23]。当费米能级向范霍夫奇点移动时，超导性才有可能出现。当扭转双层石墨烯扭转角为 1.16°时，通过计算得到，假设费米能级在狄拉克点，则范霍夫奇点离费米能级的最近距离是 6meV。此时必须通过掺杂扭转双层石墨烯的方法，才能使范霍夫奇点处于费米能级上。最近 Cao 等[24,25]发现激发石墨烯的超导态的新的方法，双层石墨烯以较小的扭转角（大约扭转角等于 1.1°）堆叠形成扭转双层石墨烯超晶格产生莫尔条纹，然后通过栅极电压诱发扭转双层石墨烯发生相变，其电子器件如图 1.2(a)所示。由于电子之间强烈地排斥作用产生了非导通状态，从而形成了不导电的莫特绝缘态，这时将少量电荷载流子添加到石墨烯中，由于电荷之间有效的相互作用产生了零电阻的状态，绝缘体相发生了超导体相变，这表明扭转双层石墨烯可以作为强关联的器件。

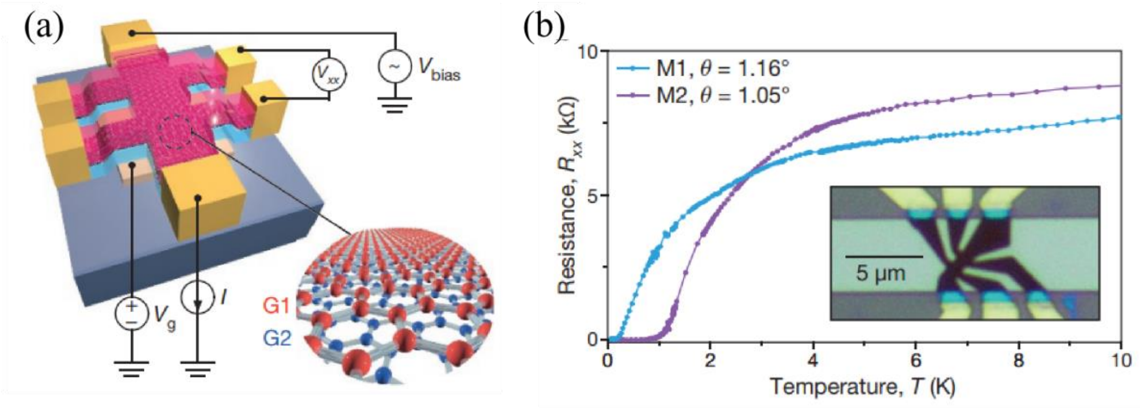


图 1.2(a)典型的扭转双层石墨烯电子器件示意图及其四探针测量方法示意图。该堆叠结构由顶部和底部六方氮化硼组成，两个石墨烯双层（G1,G2）在其间相互扭转。电子密度可以由底部六方氮化硼层下方的金属栅极调节[24]。(b)四探针电阻 $R_{xx} = V_{xx}/I$（$V_{xx}$ 和 I 在图(a)中定义）在两个器件 M1 和 M2 中测量，它们的转角分别是 θ=1.16°和 θ=1.05°。插图中显示了器件 M1 的光学图像，包括主要的“霍尔”条（深棕色）、电触点（金色）、背栅（浅绿色）和 $SiO_2$/Si 基板（深灰色）[25]。

如图 1.2(b)所示，相比于之前对石墨烯的超导性的相关研究是在石墨烯中掺杂其他原子或者在其他超导材料体系中掺杂石墨烯，图中两种不同扭转角的扭转双层石墨烯制备的器件在 70mK 温度下就展现出了零电阻。可以说，扭转双层石墨烯为实现超导开辟了一条新的道路。此外，除了由于电子结构改变引发扭转双层石墨烯超导相的发生，声子也可能对超导相变做出了贡献。Lian 等利用从头计算(ab initio calculation)研究了在扭转双层石墨烯中的发生的声子-电子耦合，发现了在某些特定扭转角度和电子密度下，可以引发常规高临界温度 $T_c$ 超导电性。这说明，扭转双层石墨烯更容易引发超导。这对如铜氧化物等的其他超导材料具有借鉴作用。

**扭转双层石墨烯光导率：**

此外，理论研究表明，石墨烯的堆叠次序极大程度上决定了光导率。对于扭转双层石墨烯，通过控制扭转角度，会引发价带和导带之间的能量间隔减小，这就导致扭转双层石墨烯的吸光特性的改变。Wang 等研究发现，扭转角为 21.8°的扭转双层石墨烯，

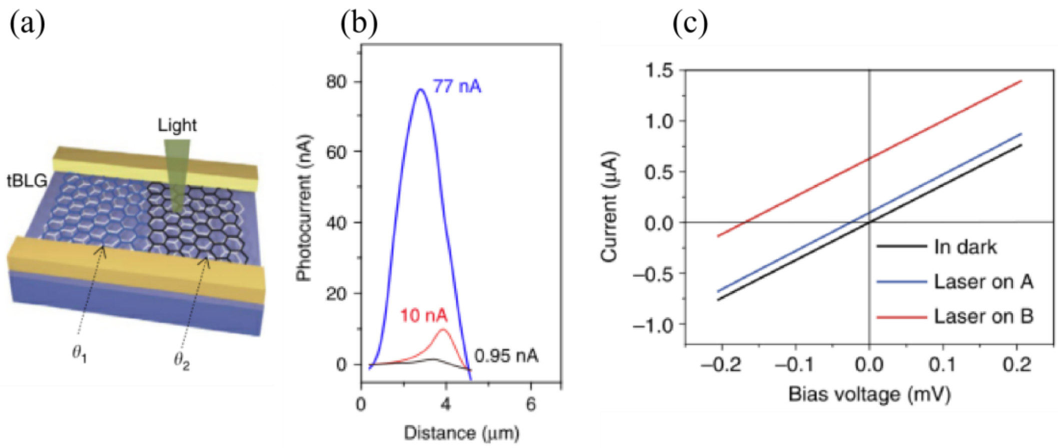


图 1.3(a)选择性增强扭转双层石墨烯光电检测设备中光电流生成的示意图。通道由两个相邻的扭转双层石墨烯区域组成，这两个区域分别有不同的扭转角 $\theta_1$ 和 $\theta_2$[27]。(b)光电探测的线扫描电流。蓝色、红色和黑色曲线对应沿着扭转双层石墨烯边沿的结构，扭转双层石墨烯和石墨烯单层的光电流分布[28]。(c)电流与源漏偏压($I$-$V$)曲线。黑色的线是激光未打开的情况，蓝色线是激光聚焦于 7°（点 A）的扭转双层石墨烯区域的情况，红线线是激光聚焦于 13°（点 B）的扭转双层石墨烯区域的情况。电流轴的截距代表净光电流[28]。

其带隙向着可见光的范围移动，并且还发现在某些扭转角下，扭转双层石墨烯的光导率与光频率无关。值得深入研究的是，Moon 和 Koshino 等人[26]发现扭转双层石墨烯扭转角的变化会改变吸收光谱，这表明，扭转角影响着扭转双层石墨烯的光导率，从而产生奇异的光学性质。同时，王欢等在铜箔上制备出扭转双层石墨烯，对其拉曼光谱进行研究发现，扭转双层石墨烯在某些扭转角下，G 峰强度增大。继续深入研究发现，扭转双层石墨烯可以与金属等离子激元结构耦合来制备光电探测器，如图 1.3(a)是选择性增强扭转双层石墨烯光电检测设备中光电流生成的示意图，其光电响应光电流相较于单层石墨烯提高了 80 倍[27]，如图 1.3(b)所示。由于扭转双层石墨烯的层间电子耦合，使得能带中的狄拉克锥相互交叠，态密度曲线中出现了范霍夫奇点，并且范霍夫奇点的位置和扭转角呈现了线性关系，从而提高了扭转石墨烯的光电强度[28]，如图 1.3(c)所示。以上表明，扭转双层石墨烯的扭转角极大地影响其能带结构，从而可以通过控制扭转角度来获得新奇的物理特性。

**扭转双层石墨烯的带隙调控：**

众所周知，电子能隙大小决定了半导体和绝缘体，它决定了载流子的传输性能和光学性能。然而，石墨烯电子能带中没有带隙，使得其无法实现晶体管一样的开关功能。Muniz 和 Maroudas 等人[29]通过第一性原理密度泛函理论计算出，氢化扭转双层石墨烯层间形成 $sp^3$ 杂化键，二维金刚石超晶格嵌入了石墨烯层内，从而打开了扭转双层石墨烯的能隙，其能隙大小由层间杂化键的数量和分布决定，这个方法的缺点是难以控制实验中的变量。相似地，石墨烯表面掺杂和原子或者分子吸附也难以精确控制能隙。解决这个问题的一个完美方案是，Zhang 等[30]通过电场调控双层石墨烯实现电子能隙的连续调控，具体来说，是通过双栅双层石墨烯场效应晶体管调控能隙并且采用红外光谱法观测能隙，在 0-250meV 内连续调控扭转双层石墨烯能隙。由于电控门的打开，在扭转双层石墨烯的顶部和底部位移场产生了净余载流子，使得费米能级发生了

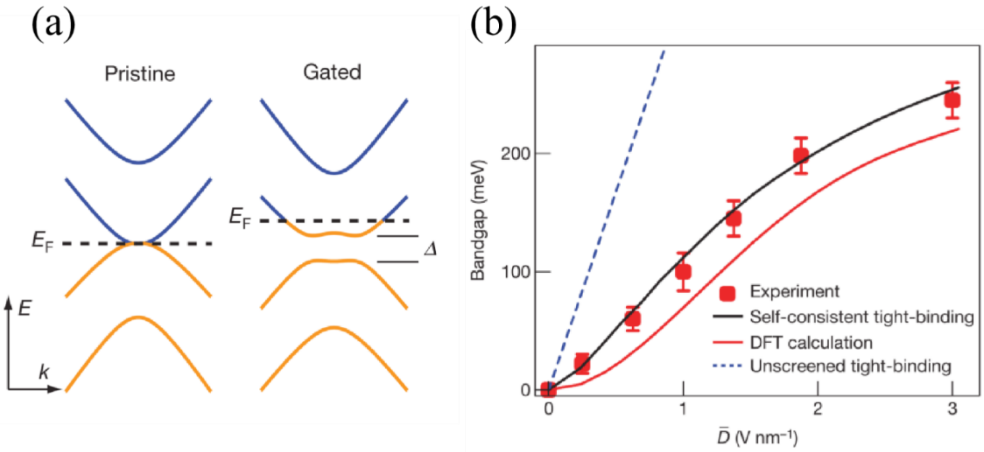


图 1.4(a)左侧是原始双层石墨烯的电子能带结构具有零能隙。右侧是门控时，位移场引起的非零能隙，费米能级 $E_F$ 发生偏移[30]。(b)双层石墨烯中可调能隙对电场的依赖。红色方块是实验数据，黑色线是自洽紧束缚计算，红色线是从头算密度泛函和蓝色虚线是未筛选紧束缚计算[30]。

移动，如图 1.4(a)所示，打破了双层石墨烯的反转对称性，从而产生了非零能隙。图 1.4(b)是电场对能隙的调控实验和理论计算的比较。这种通过外部电场调控扭转双层石墨烯带隙的方法是一种可控的、稳定的打开石墨烯能隙的方法。

**扭转双层石墨烯热导率：**

石墨烯热导率主要取决于声子贡献。 Li 等[31]通过光热拉曼技术研究发现在 300-700k 的监测范围内，相较于单层石墨烯和 AB 堆叠的双层石墨烯，扭转双层石墨烯的导热率更低，如图 1.5(a)所示。热导率的减小是由于平面的旋转，从而出现了折叠的声子分支，导致声子倒逆和散射增强，从而阻碍了声子传播。进一步，Cocemasov 等[32]研究了扭转双层石墨烯的声子特性，对于 ZA2 声子模式，不同的扭转角下的扭转双层石墨烯的声子频率比 AB 堆叠的双层石墨烯低 5-5.5 $cm^{-1}$。通过拉曼或者红外测量的手段，可以对双层石墨烯和多层石墨烯进行非接触表征，发现扭转双层石墨烯扭转角度

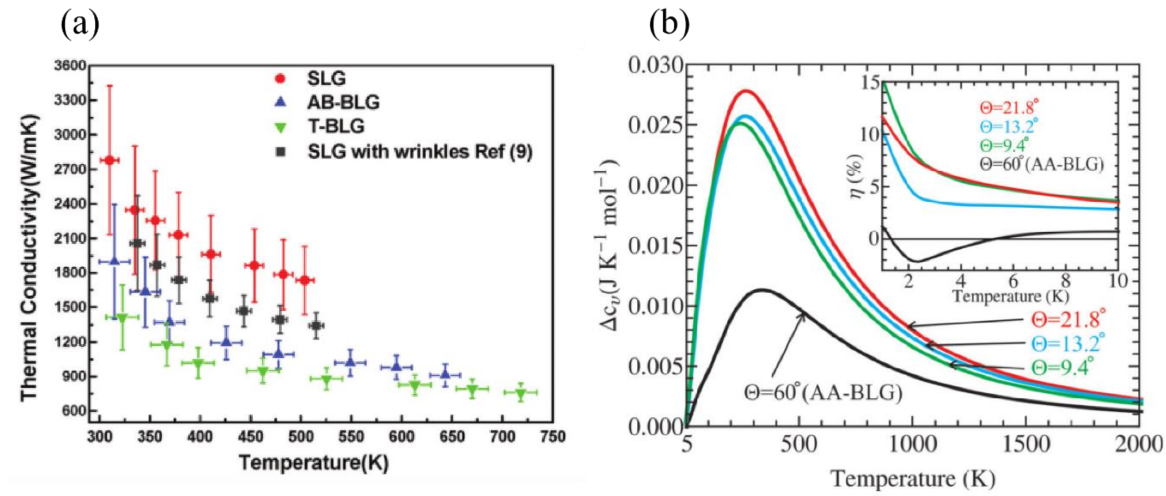


图 1.5(a)悬浮单层石墨烯、Bernal 堆叠双层石墨烯和扭转双层石墨烯的热导率作为测量温度的函数[31]。(b)扭转双层石墨烯与 AA 堆叠双层石墨烯的比热的偏差 $\Delta c_v$ 对温度的依赖。插图显示了 AA 堆叠双层石墨烯和扭转双层石墨烯比热之间的相对偏差 η 对温度的函数[33]。

的变化，导致了高对称性方向的变化和布里渊区区域的减小，进而出现了不同的混合折叠声子模式。扭转双层石墨烯通过改变扭转角调控声子色散结构，进而影响着热力学性质。Nika 等[33]利用 Born-von Karman 晶格动力学模型研究了扭转双层石墨烯扭转角与比热的正相关性，如图 1.5(b)所示。并且在低于 1K 的温度下，比热发生了显著的改变。这是由于扭转角对声子影响较大。以上说明，层状材料的热力学性能可以通过扭转原子面进行调控，以进行声子工程设计。

**扭转双层石墨烯的霍尔效应：**

霍尔效应是指在 x 方向存在电流时，在 z 方向施加外磁场，在 y 方向可以产生横向

的电流。量子霍尔效应是指横向电阻是量子化的，当横向电阻达到平台阶段时，纵向电阻为零。这种在极低温和强磁场的环境下产生的现象为电流打开了无损传输的通道。众所众知，在室温下石墨烯的量子霍尔效应一直受到研究者们的关注[34]，扭转双层石墨烯的研究，使量子霍尔效应的研究关注点聚焦在扭转双层石墨烯结构上。Lee 等[35]

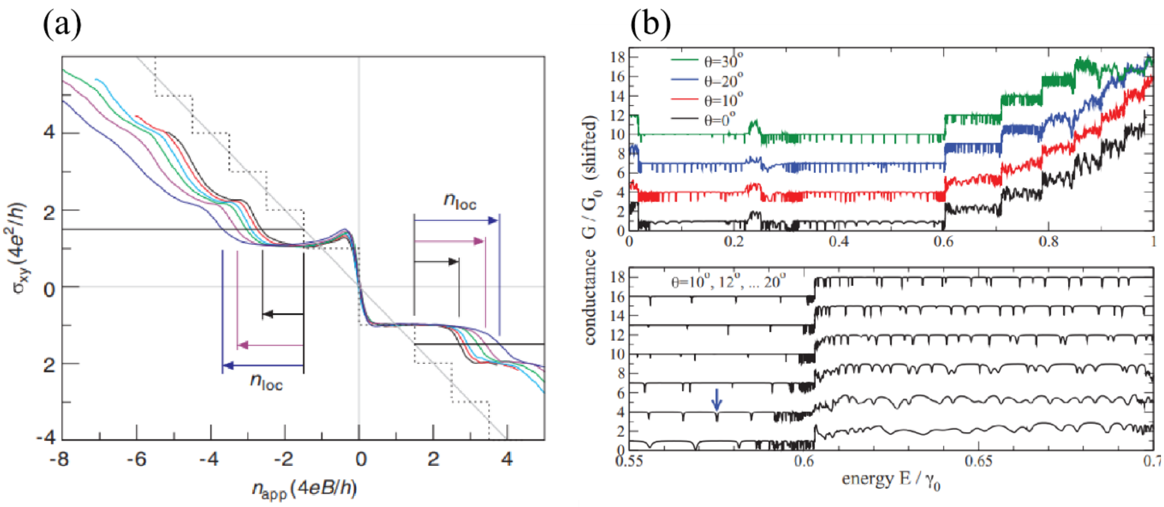


图 1.6(a)霍尔电导率作为载流子密度的函数。黑色的虚线是 Bernal 堆叠双层石墨烯的霍尔电导率，用于对比[35]。(b)上图是不同扭转角双层石墨烯零温下的电导率，下图是从朗道能级 n=0 到 n=1 的第一个电导平台的能量爆炸[37]。

发现当石墨烯被扭转时，会引发横向电阻平台数值的紊乱，然而在扭转双层石墨烯上测量的霍尔电导率与 AB 堆叠的双层石墨烯的电导率的平台值是相同的，这表明零能量模式的八倍简并性受到拓扑保护，如图 1.6(a)所示。电阻平台出现的密度受到磁感应强度的偏移量的影响，层间耦合的变化也会导致局部状态储层的形成，这说明量子霍尔效应受到了扭转角的调制。Moon 和 Koshino 等人[36]的工作研究了在外加磁场的情况下，不同扭转角度的扭转双层石墨烯的量子霍尔效应。通过含有层间相互作用的低能近似计算量子霍尔效应的电导率，在磁场增强的情况下，霍尔电导率作为费米能的函数表现出非单调性，典型电子密度和磁场振幅随着扭转角的减小单调减小，在扭转双层石墨烯扭转角小于 5°的情况下，表现出丰富的电子特性。在制备过程中，石墨烯难以避免地会引入晶格缺陷，影响其性能的发挥。Lofwander 等[37]对具有莫尔条纹缺陷的扭转双层石墨烯进行了量子霍尔效应的研究，发现具有条纹缺陷的 AB 和 AA 堆叠的双层石墨烯量子霍尔效应波动较大，这是由于条纹通过条纹缺陷时，共振状态引发了

反射效应使得量子霍尔效应被破坏。然而，通过增大扭转双层石墨烯量子霍尔效应可以逐渐恢复，这是因为电流围绕条纹周围边界变成了离散准约束态，如图 1.6(b)所示。

### 1.1.2 扭转多层石墨烯莫尔超晶格

扭转多层石墨烯莫尔超晶格是由三层及三层以上的石墨烯来构建的。这些结构有着更复杂的结构，因为它具有两个及两个以上的扭转角。扭转多层石墨烯结构主要有，AB 堆叠双层-单层扭转结构、扭转三层石墨烯，扭转双层-双层石墨烯。

**AB 堆叠-单层扭转石墨烯结构：**

首先介绍的多层结构是在 AB 堆叠双层石墨烯的基础上增加一个有相对扭转角度的单层石墨烯，如图 1.7(a)和(b)所示。根据 Suarez 等人[38]的研究，AB 堆叠的石墨烯结

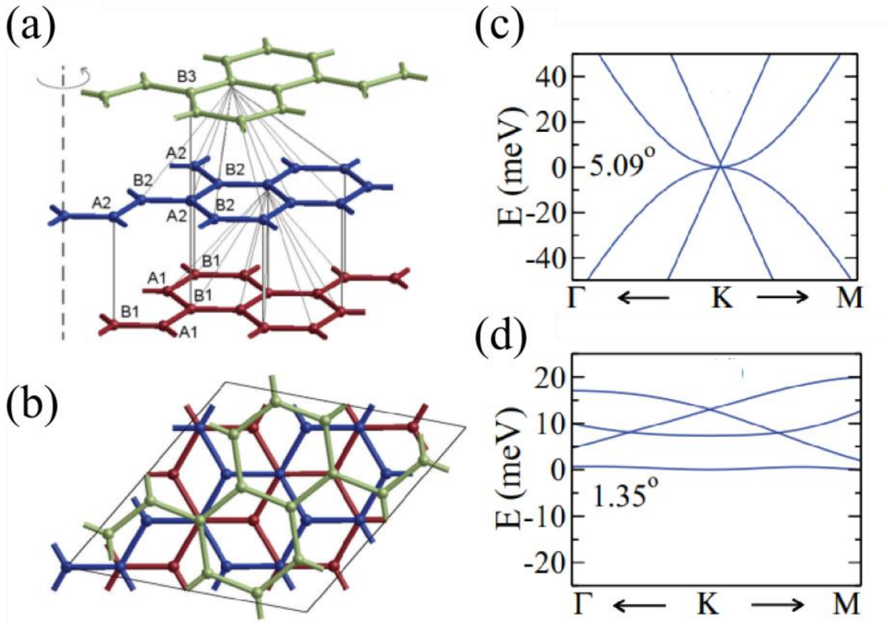


图 1.7(a) AB 堆叠双层-单层扭转结构的侧视图[38]。(b) AB 堆叠双层-单层扭转结构的俯视图[38]。(c) AB 堆叠双层-单层扭转结构扭转角为 5.09° 的能带结构。(d) AB 堆叠双层-单层扭转结构扭转角为 1.35° 的能带结构[38]。

构依然具有周期性的公度结构。对于这种结构，连续介质模型虽然可以很好描述速度重整化，但是不能都准确描述其能带的狄拉克点和带隙。因此，在对该系统研究时，需要采用紧束缚模型和修正的连续介质模型。在紧束缚模型中 Suarez 等人考虑了破坏

电子空穴对称性的子晶格。能带结构包括本征模式在AB堆叠的石墨烯中的抛物线能带和本征模式主要在扭转单层中的类扭转能带。随着扭转角的减小，抛物线能带的带隙发生膨胀，并且类扭转的狄拉克点与角度也存在着依赖关系。当扭转角趋近于零时，带速度有消失的趋势。能量最低的抛物线能带被固定在零能量，这揭示了它的非成键性和与其他能带的弱耦合。同时，证明了其他抛物线能带最小值的能量位移与扭转角的关系如图 1.7(c)和(d)所示。此外，扭转角的减小会引起电子-空穴不对称程度的急剧增加。它们还研究了能带结构中不同模式的层间分布。固定在零能量的能带对应于 AB 堆叠石墨烯外层的模式。偏移的抛物线能带表示位于伯纳尔层内的模式。线性的类扭转带表示在扭转层中的模式。小角度时，偏移的抛物线带和线性能带的载流子在空间分布上发生混合，耦合增强，速度重整化发生。

Correa 等人[39]发现 AB 堆叠双层-单层扭转结构可以通过扭转带和伯纳尔堆叠带组合来分析。他们将色散描述为由于一个扭转角导致的伯纳尔堆叠带与类扭转带的交叠，这称之为一个“子谷”。然后，他们研究了“子谷”的透射光谱，发现两个“子谷”的透射谱分别类似于单层石墨烯和伯纳尔双层石墨烯的透射谱。然而，也存在着一些差异，这意味着“子谷”中的准粒子不是纯粹的无质量狄拉克费米子，也不是纯粹的大质量手性费米子，它们是两者的复合体。对于 AB 堆叠双层-单层扭转结构的光学吸收峰，Correa 等人还发现，在第一布里渊区 K 点出现了一个与跃迁有关的峰，同时，出现了另外两个与范霍夫奇点有关的在 M 点的峰。

**扭转三层石墨烯结构：**

这种结构由三层石墨烯组成，其中，中间层发生扭转，而底层和顶层的堆叠顺序保持不变，如图 1.8(a)所示[40]。Lei 等人[41]发现对于中间层扭转的三层石墨烯，所有扭转角度都存在一个解耦的狄拉克带，这意味着在该结构中，狄拉克锥穿过平带时，无色散带和色散带可以共存，如图 1.8(b)所示。此外，对于两种不同堆叠的系统，对应最大态密度的第一个“魔角”取值不同。他们还指出，中间层扭转的三层石墨烯具有镜像对称性，但是可以被固定方向的横向平移、门电场和顶层扭转破坏。Carr 等人[42]发现通过晶格弛豫过程，中间层扭转的三层石墨烯外层的 AA 对准的要求可以自然的得到满足。外部位移场可以改变能量偏移，增强两个能带之间的耦合，从而产生关联态。此外，Park 等人[43]发现这种扭转三层石墨烯相比于扭转双层石墨烯在能带结构和超导

性质方面具有更加灵活的可调性。

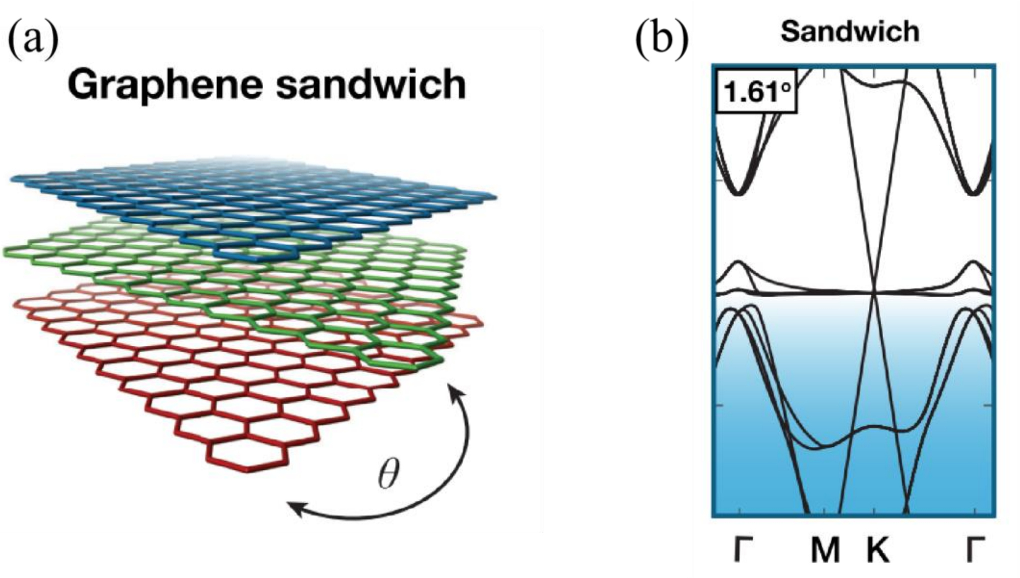


图 1.8(a) 中间层扭转的三层石墨烯示意图[40]。(b) 中间层扭转的三层石墨烯扭转角为 1.61° 的能带结构[41]。

**扭转双层-双层石墨烯：**

另一种类型的扭转多层石墨烯是由两层伯纳尔堆叠的双层石墨烯在界面处相对扭转而成的[44-46]，如图 1.9(a)所示。Cao 等人[47]发现扭转双层-双层石墨烯展现了可调的关联性能。它的关联绝缘态敏感地依赖于扭转角和施加的位移场，后者的依赖关系体现了伯纳尔堆叠双层石墨烯的内在极化性。扭转双层-双层石墨烯在小扭转角度下的电荷中性附近有多个平带，这导致每个平带半填充时，会有大量关联态，如图 1.9(b)所示。Chebrolu 等人[48]指出，扭转双层-双层石墨烯的平带受到扭转角、纵向压力和层间电位差等多重因素的影响。研究发现，扭转双层-双层石墨烯比扭转双层石墨烯的带宽更窄，这允许在研究强关联领域在扭转角的精度控制方面有更大的容错率，并且比扭转双层石墨烯结构更容易获得窄带特征。压力会使相应的魔角值变得更大，垂直场有助于能带的孤立分离。此外层间电位差会使带宽变宽。He 等人[49]发现，扭转双层-双层石墨烯在温度降低时，靠近绝缘态的金属态电子率突然下降。然而这种现象更有可能与自发对称性破缺有关，因为霍尔系数符号同时发生反转。与扭转双层石墨烯一

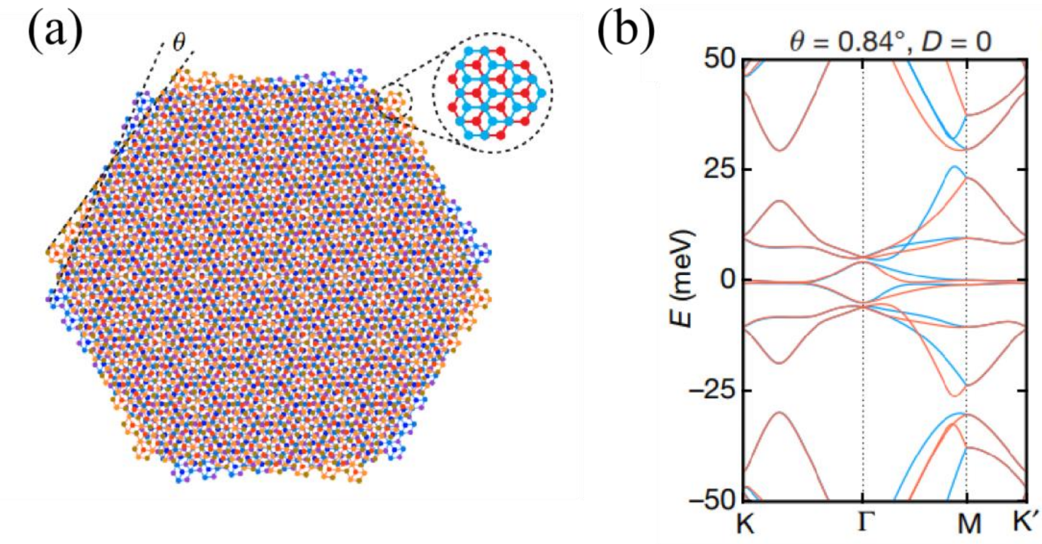


图 1.9(a) 扭转双层-双层石墨烯示意图[46]。(c) 扭转双层-双层石墨烯扭转角为 0.84º 的能带结构[47]。

样，一旦扭转双层-双层石墨烯在半填充的绝缘态中掺杂，就可以观察到超导性，这种超导性可以通过面内磁场增强，这表明存在自旋极化电子对。

## 1.2 基于一维光子结构的莫尔超晶格

### 1.2.1 一维光栅莫尔超晶格

范德瓦尔斯异质结结构也引发了光学领域研究者对莫尔超晶格的研究。我们先从简单的周期结构，一维光栅开始。将两个不同周期的一位光栅叠加，可以得到明暗相间的一维莫尔条纹，如图 1.10(a)。由于莫尔条纹周期远大于原始的两个光栅并且莫尔条纹对光栅周期即使微小的变化也十分敏感，所以莫尔条纹早期被用于度量学[1]和防伪识别[50]。Askin 等[51]将两个周期为 $d_1$ 和 $d_2$ 的两个正弦函数叠加，并采用三角函数“和差化积”可以得到叠加后的表达式 $S(x)=\cos(Gx)\sin(gx)$，其中 $G=2\pi(d_2-d_1)/(2d_1d_2)$，$g=2\pi(d_2+d_1)/(2d_1d_2)\approx 2\pi/d_1$，可以看出莫尔条纹是反比于 $d_2$-$d_1$ 的长周期函数 $\cos(Gx)$ 调节 $d_1$ 短周期函数 $\sin(gx)$ 得到的。将此莫尔条纹加工在金属表面，如图 1.10(b)，可以在节点处观察到局域的表面等离激元，可以认为莫尔条纹的节点相当于等离子体微腔的作用。通过莫尔条纹这样的性能，可以用来产生等离子体激元激光辐射。同时，如果莫尔条纹的周期比较小的时候，这些节点处的等离子体微

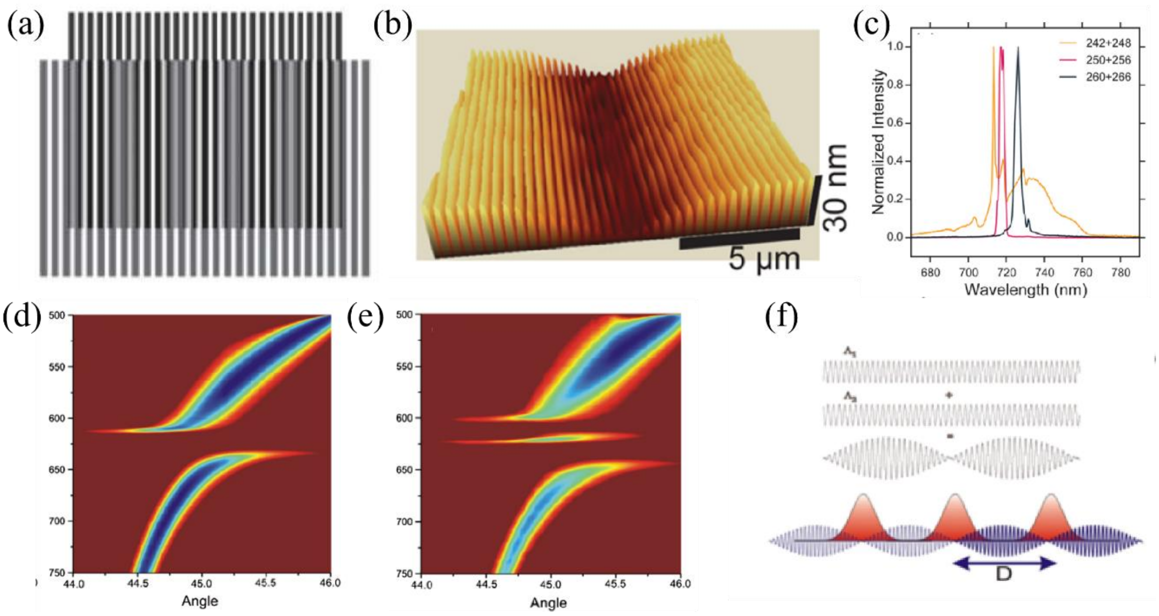


图 1.10(a)由两个一维光栅构成的莫尔光栅示意图[50]。(b)一维金属莫尔结构（一个莫尔周期）[51]。(c)当原始的两个金属光栅周期发生变化时，在金属莫尔微腔中辐射的激光波长发生移动[51]。(d)实验测量的金属光栅表面等离激元色散关系[52]。(e)实验测量的莫尔光栅表面等离激元色散关系[52]。(f) 莫尔表面的示意图莫尔表面作为等离子体耦合腔的基础。叠加两个具有不同周期性的均匀光栅形成莫尔表面。红色的峰显示了局部的等离子体空腔模式[53]。

腔之间发生耦合，形成了特殊的耦合腔波导结构，如图 1.10(d)是原始均匀光栅的色散曲线，而这种耦合腔波导的色散曲线会产生在原始均匀光栅的带隙中，如图 1.10(e)所示。因为微腔之间的耦合强度决定了合腔波导能带的宽度，所以当莫尔条纹的周期比较大的时候，微腔之间的距离被拉大，微腔之间的耦合减弱，耦合腔波导的能带趋于平坦化，而平坦化的能带意味着群速度减小，从而形成慢光等离子体的传输[52]。值得说明的是，对于光子晶体波导结构，光场总是在折射率较低的位置处来回震荡，如图 1.10(f)，相似地，光场也可以在莫尔超晶格的节点处稳定的传输[53]。

### 1.2.2 基于一维光子结构构成的二维莫尔超晶格

如果上述的两个一维光栅有一定的扭转角度再重叠，则会形成二维的莫尔条纹，如图 1.11(a)。这种二维的莫尔条纹也可以通过两个相同周期的光栅构成，并且用其增

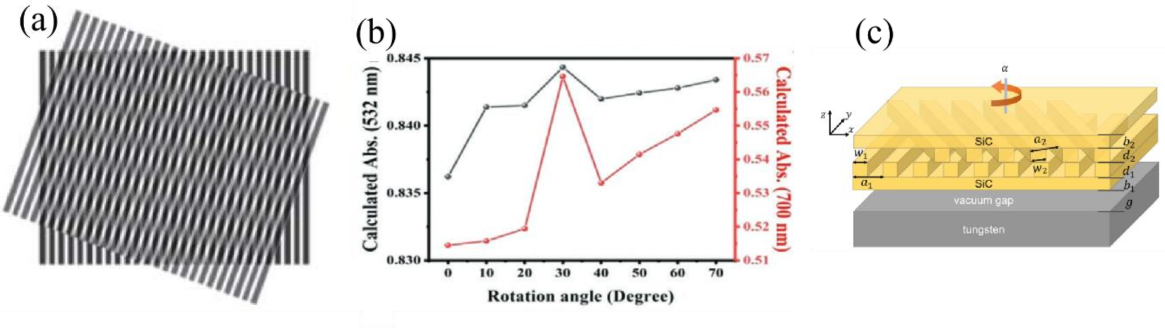


图 1.11 (a)由两个一维光栅并存在一定的扭转角度构成的莫尔光栅示意图[54]。(b)对于两个入射波长光学吸收率随扭转角的变化[54]。(c)可调热辐射发射结构示意图。这个结构由两个 SiC 介质的光栅结构组成，并且与钨表面分离，中间间隔真空空隙[55]。

强钙钛矿电池的光电性能。莫尔超晶格比单层光栅有着更高的光能收集率，这是因为在莫尔超晶格中，单位角度内的衍射级次和衍射光斑数目得到了提高[54]。进一步，还发现在扭转角为 30°时，这种结构的太阳能电池对光的吸收效率最高，如图 1.11 (b)所示。由于莫尔条纹的周期对扭转的变化十分敏感，所以可以通过扭转角可以在非常宽的频段区域调控共振波长，其结构如图 1.11 (c)所示。由于莫尔超晶格的这种特性，当其应用于热辐射的动态管理时，热辐射管理器件的调控范围可以极大地扩展[55]。莫尔超晶格在制备光电器件和光热器件等方面具有广阔的应用前景。

## 1.3 基于二维光子结构的莫尔超晶格

最近，二维莫尔电子学也激发了光子学领域对应物的发展和研究，从而研究者们开始关注扭转的光子结构[56,57]。扭转光子莫尔超晶格结构除了有量子电子耦合之外，它的基本特性还受层间电磁耦合的影响。由于光子及其光-物质波（极化）的波长比电子的波长更长，因此扭转光子莫尔结构中相邻成分之间的分离范围可以从亚纳米到光子波长。由于电磁耦合和量子耦合在很宽的长度尺度上的相互作用，扭曲光子莫尔结构中可以产生丰富物理学现象。在设计具有新颖光子现象的扭曲光子莫尔结构时，层间电磁耦合引入了额外的自由度。除了范德瓦尔斯材料，扭转光子结构也可以由人工结构组成，例如超构表面[58,59]，超材料[60-63]，和光子晶体[15,16,64,65]。最近的理论和实验工作揭示了扭转光子莫尔结构中的大量光子和极化现象[57]，例如极化纳米光

学的拓扑转变[59,60,62,63]，石墨烯等离子体光子晶体[56]，手性等离子体的纵向自旋[60]，莫尔光圆二色性线[65]、二维光的局域化-离域跃迁[15,16]、莫尔诱导的光子规范场[66]、连续体中的束缚态[67]、和莫尔手性超材料[68-70]。因此，扭转光子结构是一个很有前景的平台，可以产生奇异的光-物质相互作用，并可以实现一系列光子应用，包括在纳米尺度下塑造光流[60-63]、光学传感[68-70]、手性光学[71-73]、手性等离子体[74-76]、立体化学和用于区分不同手性的手性分子的药物开发[60,69,77,78]，和新型片上光源[79]。作为一个典型的例子，与光子学相比基于单光子晶格的晶体缺陷激光纳米腔，纳米结构莫尔超晶格中的魔角激光器最近被报道具有三个显着特征，即更小的模式体积、更高的品质因数和更小的带宽，这可能引起紧凑的结构和可重构的纳米激光阵列[79]。

### 1.3.1 转角光子莫尔超晶格

**扭转双层石墨烯中的等离子体激元：**

图 1.12(a)是红外纳米成像实验装置示意图，使用散射型扫描近场光学显微镜和暗场透射电子显微镜，可以看到具有小扭转角的双层石墨烯上局部表面电导率周期性变化，如图 1.12(b)所示，在扭转的双层石墨烯上光电导率的变化从而出现了图像。这些散射型扫描近场光学显微镜结果源自层间耦合和原子重构导致的电子结构的改变，这影响着具有小扭转角的双层石墨烯的等离子体响应。因此扭转双层石墨烯可以充当用于传播表面等离激元的无光刻的光子晶体。最近研究人员实验上观察到孤子网格上传播表面等离激元的干涉图，如图 1.12(c)所示，并且还预测了扭转双层石墨烯中形成等离子体带隙，可以消除表面等离子体的传播。

然而在扭转双层石墨烯中形成等离子体带隙需要表面等离子体激元从孤子中发生强烈地散射，这在实验上尚未实现。此外，扭转双层石墨烯中的孤子网络将 AB 堆叠和 BA 堆叠区域分隔开，因此导致莫尔超晶格上丰富的非局域响应[80-82]。例如，通过将纳米电子学测量与散射型扫描近场光学显微镜结合起来，如图 1.12(d)，Hesp 等人展示局部光电流在莫尔超晶格上的变化，并且通过静电门调控其在莫尔超晶格上的变化[80]。

具有右手性和左手性对应物的手性材料在自然界中无处不在。然而，天然手性材料通常具有弱手性光-物质相互作用，例如，圆的二色性。由于层间耦合的内在手性性质，扭转双层石墨烯和其他具有莫尔超晶格的手性材料在手性光学[70-73]和手性等离子体激元[74-76]方面有着潜在的应用价值。Lin 等人[60]的工作表明扭转双层石墨烯中

的层间量子耦合可以构建无数原子级薄超构表面。

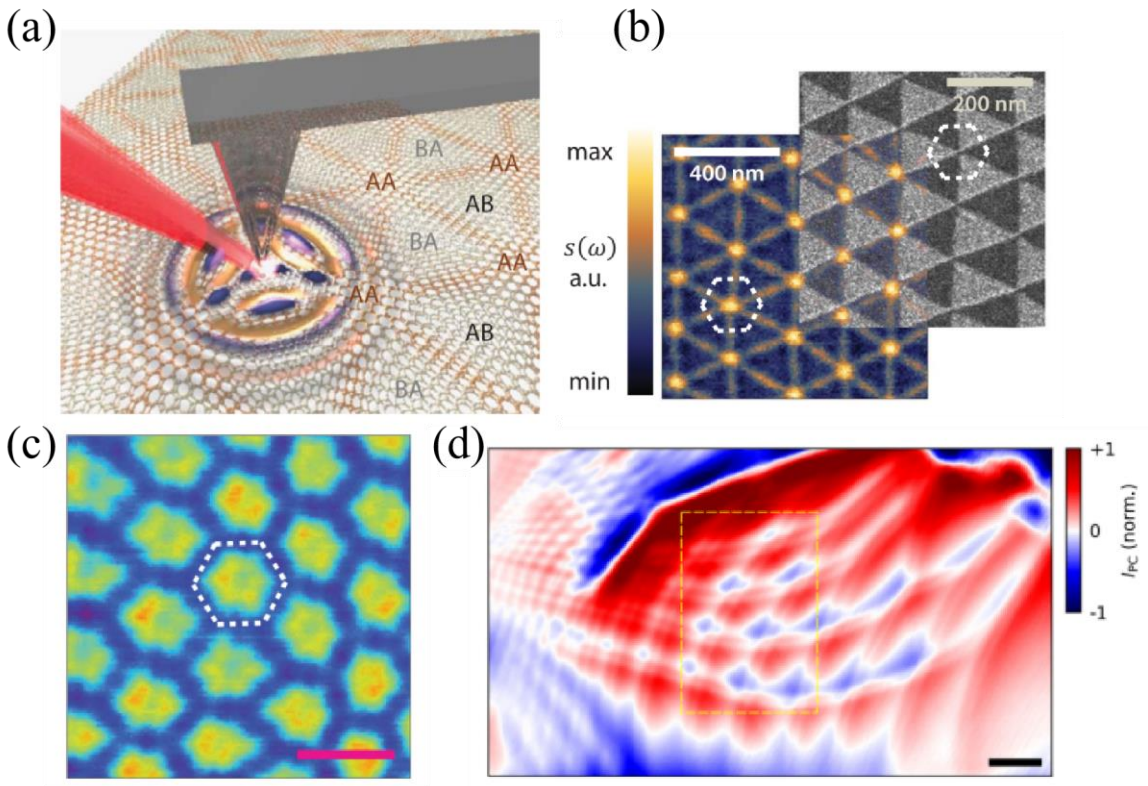


图 1.12(a)红外纳米成像实验装置示意图，观察扭转双层石墨烯中由孤子网格形成的纳米光子晶体，AB、BA、AA 标记周期性出现的石墨烯层堆叠类型[80]。(b)左侧是孤子晶格形成的纳米光光子晶体的可视化图形。右侧是扭转双层石墨烯样品的暗场透射电子显微镜的图像[80]。(c)在扭转双层石墨烯中，等离子体激元的纳米红外图像[80]。(d)扭转双层石墨烯在最小扭转角下,即 $\theta$<0.1°，并且载流子密度为 $10^{12}$cm$^{-2}$，光激发能为 188meV 情况下的，光电流图像[80]。

此外，其中有效的手性表面电导率决定了手性等离子体的色散，并且导致横电和横磁模式分量之间存在一个 $\pm\frac{\pi}{2}$ 的相位差[60]。值得注意的是，除了传统的横向自旋外，手性等离子体的这种独特相位关系还导致了等离子体的非常规纵向自旋的出现，如图 1.13 所示。光的自旋轨道和自旋谷相互作用在光子学和等离子体激元中普遍存在引发了许多重要的现象，包括，光子和等离子体自旋霍尔效应[83-87]，层间激子的偏振切换和被自旋动量锁定的近场方向性[88-92]。等离子体的纵向自旋很有吸引力，有待在理论和实验上进一步探索。

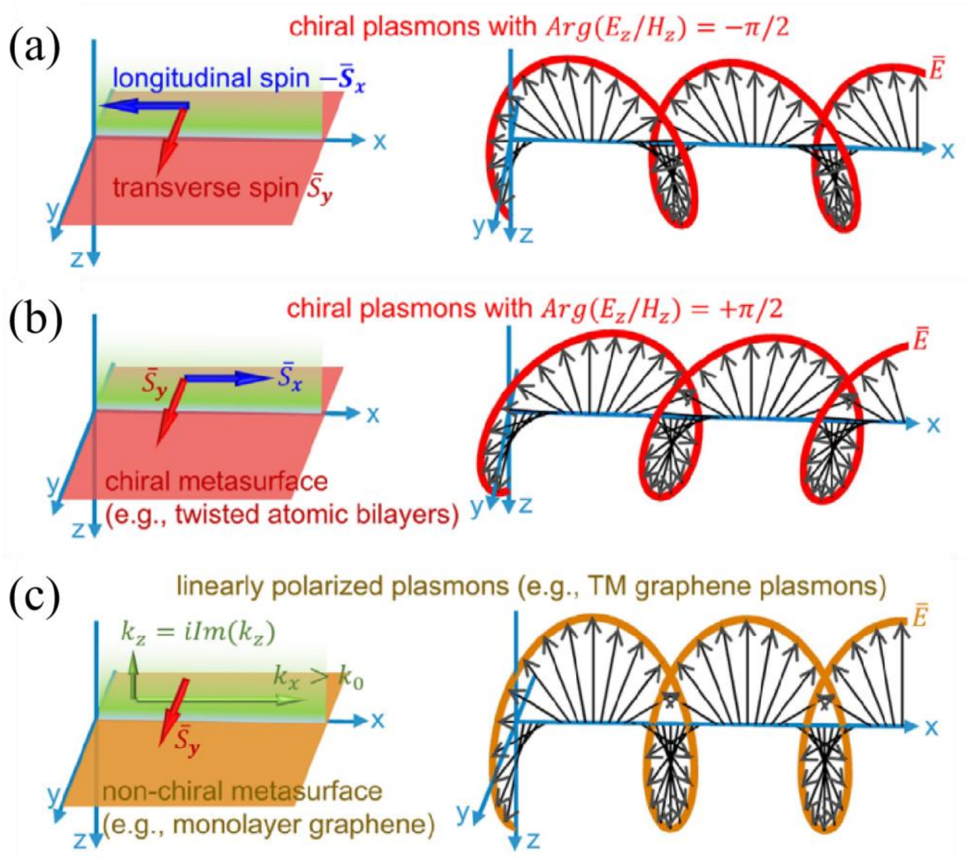


图 1.13 手性表面等离激元的纵向自旋。表面等离激元沿 x 方向传播，并从界面处以指数方式衰减。右侧图像是电场的瞬态分布(a)扭转双层石墨烯中的手性等离子体激元正纵向自旋图[60]。(b) 扭转双层石墨烯中的手性等离子体激元负纵向自旋图[60]。(c)为了比较，展示了线极化表面等离子体激元，其电场仅在 x-z 平面内旋转并具有横向自旋[60]。

如果在没有外部电场的情况下施加面内驱动电流，表面等离子体激元可以具有非互易性。这就导致了最近实验中观察到所谓的等离子体多普勒效应[93-96]。传统的等离子体多普勒效应源于表面等离子体激元与电流之间的相对运动，但诱导的非互易性普遍较弱[96]。Papaj 等人[96]预测石墨烯莫尔超晶格中的等离子体的非互易性可以通过量子等离子体多普勒效应极大地增强，量子等离子体多普勒效应是由莫尔超晶格的强电子-电子相互作用支配，其中能带平坦且费米速度很小。因此，石墨烯莫尔超晶格中这种量子等离子体多普勒效应非常值得重视，它为非互易性光子应用铺平了道路。

**扭转板：**

在分离的单层中的拓扑转变可以在 α 相的三氧化钼（α-$MoO_3$）的扭曲板中观察到[58,59]，如图 1.14(a)所示。α-$MoO_3$ 是一种双轴晶体，可以支持在中红外区域具有双曲线或者椭圆色散的声子极化激元[97-104]，如图 1.14(b)是。通过使用散射型扫描近场光学显微镜四个研究团队同时报道了在扭转的 α-$MoO_3$ 板中声子极化子的极化子拓扑转变，如图 1.14(b)。当扭转角接近光子魔角时，可以观察到声子极化激元的定向传播。获得扭转的 α-$MoO_3$ 板声子极化激元的解析解是具有挑战性且耗时的工作，这是因为每个双轴板内部的电磁场和涉及跨界面的表面波都是很复杂的。因此，一些相关工作将 α-$MoO_3$ 板近似成为有效的各向异性单层，而有些工作将 α-$MoO_3$ 中的声子极化子近似为

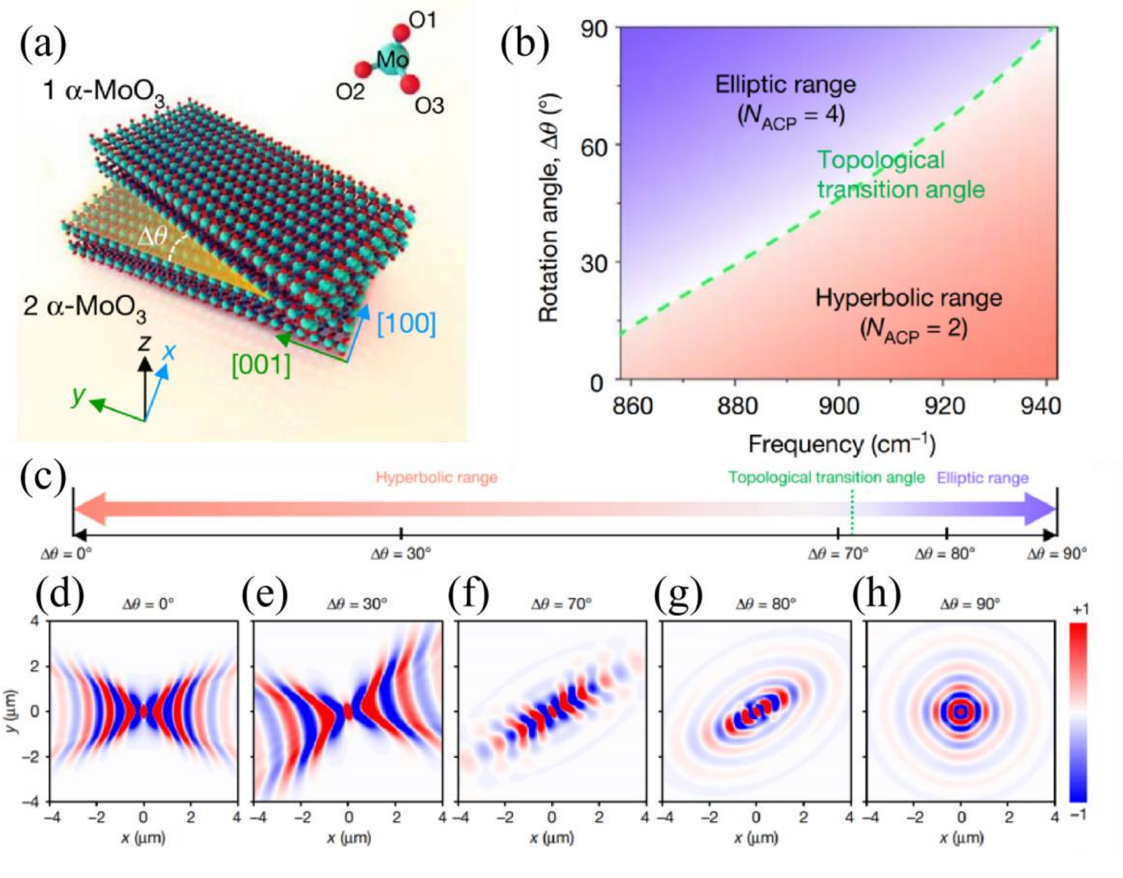


图 1.14 扭转诱导声子极化激元拓扑跃迁。(a)扭转双层 α-$MoO_3$ 板的原理示意图[59]。(b)声子极化色散的拓扑性质与扭转角和频率的相图。绿色虚线对应的是拓扑转换角，它将双曲色散区和椭圆色散区分开[97]。(c)在频率为 925.9 $cm^{-1}$ 时，声子极化色散的拓扑性质与扭转角的变化关系[104]。(d)-(h) 在频率为 925.9 $cm^{-1}$ 时，不同扭转角下的数值计算模拟电场分布[104]。

纯 TM 导模。这两种近似都产生了与他们实验观察结果一致的理论结果。

**扭转光子晶体：**

光子晶体是具有弱约束导波的周期性结构，可用于电磁混合。具体来说，如图 1.15(a)所示，扭转光子晶体是探索扭转双层石墨烯中莫尔电子学光子类似物非常有前

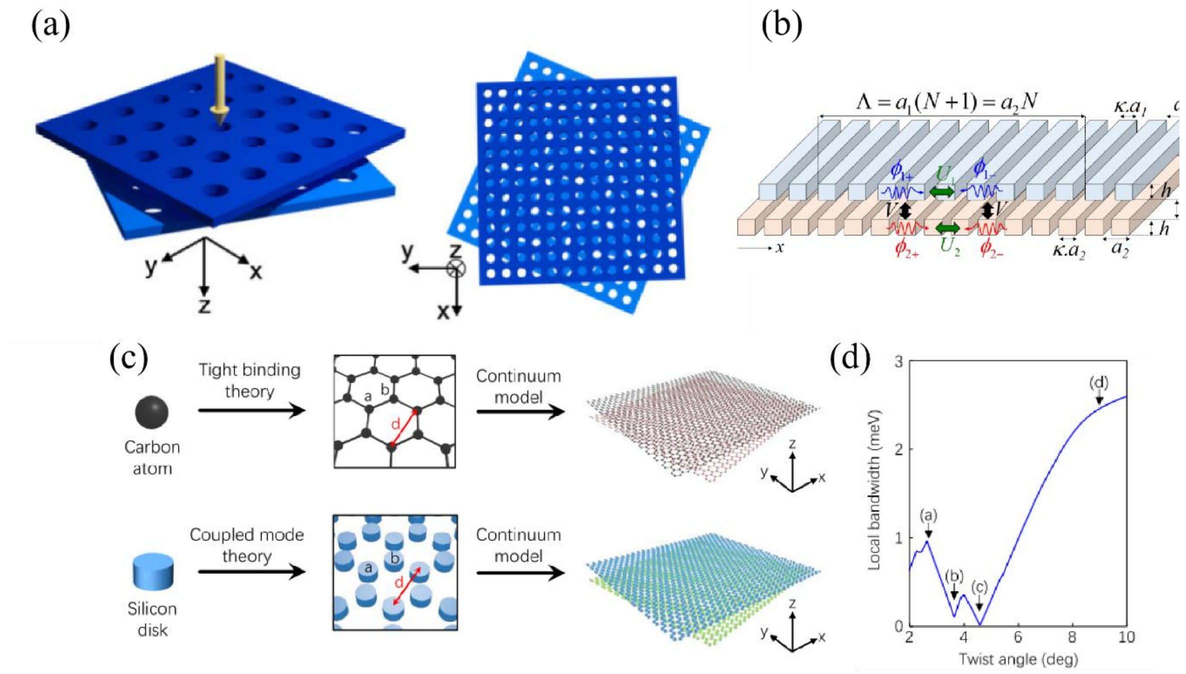


图 1.15(a)扭转双层光子晶体（方晶格圆形空洞）示意图[65]。(b)由两个光栅结构组成的莫尔超晶格[105]。(c)扭转双层石墨烯和扭转双层光子晶体的结构对比[64]。(d) 在(c)中的扭转双层光子晶体的局部能带带宽随转角的变化[64]。

景的平台。由于扭转光子晶体一般是准周期的，具有非常大的超晶格原胞，尤其是在扭转角非常小的时候，计算成本非常高。这使得计算上阻碍了对光子和电子莫尔结构的系统分析，为了缓解这个问题，Lou 等[65]开发了一种高维平面波展开法，用于分析具有任意扭转角的堆叠光子晶体散射特性。这种方法比超晶格原胞近似的方法更加优越，并揭示了扭转光子晶体中强烈可调的共振手性行为。特别是莫尔光线概念的提出，正在等待实验验证。本质上，莫尔光线代表了扭转角和频率的参数空间中具有强圆二色性和弱圆二色性的区域之间的相位边界。高维平面波展开法可以用于研究莫尔光子学的其他现象，例如扭转的二维或者一维光子晶体的光子莫尔平带。扭转光子结构中的平带计算很复杂。Dong 和 Nguyen 的工作表明[64,105]，扭转光子晶体的光子能带结

构可以按照与扭转双层石墨烯的电子对应物类似的方法设计如图 1.15(c)所示。由于平面内和平面外电磁耦合之间的相互作用，它们进一步发现了光子平带，如图 1.15(d)所示在某些扭转角下带宽变为零的平带。通过这种方式，光子晶体之间的分离提供了一定程度的自由度，无需高压即可调控光子莫尔能带。通过这种理论成功预测了图 1.15(b)结构中“魔距”在整个布里渊区中出现平带的位置[105]。

由于扭转光子晶体与非周期结构和天然晶体相关，它们可以提供一条可行的路径来

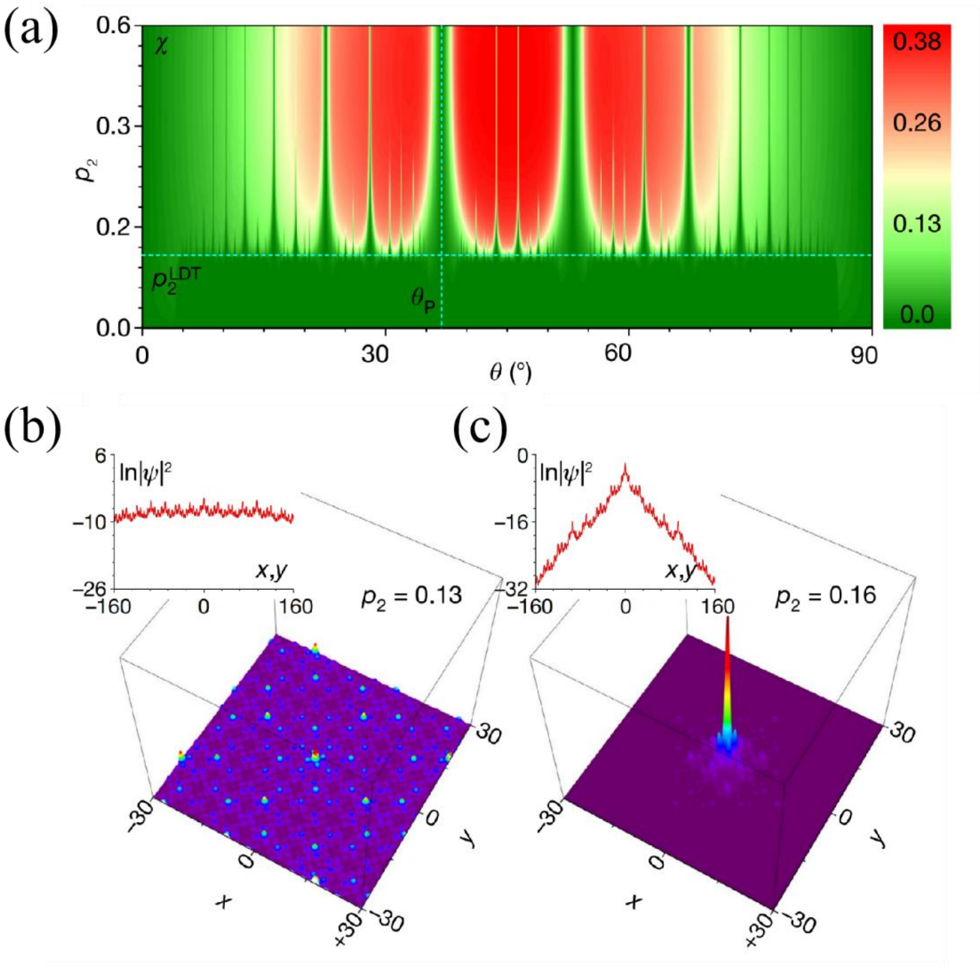


图 1.16 形态因子与莫尔态。(a)在 $p_1$=1 时，β 对扭转角 θ 和对第二个子格 $p_2$ 的振幅最大的特征模式的形态因子[16]。(b)退局域模式[16]。(c)局域模式[16]。

探索相称与不相称之间的转变。最近，通过叠加两种周期性光模式，在光折变晶体中创建了具有可控参数和对称性的重构扭转光子晶体[15,16]。通过这些可公度和不可公度的扭转光子晶体，Wang 等[16]观察到二维局域到退局域化光的转变，如图 1.16(a)所示，绿色区域是退局域态如图 1.16(b)所示，红色区域是局域态如图 1.16(c)所示。在线

性晶格中观察到光的局域是基于平带物理学，不同于以往的基于光学准晶格中光的传播方式，在光学准晶体中，无序是随机介质中安德森局域产生的必要条件。此外，Fu 等[15]人报道了这些莫尔光子晶体结构中孤子的形成，这些结构从完全周期的几何形状逐渐演变为非周期的晶格结构，其中光子平带物理学导致了孤子的形成。

扭转双层光子晶格除了由相同材料组成外，还可以用不同材料构建[15,106]。进一步探索扭转光子学的方法还有扭转倾斜双曲超材料，扭转的石墨烯-六方氮化硼异质结构[15,107]，和扭转的超构表面-光子晶体异质结构。其他有趣的扭转结构还有扭转多层或者扭转多层板，扭转多层超构表面结构，以及更复杂的莫尔超晶格结构，甚至在面外方向上具有一定周期性的三维光子莫尔结构等。

### 1.3.2 其他形式的二维光子莫尔超晶格

**扭转结构中使用创新组件：**

通过探索额外的组成成分扭转光子学是一个很有潜力的研究方向，自然而然可以想到的是引入精心设计的超材料结构，例如，具有周期结构的双曲超材料、光子超晶体，如图 1.17(a)和(b)所示，以及具有倾斜光轴的倾斜双曲超材料，如图 1.17(c)和(d)所示。双曲超材料[15,106-111]因为介电张量的一个分量与其他两个分量的符号相反，所以具有双曲等频率线。由于这种独特的特性，双曲超材料支持负折射率[112,113]，“鬼极化子”[104]和发散光子态密度[106]。尤其是，由于高光子态密度，双曲超材料可以在宽光谱范围内提高附近发射器的复合率。然而，这不会导致高量子效率，因为激发的高动量的本征模式通常会限制在超材料中，Galfsky 等人[111]通过构建光子超晶格克服了这一阻碍，该光子超晶格具有双曲超材料中的大宽带光子态密度和光子晶体中的强光输出耦合的综合优点。因此，相应地可以观察到光发射的大幅增强。此外，Shen 等人[114]在理论上报道了通过相对于纳米纤维的端面倾斜双曲超材料实现宽波段片上光子提取的增强，如图 1.17(c)和(d)所示。值得注意的是，倾斜双曲超材料中的本征模式与纳米纤维中的导波动量匹配，是有助于上去材料中本征模式与纳米纤维中的导波之间的平滑转换的。由于这些优势，光子超晶格和倾斜双曲超材料可以成为扭转光子结构进一步研究最有吸引力的部分。尤其是，这些具有创新性的扭转双曲超材料在与手性光学相关的非常规远场现象有着潜在的研究价值。它将与近场现象占主导地位的扭转双层 $\alpha$-$MoO_3$ 平板完全不同。此外，表面等离子体极化激元或者声子极化激元的拓

扑转变可以在自由空间光子或者其他波系统中由相应组件组成的扭转结构中探索研究。

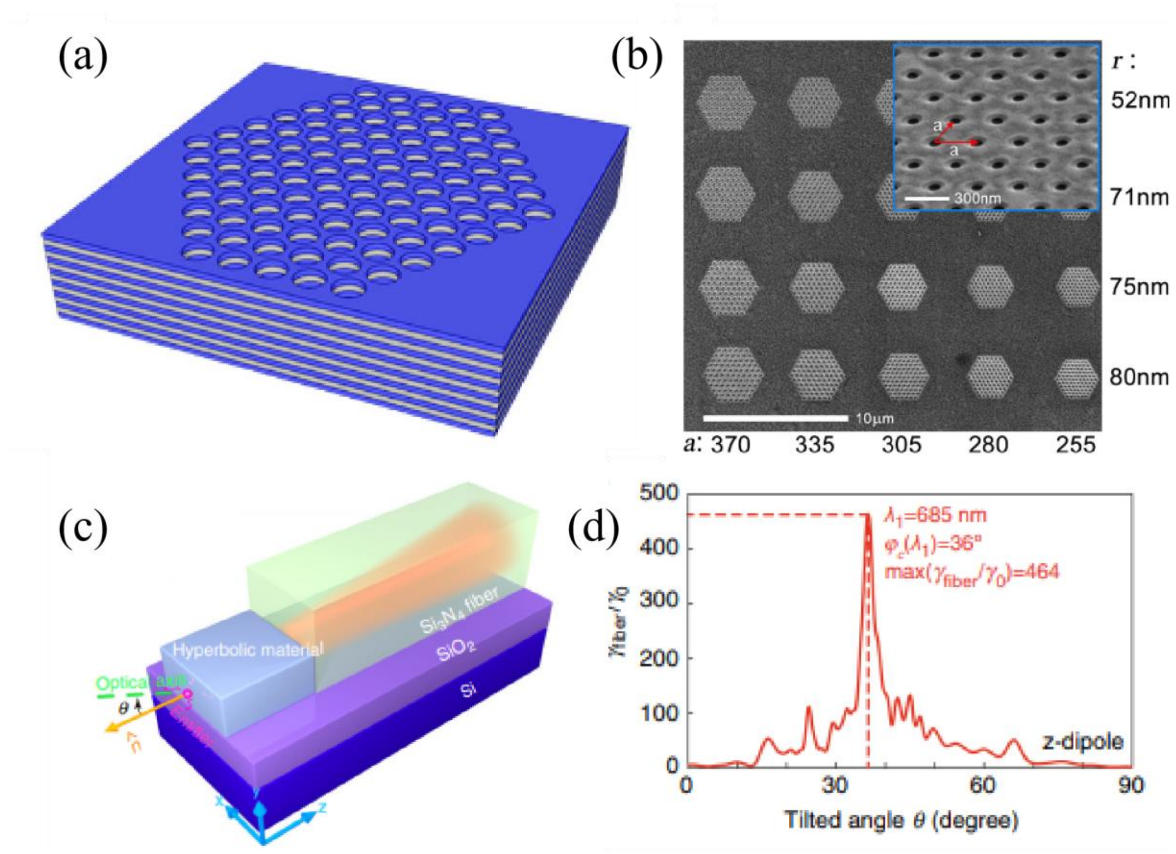


图 1.17 利用光子超晶体和倾斜双曲超材料的扭转光子学的新结构(a)具有孔阵列的双曲超材料的光子超晶体[111]。(b)显示了不同间距制备的样品的扫描电子显微镜下的光子超晶体图像[111]。(c)与纳米纤维集成的倾斜双曲超材料，双曲超材料的光轴相对于界面的模向量形成了一个倾斜角度 θ[114]。(d)位于双曲超材料附近的量子发射器的片上提取率是倾斜角度的函数。光子超晶体和倾斜双曲超材料都可以用于增强宽带自发辐射和光耦合[114]。

**扭转多层或者扭转多层板：**

关于扭转光子结构的另一个潜在的研究方向是研究扭转的多层或者多层板结构。对于扭转多层结构，相邻层之间的每一个扭转角和距离都是影响层间相互作用的重要因素，因此，扭转多层结构提供了更多的自由度来设计扭转光子结构中的光-物质相互作用。这些扭转的多层结构用于设计不同的光子特性，而这些光子特性在扭转双层结构中是不可能的，其研究的方法和其电子对应物（如，扭转三层石墨烯等）非常相似

[40,44,45,60,106,107]。这些扭转多层结构允许研究奇异的手性现象（例如，圆偏振光的光子带隙）和具有新的控制因素（周期性、一般非周期性和垂直方向的准晶体）的结构中的各种手性相应。在立体化学、生物识别、信息加密和药物开发中，手性光学[114-122]和手性等离子激元学[123-128]用于区分不同手性分子具有重要意义。扭转多层结构在这些领域发挥手性作用将会是一个很有前景的平台。

扭转光子结构领域是一个受到关注的短期目标是通过扭转材料来探索研究广泛材料中不存在的奇异光学现象和功能。这些现象和功能的物理起源可以追溯到扭转光子结构中的层间量子和电磁耦合。尽管目前研究进展迅速，但是扭转光子结构领域还是一个新兴的领域，具有前景的研究方向包括探索非局域性、扭转光子结构新组件、不同计划模式之间的耦合和扭转多层结构。另一方面，理论和实验方面依然存在着许多挑战，阻碍了该领域的深入发展。一个是缺乏有效的方法来计算具有超大原胞的扭转光子结构，特别是考虑量子层间耦合和面内非局域响应时。其他挑战包括制造新的扭转光子质量和可行性，精确控制层间扭转角和倾斜角，以及前所未有的纳米尺度的光学表征。另一个受到关注的长期目标是通过用扭转光子结构的奇异特性来重塑传统光源的辐射特征。光源和扭转光子结构之间的相互作用可能会引发大量有趣的电磁辐射现象，例如，切伦科夫辐射、跃迁辐射、史密斯-珀塞尔辐射、自旋-相关的近场方向性和反常多普勒效应，这些都有助于传统光源实现片上应用。

## 1.4 本论文研究思路和论文结构

目前，对于扭转的光子莫尔结构的研究还主要集中于单一转角对能带结构的影响，对于其模场的研究还主要局限于体块内部。受到人工合成维度的启发，我们可以构造出人工合成转角在高维空间研究光子莫尔晶格结构，并且通过超构表面与光子莫尔晶格的组合，构造出具有界面态的超构表面-光子莫尔晶格结构。以下是本文的研究思路：

第一章中，我们简要介绍了莫尔条纹在物理学领域研究的发展历史，并着重介绍了近些年来的研究热点，扭转双层石墨烯，及其在更多自由度上的结构探索，扭转多层石墨烯，扭转的莫尔结构引发了物理学其他领域对应物的相关研究，随后我们介绍了光子莫尔超晶格，并对扭转双层光子晶格进行了着重的介绍。

第二章中，我们提出了一种光子莫尔超晶格的设计方法，并引入了两个人工合成转角，并建立二维参数空间，莫尔球。在莫尔球上的任意一点都可以描述我们设计的光子莫尔超晶格，因此，我们可以通过人工合成转角来调控光子莫尔超晶格的能带结构。进一步，我们发现了过渡能带，并通过人工合成转角压缩过渡能带。在平坦化的过渡能带上，我们观察到了脉冲延迟、非线性增强、脉冲宽度压缩等实验现象。这种对莫尔超晶格多维度的调控，也相应的帮助我们更灵活地设计能带结构，使其具有广泛的应用前景。

第三章中，我们提出了一种多组份的光子莫尔超晶格，它可以容纳多个周期的光子晶体，共同组成光子莫尔超晶格，并且继承原有光子晶体和金属层之间的界面态。这样我们就可以在光子莫尔超晶格-金属结构中设计具有任意多波长的的莫尔界面态。并且我们还探究了界面参数对某一个界面态波长的独立调控。在实验上，我们应用光子莫尔超晶格-金属结构实现双共振来增强量子发射。其发射效率提高了近 20 倍。

第四章中，我们将光子莫尔超晶格-金属结构中的金属层替换为超构表面，构成光子莫尔超晶格-超构表面结构，通过一维的超构表面结构的各向异性，将界面态电场的 TE 模式和 TM 模式区分开，并通过超构表面的结构参数进行调控。我们发现界面态的两种模式的变化趋势相反。利用这样的物理性质，我们实现了光子莫尔超晶格-超构表面结构对量子发射强度和偏振态更加灵活的调控。

第五章中，我们概括性地总结了研究生期间所做的工作，并对未来的工作进行了展望。

# 参考文献


[1] O. Kafri and I. Glatt, *The Physics of Moire Metrology* (John Wiley & Sons Inc, 1990).

[2] T. Ohta, A. Bostwick, T. Seyller, K. Horn, and E. Rotenberg, Controlling the electronic structure of bilayer graphene, Science **313**, 951 (2006).

[3] N. Barnes, Van der Waals heterostructures, Nat. Rev. Dis. Primers **2**, 57 (2022).

[4] V. Bittencourt and A. E. Bernardini, Lattice-layer entanglement in Bernal-stacked bilayer graphene, Phys. Rev. B **95**, 195145 (2017).

[5] J. Li, R. X. Zhang, Z. X. Yin, J. X. Zhang, K. Watanabe, T. Taniguchi, C. X. Liu, and J. Zhu, A valley valve and electron beam splitter, Science **362**, 1149 (2018).

[6] Y. Liu, N. O. Weiss, X. D. Duan, H. C. Cheng, Y. Huang, and X. F. Duan, Van der Waals heterostructures and devices, Nat. Rev. Mater. **1**, 16042 (2016).

[7] B. Y. Jiang, G. X. Ni, Z. Addison, J. K. Shi, X. M. Liu, S. Y. F. Zhao, P. Kim, E. J. Mele, D. N. Basov, and M. M. Fogler, Plasmon Reflections by Topological Electronic Boundaries in Bilayer Graphene, Nano Lett. **17**, 7080 (2017).

[8] G. R. Chen, L. L. Jiang, S. Wu, B. Lyu, H. Y. Li, B. L. Chittari, K. Watanabe, T. Taniguchi, Z. W. Shi, J. Jung *et al.*, Evidence of a gate-tunable Mott insulator in a trilayer graphene moire superlattice, Nat. Phys. **15**, 237 (2019).

[9] M. J. Park, Y. Kim, G. Y. Cho, and S. Lee, Higher-Order Topological Insulator in Twisted Bilayer Graphene, Phys. Rev. Lett. **123**, 216803 (2019).

[10] K. L. Seyler, P. Rivera, H. Y. Yu, N. P. Wilson, E. L. Ray, D. G. Mandrus, J. Q. Yan, W. Yao, and X. D. Xu, Signatures of moire-trapped valley excitons in MoSe2/WSe2 heterobilayers, Nature **567**, 66 (2019).

[11] L. Yuan, B. Y. Zheng, J. Kunstmann, T. Brumme, A. B. Kuc, C. Ma, S. B. Deng, D. Blach, A. L. Pan, and L. B. Huang, Twist-angle-dependent interlayer exciton diffusion in WS2-WSe2 heterobilayers, Nat. Mater. **19**, 617 (2020).

[12] M. R. Lopez, F. Penaranda, J. Christensen, and P. San-Jose, Flat Bands in Magic-Angle Vibrating Plates, Phys. Rev. Lett. **125**, 214301 (2020).

[13] Y. C. Deng, M. Oudich, N. Gerard, J. Ji, M. H. Lu, and Y. Jing, Magic-angle bilayer phononic graphene, Phys. Rev. B **102**, 180304 (2020).

[14] C. M. Huang, F. W. Ye, X. F. Chen, Y. V. Kartashov, V. V. Konotop, and L. Torner, Localization-delocalization wavepacket transition in Pythagorean aperiodic potentials, Sci. Rep. **6**, 32546 (2016).

[15]Q. Fu, P. Wang, C. Huang, Y. V. Kartashov, L. Torner, V. V. Konotop, and F. Ye, Optical soliton formation controlled by angle twisting in photonic moiré lattices, Nat. Photonics **14**, 663 (2020).
[16]P. Wang, Y. Zheng, X. Chen, C. Huang, Y. V. Kartashov, L. Torner, V. V. Konotop, and F. Ye, Localization and delocalization of light in photonic moire lattices, Nature **577**, 42 (2020).
[17]K. S. Novoselov, Z. Jiang, Y. Zhang, S. V. Morozov, H. L. Stormer, U. Zeitler, J. C. Maan, G. S. Boebinger, P. Kim, and A. K. Geim, Room-temperature quantum hall effect in graphene, Science **315**, 1379 (2007).
[18]Z. H. Qiao, W. Ren, H. Chen, L. Bellaiche, Z. Y. Zhang, A. H. MacDonald, and Q. Niu, Quantum Anomalous Hall Effect in Graphene Proximity Coupled to an Antiferromagnetic Insulator, Phys. Rev. Lett. **112**, 116404 (2014).
[19]R. Ding, W. H. Li, X. Wang, T. J. Gui, B. J. Li, P. Han, H. W. Tian, A. Liu, X. Wang, X. J. Liu *et al.*, A brief review of corrosion protective films and coatings based on graphene and graphene oxide, J. Alloys Compd. **764**, 1039 (2018).
[20]S. Y. Dai, Y. Xiang, and D. J. Srolovitz, Twisted Bilayer Graphene: Moire with a Twist, Nano Lett. **16**, 5923 (2016).
[21]T. Ohta, J. T. Robinson, P. J. Feibelman, A. Bostwick, E. Rotenberg, and T. E. Beechem, Evidence for Interlayer Coupling and Moire Periodic Potentials in Twisted Bilayer Graphene, Phys. Rev. Lett. **109**, 186807 (2012).
[22]J. B. Wu, X. Zhang, P. H. Tan, Z. H. Feng, and J. Li, Electronic structure of twisted bilayer graphene, Acta Phys. Sin. **62**, 157302 (2013).
[23]M. N. Manaf, I. Santoso, and A. Hermanto, in *The 5th International Conference on Mathematics and Natural Sciences (ICMNS 2014)*2015).
[24]Y. Cao, V. Fatemi, A. Demir, S. Fang, S. L. Tomarken, J. Y. Luo, J. D. Sanchez-Yamagishi, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Kaxiras *et al.*, Correlated insulator behaviour at half-filling in magic-angle graphene superlattices, Nature **556**, 80 (2018).
[25]Y. Cao, V. Fatemi, S. Fang, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Kaxiras, and P. Jarillo-Herrero, Unconventional superconductivity in magic-angle graphene superlattices, Nature **556**, 43 (2018).
[26]P. Moon and M. Koshino, Optical absorption in twisted bilayer graphene, Phys. Rev. B **87**, 205404 (2013).
[27]J. B. Yin, H. Wang, H. Peng, Z. J. Tan, L. Liao, L. Lin, X. Sun, A. L. Koh, Y. L. Chen, H. L. Peng *et al.*, Selectively enhanced photocurrent generation in twisted bilayer graphene with

van Hove singularity, Nat. Commun. **7**, 10699 (2016).

[28] J. B. Wu, X. Zhang, M. Ijas, W. P. Han, X. F. Qiao, X. L. Li, D. S. Jiang, A. C. Ferrari, and P. H. Tan, Resonant Raman spectroscopy of twisted multilayer graphene, Nat. Commun. **5**, 5309 (2014).

[29] A. R. Muniz and D. Maroudas, Opening and tuning of band gap by the formation of diamond superlattices in twisted bilayer graphene, Phys. Rev. B **86**, 075404 (2012).

[30] Y. B. Zhang, T. T. Tang, C. Girit, Z. Hao, M. C. Martin, A. Zettl, M. F. Crommie, Y. R. Shen, and F. Wang, Direct observation of a widely tunable bandgap in bilayer graphene, Nature **459**, 820 (2009).

[31] H. Y. Li, H. Ying, X. P. Chen, D. L. Nika, A. I. Cocemasov, W. W. Cai, A. A. Balandin, and S. S. Chen, Thermal conductivity of twisted bilayer graphene, Nanoscale **6**, 13402 (2014).

[32] A. I. Cocemasov, D. L. Nika, and A. A. Balandin, Phonons in twisted bilayer graphene, Phys. Rev. B **88**, 035428 (2013).

[33] D. L. Nika, A. I. Cocemasov, and A. A. Balandin, Specific heat of twisted bilayer graphene: Engineering phonons by atomic plane rotations, Appl. Phys. Lett. **105**, 031904 (2014).

[34] Y. B. Zhang, Y. W. Tan, H. L. Stormer, and P. Kim, Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in graphene, Nature **438**, 201 (2005).

[35] D. S. Lee, C. Riedl, T. Beringer, A. H. Castro Neto, K. von Klitzing, U. Starke, and J. H. Smet, Quantum Hall Effect in Twisted Bilayer Graphene, Phys. Rev. Lett. **107**, 216602 (2011).

[36] P. Moon and M. Koshino, Energy spectrum and quantum Hall effect in twisted bilayer graphene, Phys. Rev. B **85**, 195458 (2012).

[37] T. Lofwander, P. San-Jose, and E. Prada, Quantum Hall effect in graphene with twisted bilayer stripe defects, Phys. Rev. B **87**, 205429 (2013).

[38] E. S. Morell, M. Pacheco, L. Chico, and L. Brey, Electronic properties of twisted trilayer graphene, Phys. Rev. B **87**, 125414 (2013).

[39] J. B. Qiao and L. He, In-plane chiral tunneling and out-of-plane valley-polarized quantum tunneling in twisted graphene trilayer, Phys. Rev. B **90**, 075410 (2014).

[40] Z. Y. Zhu, S. Carr, D. Massatt, M. Luskin, and E. Kaxiras, Twisted Trilayer Graphene: A Precisely Tunable Platform for Correlated Electrons, Phys. Rev. Lett. **125**, 116404 (2020).

[41] C. Lei, L. Linhart, W. Qin, F. Libisch, and A. H. MacDonald, Mirror symmetry breaking and lateral stacking shifts in twisted trilayer graphene, Phys. Rev. B **104**, 035139 (2021).

[42] S. Carr, C. Y. Li, Z. Y. Zhu, E. Kaxiras, S. Sachdev, and A. Kruchkov, Ultraheavy and Ultrarelativistic Dirac Quasiparticles in Sandwiched Graphenes, Nano Lett. **20**, 3030 (2020).

[43]J. M. Park, Y. Cao, K. Watanabe, T. Taniguchi, and P. Jarillo-Herrero, Tunable strongly coupled superconductivity in magic-angle twisted trilayer graphene, Nature **590** (2021).
[44]G. W. Burg, J. H. Zhu, T. Taniguchi, K. Watanabe, A. H. MacDonald, and E. Tutuc, Correlated Insulating States in Twisted Double Bilayer Graphene, Phys. Rev. Lett. **123**, 197702 (2019).
[45]X. M. Liu, Z. Y. Hao, E. Khalaf, J. Y. Lee, Y. Ronen, H. Yoo, D. H. Najafabadi, K. Watanabe, T. Taniguchi, A. Vishwanath *et al.*, Tunable spin-polarized correlated states in twisted double bilayer graphene, Nature **583**, 221 (2020).
[46]C. Shen, Y. B. Chu, Q. S. Wu, N. Li, S. P. Wang, Y. C. Zhao, J. Tang, J. Y. Liu, J. P. Tian, K. Watanabe *et al.*, Correlated states in twisted double bilayer graphene, Nat. Phys. **16**, 520 (2020).
[47]Y. Cao, D. Rodan-Legrain, O. Rubies-Bigorda, J. M. Park, K. Watanabe, T. Taniguchi, and P. Jarillo-Herrero, Tunable correlated states and spin-polarized phases in twisted bilayer-bilayer graphene, Nature **583**, 215 (2020).
[48]N. R. Chebrolu, B. L. Chittari, and J. Jung, Flat bands in twisted double bilayer graphene, Phys. Rev. B **99**, 235417 (2019).
[49]M. H. He, Y. H. Li, J. Q. Cai, Y. Liu, K. Watanabe, T. Taniguchi, X. D. Xu, and M. Yankowitz, Symmetry breaking in twisted double bilayer graphene, Nat. Phys. **17**, 26 (2021).
[50]V. J. Cadarso, S. Chosson, K. Sidler, R. D. Hersch, and J. Brugger, High-resolution 1D moires as counterfeit security features, Light Sci. Appl. **2**, e86 (2013).
[51]E. Karademir, S. Balci, C. Kocabas, and A. Aydinli, Lasing in a Slow Plasmon Moiré Cavity, ACS Photonics **2**, 805 (2015).
[52]J. B. Khurgin, Light slowing down in Moir\'e fiber gratings and its implications for nonlinear optics, Phys. Rev. A **62**, 013821 (2000).
[53]R. D. Xue, W. Wang, L. Q. Wang, H. L. Chen, R. P. Guo, and J. Chen, Localization and oscillation of optical beams in Moire lattices, Opt. Express **25**, 5788 (2017).
[54]Y. Wang, Y. J. Lan, Q. Song, F. Vogelbacher, T. Xu, Y. Zhan, M. Z. Li, W. E. I. Sha, and Y. L. Song, Colorful Efficient Moire-Perovskite Solar Cells, Adv. Mater. **33**, 2008091 (2021).
[55]C. Guo, Y. Guo, B. Lou, and S. Fan, Wide wavelength-tunable narrow-band thermal radiation from moiré patterns, Appl. Phys. Lett. **118**, 131111 (2021).
[56]S. S. Sunku, G. X. Ni, B. Y. Jiang, H. Yoo, A. Sternbach, A. S. McLeod, T. Stauber, L. Xiong, T. Taniguchi, K. Watanabe *et al.*, \ Photonic crystals for nano-light in moire graphene superlattices, Science **362**, 1153 (2018).

[57] Q. Zhang, G. W. Hu, W. L. Ma, P. N. Li, A. Krasnok, R. Hillenbrand, A. Alu, and C. W. Qiu, Interface nano-optics with van der Waals polaritons, Nature **597**, 187 (2021).
[58] M. Renuka, X. Lin, Z. J. Wang, L. Shen, B. Zheng, H. P. Wang, and H. S. Chen, Dispersion engineering of hyperbolic plasmons in bilayer 2D materials, Opt. Lett. **43**, 5737 (2018).
[59] G. W. Hu, A. Krasnok, Y. Mazor, C. W. Qu, and A. Alu, Moire Hyperbolic Metasurfaces, Nano Lett. **20**, 3217 (2020).
[60] M. Chen, X. Lin, T. H. Dinh, Z. Zheng, J. Shen, Q. Ma, H. Chen, P. Jarillo-Herrero, and S. Dai, Configurable phonon polaritons in twisted alpha-MoO3, Nat. Mater. **19**, 1307 (2020).
[61] J. H. Duan, N. Capote-Robayna, J. Taboada-Gutierrez, G. Alvarez-Perez, I. Prieto, J. Martin-Sanchez, A. Y. Nikitin, and P. Alonso-Gonzalez, Twisted Nano-Optics: Manipulating Light at the Nanoscale with Twisted Phonon Polaritonic Slabs, Nano Lett. **20**, 5323 (2020).
[62] G. Hu, Q. Ou, G. Si, Y. Wu, J. Wu, Z. Dai, A. Krasnok, Y. Mazor, Q. Zhang, Q. Bao *et al.*, Topological polaritons and photonic magic angles in twisted alpha-MoO3 bilayers, Nature **582**, 209 (2020).
[63] Z. B. Zheng, F. S. Sun, W. C. Huang, J. Y. Jiang, R. Z. Zhan, Y. L. Ke, H. J. Chen, and S. Z. Deng, Phonon Polaritons in Twisted Double-Layers of Hyperbolic van der Waals Crystals, Nano Lett. **20**, 5301 (2020).
[64] K. C. Dong, T. C. Zhang, J. C. Li, Q. J. Wang, F. Y. Yang, Y. Rho, D. Q. Wang, C. P. Grigoropoulos, J. Q. Wu, and J. Yao, Flat Bands in Magic-Angle Bilayer Photonic Crystals at Small Twists, Phys. Rev. Lett. **126**, 223601 (2021).
[65] B. Lou, N. Zhao, M. Minkov, C. Guo, M. Orenstein, and S. Fan, Theory for Twisted Bilayer Photonic Crystal Slabs, Phys. Rev. Lett. **126**, 136101 (2021).
[66] X. Lin, Z. Liu, T. Stauber, G. Gomez-Santos, F. Gao, H. Chen, B. Zhang, and T. Low, Chiral Plasmons with Twisted Atomic Bilayers, Phys. Rev. Lett. **125**, 077401 (2020).
[67] W. Wang, W. Gao, X. Chen, F. Shi, G. Li, J. Dong, Y. Xiang, and S. Zhang, Moire Fringe Induced Gauge Field in Photonics, Phys. Rev. Lett. **125**, 203901 (2020).
[68] H. F. Wang, S. K. Gupta, X. Y. Zhu, M. H. Lu, X. P. Liu, and Y. F. Chen, Bound states in the continuum in a bilayer photonic crystal with TE-TM cross coupling, Phys. Rev. B **98**, 214101 (2018).
[69] Z. Wu and Y. Zheng, Moiré Chiral Metamaterials, Adv. Opt. Mater. **5**, 1700034 (2017).
[70] Z. Wu, X. Chen, M. Wang, J. Dong, and Y. Zheng, High-Performance Ultrathin Active Chiral Metamaterials, ACS Nano **12**, 5030 (2018).
[71] Z. Wu, Y. Liu, E. H. Hill, and Y. Zheng, Chiral metamaterials via Moire stacking, Nanoscale

**10**, 18096 (2018).
[72]X. Mu and M. Sun, The linear and non-linear optical absorption and asymmetrical electromagnetic interaction in chiral twisted bilayer graphene with hybrid edges, Mater. Today Phys. **14**, 100222 (2020).
[73]N. V. Tepliakov, A. V. Orlov, E. V. Kundelev, and I. D. Rukhlenko, Twisted Bilayer Graphene Quantum Dots for Chiral Nanophotonics, J. Phys. Chem. C **124**, 22704 (2020).
[74]X. Y. Zhang, Y. H. Zhong, T. Low, H. S. Chen, and X. Lin, Emerging chiral optics from chiral interfaces, Phys. Rev. B **103**, 195405 (2021).
[75]T. Stauber, T. Low, and G. Gomez-Santos, Linear response of twisted bilayer graphene: Continuum versus tight-binding models, Phys. Rev. B **98**, 195414 (2018).
[76]L. Brey, T. Stauber, T. Slipchenko, and L. Martin-Moreno, Plasmonic Dirac Cone in Twisted Bilayer Graphene, Phys. Rev. Lett. **125**, 256804 (2020).
[77]Z. L. Wu, X. D. Chen, M. S. Wang, J. W. Dong, and Y. B. Zheng, High-Performance Ultrathin Active Chiral Metamaterials, ACS NANO **12**, 5030 (2018).
[78]X. Lin, Z. F. Liu, T. Stauber, G. Gomez-Santos, F. Gao, H. S. Chen, B. L. Zhang, and T. Low, Chiral Plasmons with Twisted Atomic Bilayers, PHYSICAL REVIEW LETTERS **125**, 077401 (2020).
[79]T. Stauber, T. Low, and G. Gomez-Santos, Plasmon-Enhanced Near-Field Chirality in Twisted van der Waals Heterostructures, Nano Lett. **20**, 8711 (2020).
[80]X. R. Mao, Z. K. Shao, H. Y. Luan, S. L. Wang, and R. M. Ma, Magic-angle lasers in nanostructured moire superlattice, Nat. Nanotechnol. **16**, 1099 (2021).
[81]N. C. H. Hesp, I. Torre, D. Barcons-Ruiz, H. H. Sheinfux, K. Watanabe, T. Taniguchi, R. K. Kumar, and F. H. L. Koppens, Nano-imaging photoresponse in a moire unit cell of minimally twisted bilayer graphene, Nat. Commun. **12**, 1640 (2021).
[82]N. C. H. Hesp, I. Torre, D. Rodan-Legrain, P. Novelli, Y. Cao, S. Carr, S. Fang, P. Stepanov, D. Barcons-Ruiz, H. H. Sheinfux *et al.*, Observation of interband collective excitations in twisted bilayer graphene, Nat. Phys. **17**, 1162 (2021).
[83]S. S. Sunku, D. Halbertal, T. Stauber, S. Chen, A. S. McLeod, A. Rikhter, M. E. Berkowitz, C. F. B. Lo, D. E. Gonzalez-Acevedo, J. C. Hone *et al.*, Hyperbolic enhancement of photocurrent patterns in minimally twisted bilayer graphene, Nat. Commun. **12**, 1641 (2021).
[84]K. Y. Bliokh, D. Smirnova, and F. Nori, Quantum spin Hall effect of light, Science **348**, 1448 (2015).
[85]X. H. Shi, X. Lin, I. Kaminer, F. Gao, Z. J. Yang, J. D. Joannopoulos, M. Soljacic, and B.

L. Zhang, Superlight inverse Doppler effect, Nat. Phys. **14**, 1001 (2018).
[86] X. Lin and B. L. Zhang, Normal Doppler Frequency Shift in Negative Refractive-Index Systems, Laser Photonics Rev. **13**, 1900081 (2019).
[87] X. X. Zhou, X. Lin, Z. C. Xiao, T. Low, A. Alu, B. L. Zhang, and H. D. Sun, Controlling photonic spin Hall effect via exceptional points, Phys. Rev. B **100**, 115429 (2019).
[88] S. X. Li, Z. H. Chen, L. G. Xie, Q. Y. Liao, X. X. Zhou, Y. Chen, and X. Lin, Weak measurements of the waist of an arbitrarily polarized beam via in-plane spin splitting, Opt. Express **29**, 8777 (2021).
[89] F. J. Rodriguez-Fortuno, G. Marino, P. Ginzburg, D. O'Connor, A. Martinez, G. A. Wurtz, and A. V. Zayats, Near-Field Interference for the Unidirectional Excitation of Electromagnetic Guided Modes, Science **340**, 328 (2013).
[90] Y. Y. Jiang, X. Lin, T. Low, B. L. Zhang, and H. S. Chen, Group-Velocity-Controlled and Gate-Tunable Directional Excitation of Polaritons in Graphene-Boron Nitride Heterostructures, Laser Photonics Rev. **12**, 1800049 (2018).
[91] M. F. Picardi, A. V. Zayats, and F. J. Rodriguez-Fortuno, Janus and Huygens Dipoles: Near-Field Directionality Beyond Spin-Momentum Locking, Phys. Rev. Lett. **120**, 117402 (2018).
[92] A. Ciarrocchi, D. Unuchek, A. Avsar, K. Watanabe, T. Taniguchi, and A. Kis, Polarization switching and electrical control of interlayer excitons in two-dimensional van der Waals heterostructures, Nat. Photonics **13**, 131 (2019).
[93] Y. Y. Jiang, X. Lin, and H. S. Chen, Directional Polaritonic Excitation of Circular, Huygens and Janus Dipoles in Graphene-Hexagonal Boron Nitride Heterostructures, Prog. Electromagn. Res. **170**, 169 (2021).
[94] B. Van Duppen, A. Tomadin, A. N. Grigorenko, and M. Polini, Current-induced birefringent absorption and non-reciprocal plasmons in graphene, 2D Mater. **3**, 015011 (2016).
[95] K. Y. Bliokh, F. J. Rodriguez-Fortuno, A. Y. Bekshaev, Y. S. Kivshar, and F. Nori, Electric-current-induced unidirectional propagation of surface plasmon-polaritons, Opt. Lett. **43**, 963 (2018).
[96] T. A. Morgado and M. G. Silveirinha, Drift-Induced Unidirectional Graphene Plasmons, ACS Photonics **5**, 4253 (2018).
[97] M. Papaj and C. Lewandowski, Plasmonic Nonreciprocity Driven by Band Hybridization in Moire Materials, Phys. Rev. Lett. **125**, 066801 (2020).
[98] W. L. Ma, P. Alonso-Gonzalez, S. J. Li, A. Y. Nikitin, J. Yuan, J. Martin-Sanchez, J. Taboada-Gutierrez, I. Amenabar, P. N. Li, S. Velez *et al.*, In-plane anisotropic and ultra-low-

loss polaritons in a natural van der Waals crystal, Nature **562**, 557 (2018).
[99] Z. B. Zheng, J. N. Chen, Y. Wang, X. M. Wang, X. B. Chen, P. Y. Liu, J. B. Xu, W. G. Xie, H. J. Chen, S. Z. Deng *et al.*, Highly Confined and Tunable Hyperbolic Phonon Polaritons in Van Der Waals Semiconducting Transition Metal Oxides, Adv. Mater. **30**, 1705318 (2018).
[100] G. Alvarez-Perez, K. V. Voronin, V. S. Volkov, P. Alonso-Gonzalez, and A. Y. Nikitin, Analytical approximations for the dispersion of electromagnetic modes in slabs of biaxial crystals, Phys. Rev. B **100**, 235408 (2019).
[101] Z. B. Zheng, N. S. Xu, S. L. Oscurato, M. Tamagnone, F. S. Sun, Y. Z. Jiang, Y. L. Ke, J. N. Chen, W. C. Huang, W. L. Wilson *et al.*, A mid-infrared biaxial hyperbolic van der Waals crystal, Sci. Adv. **5**, eaav8690 (2019).
[102] Z. G. Dai, G. W. Hu, G. Y. Si, Q. D. Ou, Q. Zhang, S. Balendhran, F. Rahman, B. Y. Zhang, J. Z. Ou, G. G. Li *et al.*, Edge-oriented and steerable hyperbolic polaritons in anisotropic van der Waals nanocavities, Nat. Commun. **11**, 6086 (2020).
[103] S. A. Dereshgi, T. G. Folland, A. A. Murthy, X. L. Song, I. Tanriover, V. P. Dravid, J. D. Caldwell, and K. Aydin, Lithography-free IR polarization converters via orthogonal in-plane phonons in alpha-MoO3 flakes, Nat. Commun. **11**, 5771 (2020).
[104] J. Duan, G. Alvarez-Perez, A. I. F. Tresguerres-Mata, J. Taboada-Gutierrez, K. V. Voronin, A. Bylinkin, B. Chang, S. Xiao, S. Liu, J. H. Edgar *et al.*, Planar refraction and lensing of highly confined polaritons in anisotropic media, Nat. Commun. **12**, 4325 (2021).
[105] D. X. Nguyen, X. Letartre, E. Drouard, P. Viktorovitch, H. C. Nguyen, and H. S. Nguyen, Magic configurations in moiré superlattice of bilayer photonic crystals: Almost-perfect flatbands and unconventional localization, Phys. Rev. Research **4**, L032031 (2022).
[106] S. Carr, S. Fang, and E. Kaxiras, Electronic-structure methods for twisted moire layers, Nat. Rev. Mater. **5**, 748 (2020).
[107] E. Y. Andrei, D. K. Efetov, P. Jarillo-Herrero, A. H. MacDonald, K. F. Mak, T. Senthil, E. Tutuc, A. Yazdani, and A. F. Young, The marvels of moire materials, Nat. Rev. Mater. **6**, 201 (2021).
[108] W. G. Ouyang, O. Hod, and M. Urbakh, Parity-Dependent Moire Superlattices in Graphene/h-BN Heterostructures: A Route to Mechanomutable Metamaterials, Phys. Rev. Lett. **126**, 216101 (2021).
[109] A. Poddubny, I. Iorsh, P. Belov, and Y. Kivshar, Hyperbolic metamaterials, Nat. Photonics **7**, 948 (2013).
[110] S. Dai, Z. Fei, Q. Ma, A. S. Rodin, M. Wagner, A. S. McLeod, M. K. Liu, W. Gannett,

W. Regan, K. Watanabe *et al.*, Tunable Phonon Polaritons in Atomically Thin van der Waals Crystals of Boron Nitride, Science **343**, 1125 (2014).

[111] T. Galfsky, J. Gu, E. E. Narimanov, and V. M. Menon, Photonic hypercrystals for control of light-matter interactions, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **114**, 5125 (2017).

[112] C. Wang, C. Qian, H. Hu, L. Shen, Z. J. Wang, H. P. Wang, Z. W. Xu, B. L. Zhang, H. S. Chen, and X. Lin, Superscattering of Light in Refractive-Index Near-Zero Environments, Prog. Electromagn. Res. **168**, 15 (2020).

[113] X. Lin, Y. Yang, N. Rivera, J. J. Lopez, Y. C. Shen, I. Kaminer, H. S. Chen, B. L. Zhang, J. D. Joannopoulos, and M. Soljacic, All-angle negative refraction of highly squeezed plasmon and phonon polaritons in graphene-boron nitride heterostructures, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **114**, 6717 (2017).

[114] L. Shen, X. Lin, M. Shalaginov, T. Low, X. M. Zhang, B. L. Zhang, and H. S. Chen, Broadband enhancement of on-chip single-photon extraction via tilted hyperbolic metamaterials, APPLIED PHYSICS REVIEWS **7**, 021403 (2020).

[115] J. B. Pendry, A chiral route to negative refraction, Science **306**, 1353 (2004).

[116] J. K. Gansel, M. Thiel, M. S. Rill, M. Decker, K. Bade, V. Saile, G. von Freymann, S. Linden, and M. Wegener, Gold Helix Photonic Metamaterial as Broadband Circular Polarizer, Science **325**, 1513 (2009).

[117] N. Liu, H. Liu, S. N. Zhu, and H. Giessen, Stereometamaterials, Nat. Photonics **3**, 157 (2009).

[118] S. Zhang, J. F. Zhou, Y. S. Park, J. Rho, R. Singh, S. Nam, A. K. Azad, H. T. Chen, X. B. Yin, A. J. Taylor *et al.*, Photoinduced handedness switching in terahertz chiral metamolecules, Nat. Commun. **3**, 942 (2012).

[119] Y. Zhao, M. A. Belkin, and A. Alu, Twisted optical metamaterials for planarized ultrathin broadband circular polarizers, Nat. Commun. **3**, 870 (2012).

[120] J. Yeom, B. Yeom, H. Chan, K. W. Smith, S. Dominguez-Medina, J. H. Bahng, G. P. Zhao, W. S. Chang, S. J. Chang, A. Chuvilin *et al.*, Chiral templating of self-assembling nanostructures by circularly polarized light, Nat. Mater. **14**, 66 (2015).

[121] D. Ayuso, O. Neufeld, A. F. Ordonez, P. Decleva, G. Lerner, O. Cohen, M. Ivanov, and O. Smirnova, Synthetic chiral light for efficient control of chiral light-matter interaction, Nat. Photonics **13**, 866 (2019).

[122] G. W. Hu, X. M. Hong, K. Wang, J. Wu, H. X. Xu, W. C. Zhao, W. W. Liu, S. Zhang, F. Garcia-Vidal, B. Wang *et al.*, Coherent steering of nonlinear chiral valley photons with a

synthetic Au-WS2 metasurface, Nat. Photonics **13**, 467 (2019).

[123] H. W. Jia, R. X. Zhang, W. L. Gao, Q. H. Guo, B. Yang, J. Hu, Y. G. Bi, Y. J. Xiang, C. X. Liu, and S. Zhang, Observation of chiral zero mode in inhomogeneous three-dimensional Weyl metamaterials, Science **363**, 148 (2019).

[124] A. Kuzyk, R. Schreiber, Z. Y. Fan, G. Pardatscher, E. M. Roller, A. Hogele, F. C. Simmel, A. O. Govorov, and T. Liedl, DNA-based self-assembly of chiral plasmonic nanostructures with tailored optical response, Nature **483**, 311 (2012).

[125] B. Yeom, H. N. Zhang, H. Zhang, J. I. Park, K. Kim, A. O. Govorov, and N. A. Kotov, Chiral Plasmonic Nanostructures on Achiral Nanopillars, Nano Lett. **13**, 5277 (2013).

[126] X. H. Yin, M. Schaferling, A. K. U. Michel, A. Tittl, M. Wuttig, T. Taubner, and H. Giessen, Active Chiral Plasmonics, Nano Lett. **15**, 4255 (2015).

[127] M. Hentschel, M. Schaferling, X. Y. Duan, H. Giessen, and N. Liu, Chiral plasmonics, Sci. Adv. **3**, e1602735 (2017).

[128] H. E. Lee, H. Y. Ahn, J. Mun, Y. Y. Lee, M. Kim, N. H. Cho, K. Chang, W. S. Kim, J. Rho, and K. T. Nam, Amino-acid- and peptide-directed synthesis of chiral plasmonic gold nanoparticles, Nature **556**, 360 (2018).

# 第二章 在莫尔超晶格中使用莫尔球调控过渡能带

## 2.1 引言

莫尔超晶格是指两个相同或者相似周期结构（称子晶格）重叠时存在转角，形成的复合结构[1]。近些年来，在扭转双层石墨烯中发现在所谓的“魔角”处，其能带结构在费米面附近呈现为平带，并出现非平凡的拓扑相[2-4]。此外，双层石墨烯还展现出 Mott 绝缘相和超导相等有趣的物理现象[5-9]。与此同时，莫尔超晶格带来了异乎寻常的物理现象。包括分数陈绝缘子[10]，莫尔激子[11]，具有竞争周期性的莫尔超晶格[12]。

另一方面，莫尔超晶格也在光子系统中引入了有趣的物理效应[1,13,14]。特别是，莫尔条纹已应用于金属表面以调制等离子体色散和群速度[13]。在二维光子莫尔超晶格中，实验上实现了光的局域化-退局域化转变[15]。在α相三氧化钼(α-$MoO_3$)双层中实现了可调谐的拓扑转变和声子极化子[16,17]。光子莫尔超晶格中的扭转角度控制光孤子的形成[18,19]，而纳米结构莫尔超晶格中的魔角激光器表现出显著优异的性能[20]。最近，小角度扭转双层蜂窝光子晶格的耦合模理论揭示了费米子和玻色子莫尔系统之间的对应关系[21]。此外，在双层光子莫尔超晶格中还发现了所谓“魔距”[22]。同时，在光子莫尔超晶格系统中，慢光、非线性效应、手性等离子体、热发射器和滤波器各方面都展现出优异的性能[21,23]。扭转双层光子结构的主要吸引力就在于它们的光学性质强烈依赖于扭转角。然而目前为止，在大多数研究报道中，莫尔超晶格的能带结构都是通过单一的扭转角来调节的。单个扭转角的自由度非常有限。在大多数莫尔结构中，通过调节单个扭转角来发现有趣的物理性质是困难的。幸运的是，合成参数可以让我们在高维度的合成空间中探索更有趣的物理现象[24-32]，受到这种方法的启发，我们将引入人工合成扭转角到莫尔系统中。

同时，到目前为止，在大多数报道的研究中，光子莫尔超晶格调控群速度的研究还局限于理论方面，对光脉冲延迟研究还不够全面，非线性现象还缺少直接的观察，莫尔超晶格在光信息的操纵和处理的应用依然存在许多障碍。本文中，我们通过引入人工维度的方法，提出了一种应用两个人工合成转角来调控光子莫尔超晶格能带结构的方法，因此，我们有更多的自由度去调控能带结构。我们的结果显示，不像一般的扭转光子莫尔超晶格只有一个魔角，我们的结构由两个人工合成转角(α, γ)共同决定，

进一步通过两个人工合成转角(α, γ)压缩过渡能带使其平坦化，并提供了测量这种光子莫尔超晶格平坦化能带上群速度的一种方法，我们可以观察到激光脉冲延迟，以及由平坦化能带导致的光学非线性效应增强的现象和负群速度色散导致的脉冲压缩现象。进一步我们探索了使得过渡能带平坦化的合成角度γ的最佳取值。我们的结果揭示了光子莫尔超晶格在光学领域有着广泛的应用前景，包括，光子集成电路，光信号控制和光-物质相互作用。

## 2.2 光子莫尔超晶格的构造

首先，让我们考虑最简单的一种两个介质等厚度交替排列的简单光子晶体，它们的折射率分别是 $n_a$ 和 $n_b$。我们可以采用正弦函数表征这种介质交替等间距的光子晶体结构。

$$V_{\Lambda}(z) = \sin(\frac{2\pi}{\Lambda} z + \frac{\pi}{2}) \tag{2.1}$$

，这里 $\Lambda$ 是光子晶体周期长度，$z$ 是实空间的周期方向。在 $V_{\Lambda}(z) > 0$ 的空间位置，表示光学材料 a，折射率分布是 $n_{\Lambda}(z) = n_a$，在 $V_{\Lambda}(z) < 0$ 的位置，表示光学材料 b，折射率分布是 $n_{\Lambda}(z) = n_b$。为了说明我们的光子莫尔超晶格，我们考虑一个由两个不同周期的简单光子晶格组成的一维超晶格。两个不同周期的简单光子晶格周期分别是，$\Lambda_1$ 和 $\Lambda_2$，则光子莫尔超晶格可以被表示为

$$P_{\Lambda}(z) = \sin^2 \frac{\gamma}{2} \cdot V_{\Lambda_1}(z) + \cos^2 \frac{\gamma}{2} \cdot V_{\Lambda_2}(z) \tag{2.2}$$

，这里 $\gamma \in (0, 180°)$ 并且 $V_{\Lambda_1}(z)$，$V_{\Lambda_2}(z)$ 是简单光子晶体的结构函数，$P_{\Lambda}(z)$ 是组合后的光子莫尔超晶格的结构函数，折射率分布的对应关系与前文一致，在空间坐标处 $P_{\Lambda}(z) > 0$ 的位置处，表示光学材料 a，折射率分布函数 $n_{\Lambda}(z) = n_a$，当空间坐标处 $P_{\Lambda}(z) < 0$ 的位置处，表示光学材料 b，$n_{\Lambda}(z) = n_b$。一般来说，$\Lambda_1$ 和 $\Lambda_2$ 是可以连续变化的，可以取任何值。当 $\Lambda_1$ 和 $\Lambda_2$ 是不公度的时候，这个光子莫尔超晶格是非周期的，并且不能通过布洛赫理论得到对应的能带。因此，在这项工作中，我们仅考虑 $\Lambda_1$ 和 $\Lambda_2$ 是公度的情况，即可以表示为 $\Lambda_1 / \Lambda_2 = \mathrm{m} / \mathrm{n}$，这里 m, n 都是正整数。那么此时光子莫尔

超晶格的周期就是$\Lambda = n\Lambda_1 = m\Lambda_2$。如果$\Lambda_1$和$\Lambda_2$成比例同时变化，$\Lambda_1 / \Lambda_2$保持不变，那么光子莫尔超晶格的能带仅仅是波长上的移动，其能带的基本结构是不变的。因此，光子莫尔超晶格的能带构型主要决定于比率 m/n。在这里，我们可以定义人工合成转角 α=8×arctan(m/n)。α 在调节光子莫尔超晶格能带结构上扮演着非常重要的角色。在图

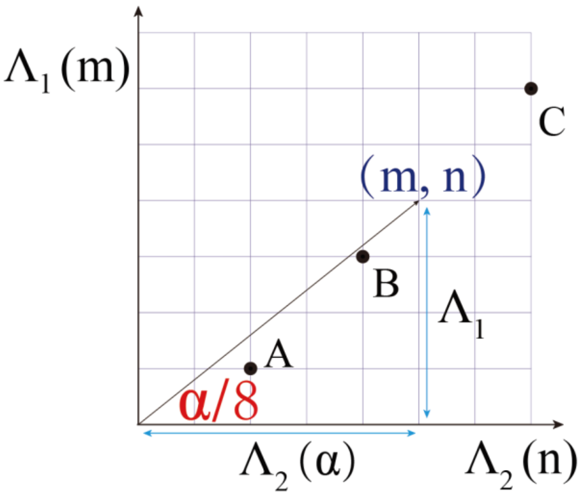


图 2.1 人工合成转角 α 在参数空间($\Lambda_1$, $\Lambda_2$)的图像几何表示。两个坐标轴分别是 $\Lambda_1$, $\Lambda_2$ 或者是 m, n。蓝色网格的格点代表正整数值。黑色的箭头直线与 $\Lambda_2$ 轴的夹角是 α/8。直线经过格点(m, n)，则认为 α/8 表示的莫尔超晶格是周期的，并且这个莫尔超晶格是由两个周期公度的简单光子晶体构成，周期比是 $\Lambda_1/\Lambda_2$=m/n。A, B, C 分别是实验样品对应的格点位置。

2.1 中，α 在参数空间$(\Lambda_1,\Lambda_2)$中，可视化地被展示成为一个人工合成转角。经过格点(m, n)的直线与$\Lambda_2$轴的夹角是 α/8，这个对应的夹角就表示一个周期的光子莫尔超晶格可以使用布洛赫理论计算相应能带，反之，与$\Lambda_2$轴的夹角是 α/8 的直线如果没有经过任何格点就代表着，这个夹角对应的光子莫尔超晶格是非周期的。

同时，公式(2.2)中，γ 可以在参数空间$(V_{\Lambda_1}(z),V_{\Lambda_2}(z))$中表示成人工合成转角。这个参数空间是由两个简单光子晶体的结构函数$V_{\Lambda_1}(z)$和$V_{\Lambda_2}(z)$作为两个维度构成的。如图 2.2 所示，γ/2 可以表示为人工合成参数空间的空间转角，图中用红色字母表示。

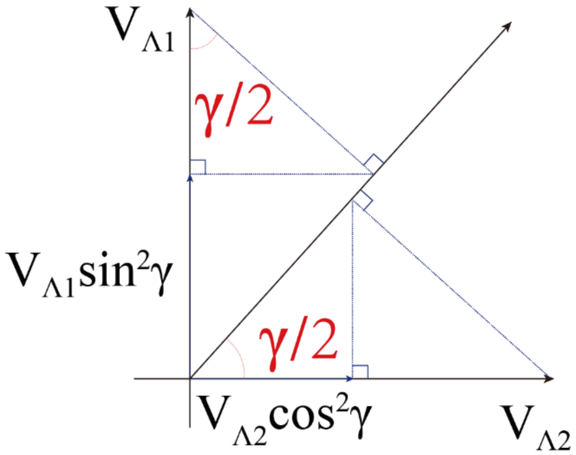


图 2.2 人工合成转角 γ 在参数空间$(V_{\Lambda_1}(z), V_{\Lambda_2}(z))$的图像几何表示。两个坐标轴分别是$V_{\Lambda_1}(z)$和$V_{\Lambda_2}(z)$。黑色的箭头直线与$V_{\Lambda_2}(z)$轴的夹角是 γ/2。$V_{\Lambda_1}(z)$和$V_{\Lambda_2}(z)$可以分别向该直线进行一次正弦投影和余弦投影，得到的分别是$\sin\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_1}(z)$和$\cos\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_2}(z)$，再分别向$V_{\Lambda_1}(z)$和$V_{\Lambda_2}(z)$进行第二次正弦投影和余弦投影得到$\sin^2\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_1}(z)$和$\cos^2\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_2}(z)$，$\cos^2\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_2}(z)$，$\sin^2\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_1}(z)$之和就是公式(2.2)。γ/2 可以衡量组成光学莫尔超晶格的两个初始简单光子晶体占光学莫尔超晶格的比重。

$\sin^2\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_1}(z)$和$\cos^2\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_2}(z)$可以通过两次三角变换得到。基矢$V_{\Lambda_2}(z)$向以夹角为 γ/2 的直线作余弦投影可以得到$\cos\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_2}(z)$，然后再向基矢$V_{\Lambda_2}(z)$作第二次余弦投影可以得到$\cos^2\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_2}(z)$。同时，基矢$V_{\Lambda_1}(z)$向以夹角为 γ/2 的直线作正弦投影可以得到$\sin\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_1}(z)$，然后再向基矢$V_{\Lambda_1}(z)$作第二次正弦投影可以得到$\sin^2\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_1}(z)$。公式(2.2)就是这两个二次投影$\cos^2\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_2}(z)$，$\sin^2\frac{\gamma}{2}\cdot V_{\Lambda_1}(z)$之和。因此，γ/2 可以表示组成光子莫尔超晶格的两个初始光子晶体$(V_{\Lambda_1}(z), V_{\Lambda_2}(z))$在光子莫尔超晶格中的占比。值得说明的

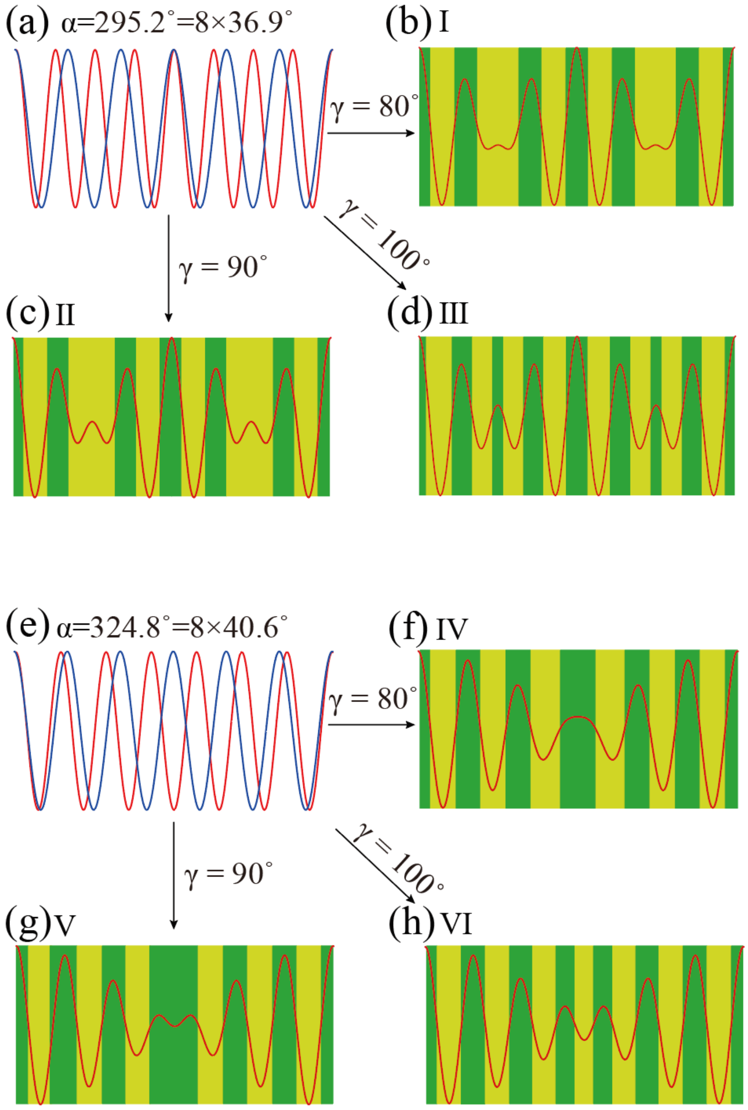


图 2.3 (a)中红线和蓝线分别是 α=295.2°对应的两个简单光子晶体结构函数的示意图。(b)是在 α=295.2°时 γ=80°时组成的光学莫尔超晶格，红色曲线是光学莫尔超晶格的结构函数。(c)是在 α=295.2°时 γ=90°时组成的光学莫尔超晶格，红色曲线是光学莫尔超晶格的结构函数。(d)是在 α=295.2°时 γ=100°时组成的光学莫尔超晶格，红色曲线是光学莫尔超晶格的结构函数。(e)中红线和蓝线分别是 α=324.8°对应的两个简单光子晶体结构函数的示意图。(f)是在 α=324.8°时 γ=80°时组成的光学莫尔超晶格，红色曲线是光学莫尔超晶格的结构函数。(g)是在 α=324.8°时 γ=90°时组成的光学莫尔超晶格，红色曲线是光学莫尔超晶格的结构函数。(h)是在 α=324.8°时 γ=100°时组成的光学莫尔超晶格，红色曲线是光学莫尔超晶格的结构函数。

是，通过我们提出的这种莫尔超晶格的设计方法，我们可以设计六个光子莫尔超晶格作为例子，它们都可以通过 α 和 γ 来确定。对于 α=295.2°和 α=324.8°，它们分别对应着两组 $V_{\Lambda_1}(z)$ 和 $V_{\Lambda_2}(z)$，它们的示意图分别表示在图 2.3(a)和(e)。当 α=295.2°时，γ=80°, 90°和 100°的光子莫尔超晶格的结构函数及其对应结构，分别如图 2.3(b, c, d)。当 α=324.8°时，γ=80°, 90°和 100°的光子莫尔超晶格的结构函数及其对应结构，分别如图 2.3(f, g, h)。红色曲线表示对应的结构函数 $P_{\Lambda}(z)$，黄色和绿色区域表示不同的材料分布。

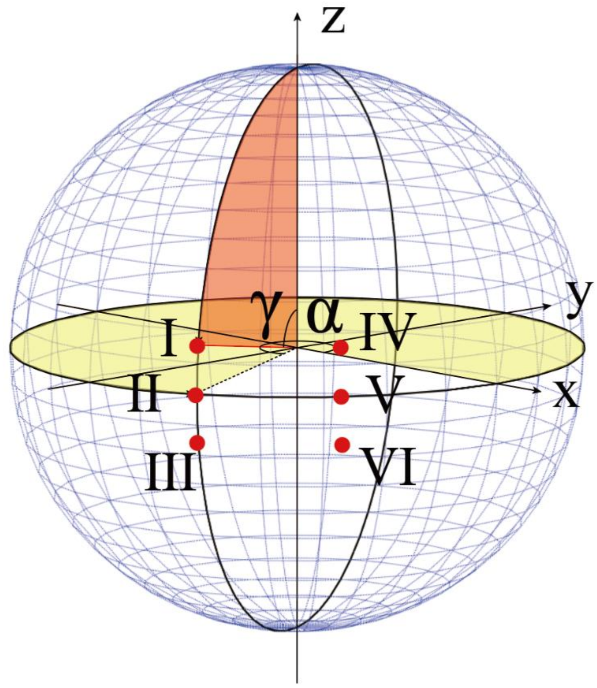


图 2.4 莫尔球示意图。蓝色网格球面由 α 和 γ 两个角度坐标确定。α 表示水平面上与 x 轴的夹角（黄色面是 α 扫过的区域），γ 可以表示为与 z 轴的夹角（红色面是 γ 扫过的区域）。球面上的点I、II、III、VI、V、VI的坐标分别是(295.2°, 80°)、(295.2°, 90°)、(295.2°, 100°)、(324.8°, 80°)、(324.8°, 90°)、(324.8°, 100°)。这六个点对应的光学莫尔超晶格结构图分别如图 2.3(b)(c)(d)(f)(g)(h)所示。

事实上，我们设计的光子莫尔超晶格可以非常好的被两个人工合成转角(α, γ)定义并表示。因此，我们可以通过人工合成转角(α, γ)两个构造一个二维的人工合成参数空间，如图 2.4 所示。在图 2.4 中，球面上有两个空间自由度，分别由 α 和 γ 决定。角度 α 可以表示水平面上与 x 轴的夹角（黄色面是 α 扫过的面积）。角度 γ 可以表示为与 z 轴的夹角（红色面是 γ 扫过的面积）。通过这种方法我们设计的光子莫尔超晶格可以很好

的在球面上表示。这里我们称这个人工合成的参数球面为莫尔球。莫尔球上任意一点都对应一个光子莫尔超晶格。由于莫尔球的定义，我们可以很方便地将我们之前设计的莫尔超晶格结构展示在莫尔球上。如图 2.4 上的红点I、II、III、VI、V、VI，它们是上文中设计的六个光子莫尔超晶格，对应着图 2.3(b)(c)(d)(f)(g)(h)中所示的光子莫尔超晶格结构及其结构函数。

通过我们设计的莫尔球，这个人工合成的维度空间，我们可以更方便地探索人工合成维度尤其是两个人工合成维度共同引发的物理现象。那些特殊的人工合成的转角对将会在莫尔球面上留下轨迹，方便研究者探索相关的物理规律。

## 2.3 人工合成转角对光子莫尔超晶格能带的调控

为了分析人工合成转角(α, γ)对光子莫尔超晶格能带的影响，我们通过转移矩阵计算在不同人工合成转角(α, γ)情况下光子莫尔超晶格的能带结构。假设我们的一维莫尔超晶格一个原胞中有 N 层介质，其中两种不同介质材料交替排列，每层厚度分别为 $h_1$、$h_2$、$h_3$、…$h_N$，每层界面处坐标为 0、$z_1$、$z_2$、$z_3$、…$z_N$=Λ。第 i 层电介质层电场可以写成

$$\mathbf{E}^{\mathrm{i}}(y,z,t)=(A_M^{\mathrm{i}}e^{jk_z\tilde{z}}+B_M^{\mathrm{i}}e^{jk_z\tilde{z}})e^{j(k_y y-\omega t)} \tag{2.3}$$

，其中 $0\le\tilde{\mathrm{z}}\le\Lambda$，$\mathrm{z}=\tilde{\mathrm{z}}+M\Lambda$，$A_M^{\mathrm{i}}$ 和 $B_M^{\mathrm{i}}$ 分别是第 $M$ 个周期的第 i 个介质层的入射电场的复振幅和反射电场的复振幅。由于我们定义晶格的周期方向为 z 方向，所以波矢 $k_y$ 是常数与电介质变化无关，$k_z$ 分量与电介质有关，当 $0\le\tilde{\mathrm{z}}\le\mathrm{h}_1$ 时，$k_z=k_{\mathrm{z}}^1$，当 $0\le\tilde{\mathrm{z}}\le\mathrm{h}_2$ 时，$k_z=k_{\mathrm{z}}^2$，当 $0\le\tilde{\mathrm{z}}\le\mathrm{h}_{\mathrm{i}}$ 时，$k_z=k_{\mathrm{z}}^{\mathrm{i}}$，当 $0\le\tilde{\mathrm{z}}\le\mathrm{h}_{\mathrm{N}}$ 时，$k_z=k_{\mathrm{z}}^{\mathrm{N}}$。并且 $k_y$ 和 $k_z$ 的关系是 $(k_y)^2+(k_z)^2=(\frac{n_{\mathrm{i}}\omega}{c})^2$。

由麦克斯韦方程组可知，在两种电介质的界面处，电场的切向分量连续，在第 i 个界面处有，

$$\mathbf{E}^{\mathrm{i}}(y,z_{\mathrm{i}}+M\Lambda,t)=\mathbf{E}^{\mathrm{i}+1}(y,z_{\mathrm{i}}+M\Lambda,t)$$

，则有

$$(A_M^{\mathrm{i}}e^{jk_z^{\mathrm{i}}z_{\mathrm{i}}}+B_M^{\mathrm{i}}e^{-jk_z^{\mathrm{i}}z_{\mathrm{i}}})=(A_M^{\mathrm{i}+1}e^{jk_z^{\mathrm{i}+1}z_{\mathrm{i}}}+B_M^{\mathrm{i}+1}e^{-jk_z^{\mathrm{i}+1}z_{\mathrm{i}}}) \tag{2.4}$$

由磁场的切向分量连续，在第 i 个界面处有，

$$\mathbf{H}^{\mathrm{i}}(y,z_{\mathrm{i}}+M\Lambda,t)=\mathbf{H}^{\mathrm{i}+1}(y,z_{\mathrm{i}}+M\Lambda,t)$$

，则有

$$\frac{\partial}{\partial z}\mathbf{E}^{\mathrm{i}}(y,z_{\mathrm{i}}+M\Lambda,t)=\frac{\partial}{\partial z}\mathbf{E}^{\mathrm{i}+1}(y,z_{\mathrm{i}}+M\Lambda,t) \tag{2.5}$$

，即

$$k_z^{\mathrm{i}}(A_M^{\mathrm{i}}e^{jk_z^{\mathrm{i}}z_{\mathrm{i}}}-B_M^{\mathrm{i}}e^{-jk_z^{\mathrm{i}}z_{\mathrm{i}}})=k_z^{\mathrm{i}+1}(A_M^{\mathrm{i}+1}e^{jk_z^{\mathrm{i}+1}z_{\mathrm{i}}}-B_M^{\mathrm{i}+1}e^{-jk_z^{\mathrm{i}+1}z_{\mathrm{i}}})$$

现在我们可以把等式(2.4)和(2.5)写成矩阵的形式：

$$\begin{pmatrix} e^{jk_z^{\mathrm{i}}z_{\mathrm{i}}} & e^{-jk_z^{\mathrm{i}}z_{\mathrm{i}}} \\ k_z^{\mathrm{i}}e^{jk_z^{\mathrm{i}}z_{\mathrm{i}}} & -k_z^{\mathrm{i}}e^{-jk_z^{\mathrm{i}}z_{\mathrm{i}}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_M^{\mathrm{i}} \\ B_M^{\mathrm{i}} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} e^{jk_z^{\mathrm{i}+1}z_{\mathrm{i}}} & e^{-jk_z^{\mathrm{i}+1}z_{\mathrm{i}}} \\ k_z^{\mathrm{i}+1}e^{jk_z^{\mathrm{i}+1}z_{\mathrm{i}}} & -k_z^{\mathrm{i}+1}e^{-jk_z^{\mathrm{i}+1}z_{\mathrm{i}}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_M^{\mathrm{i}+1} \\ B_M^{\mathrm{i}+1} \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

，则 N 个界面处就有以上 N 这个样的矩阵等式。

这里我们设矩阵形式 $M(K,z)=\begin{pmatrix} e^{jKz} & e^{-jKz} \\ ke^{jKz} & -ke^{-jKz} \end{pmatrix}$， $W_M^{\mathrm{i}}=\begin{pmatrix} A_M^{\mathrm{i}} \\ B_M^{\mathrm{i}} \end{pmatrix}$

则对于一个莫尔超晶格原胞有方程组：

$$\begin{aligned} &M(k_z^1,z_1)W_M^1=M(k_z^2,z_1)W_M^2 \\ &M(k_z^2,z_2)W_M^2=M(k_z^3,z_2)W_M^3 \\ &\cdots \\ &M(k_z^{\mathrm{i}},z_{\mathrm{i}})W_M^{\mathrm{i}}=M(k_z^{\mathrm{i}+1},z_{\mathrm{i}})W_M^{\mathrm{i}+1} \\ &\cdots \\ &M(k_z^{\mathrm{N}},z_{\mathrm{N}})W_M^{\mathrm{N}}=M(k_z^1,0)W_{M+1}^1 \end{aligned} \tag{2.7}$$

整理得到

$$W_{M+1}^1=TW_M^1 \tag{2.8}$$

，其中 $T=M^{-1}(k_z^1,0)M(k_z^1,z_{\mathrm{N}})M^{-1}(k_z^2,z_1)M(k_z^1,z_1)...M^{-1}(k_z^{\mathrm{i}+1},z_{\mathrm{i}})M(k_z^{\mathrm{i}},z_{\mathrm{i}})...$ 是 2×2 矩阵。通过矩阵等式可以计算光子莫尔超晶格的透射和反射，如果在传播过程中不考虑光的吸收和产生，可以得到转移矩阵满足 $\det(T)=1$。

由于我们的光子莫尔超晶格是周期性的，考虑布洛赫定理可得

$$e^{jk\Lambda}\begin{pmatrix} A_M^{\mathrm{i}} \\ B_M^{\mathrm{i}} \end{pmatrix}=T\begin{pmatrix} A_M^{\mathrm{i}} \\ B_M^{\mathrm{i}} \end{pmatrix},$$

其中 $k$ 是布洛赫波矢，这个方程有非零解的充分必要条件是行列式等于零。即

$$\begin{vmatrix} T_{11}-e^{jk\Lambda} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22}-e^{jk\Lambda} \end{vmatrix}=0,$$

由此解出得：

$$e^{jk\Lambda}=\frac{1}{2}(T_{11}+T_{22}\pm\sqrt{(T_{11}+T_{22})^2-4(\det T)}) \tag{2.9}$$

由等式 $k$ 与 ω 之间的关系就是光子莫尔超晶格的能带结构。之后，我们使用 matlab 根据公式(2.9)求解得出光子莫尔超晶格的能带，由于我们的光子莫尔超晶格结构较为复杂，我们对公式(2.9)右侧的表达式进行频率扫描得到数值，再求得对应的 $k$ 的实数解可以简化公式(2.9)的求解复杂度。

### 2.3.1 人工合成转角 α 对光子莫尔超晶格能带的调控

我们以 α=237.6°=8×arctan(4/7)，即 $\Lambda=7\Lambda_1=4\Lambda_2$ 情况下的光子莫尔超晶格为例分析能带的变化，研究在 $0<\gamma<180°$ 且选取布里渊区范围是 $\left(0,\frac{2\pi}{\Lambda}\right)$ 的能带结构变化。图 2.5(a)对应的是在 γ = 0 时的能带结构，晶格对应的是周期为 $\Lambda_2$ 的最简单的光子晶格。

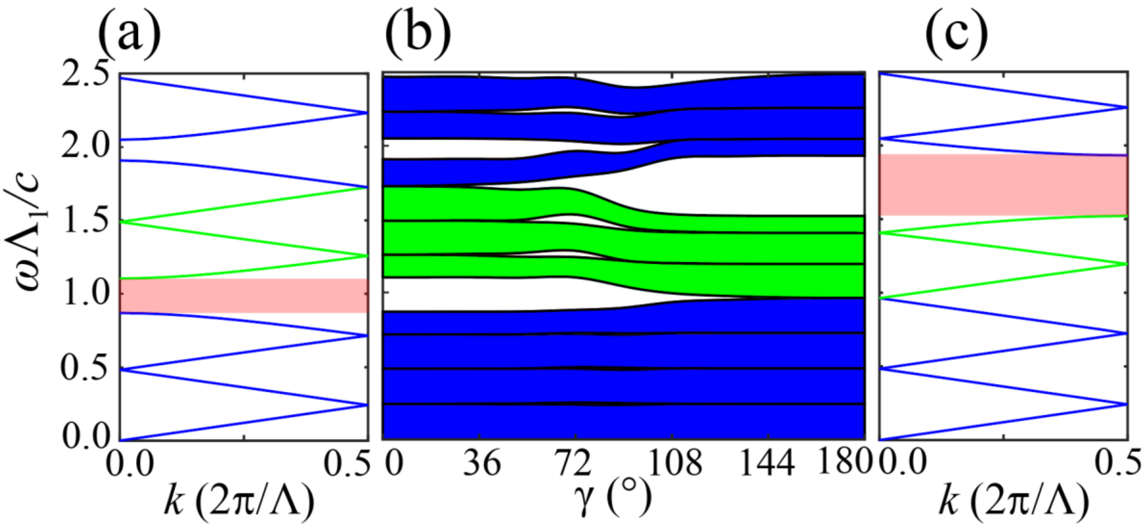


图 2.5 (a) 在 α=237.6°，γ=0°的光学莫尔超晶格的能带结构，也是周期为$\Lambda_2$的光子晶体的能带结构。红色区域表示第一条禁带，其上方的绿色能带是过渡能带。(b) 在 α=237.6°时，光学莫尔超晶格的能带结构随 γ 变化的相图，绿色能带发生了由高频到低频的转移。(c) 在 α=237.6°，γ=180°的光学莫尔超晶格的能带结构，也是周期为 $\Lambda_1$ 的光子晶体的能带结构。红色区域表示第一条禁带，其下方的绿色能带是过渡能带。

因此，当布里渊区选取为$\left(0,\dfrac{2\pi}{\Lambda}\right)$，这里$\Lambda=4\Lambda_2$。光子晶体第一条（红色阴影下方）能带折叠了 4 次。相似地，在图 2.5(c)中，当 γ = 180°时，超晶格变化到周期为$\Lambda_1$ ($\Lambda=7\Lambda_1$)的简单光子晶格，并且第一条能带（红色阴影下方）折叠了 7 次。当γ取值远离 γ = 0 或者 γ = 180°时，结构是一个周期为Λ，布里渊区边界带隙被打开的光子莫尔超晶格结构。图 2.5(b)展示了 0 < γ < 180°，光子能带结构的变化。有趣的是，可以容易地看出随着γ由 0 增大到 180°三条能带由高频带转移到了低频带，三条转移的能带在图中用绿色标出。这三条能带（绿色）从在图 2.5(a)(γ = 0)时，在第一条带隙（红色）上方，转移到了在图 2.5(c) (γ = 180°)时，在第一条带隙（红色标出）下方。这里，我们称这种能带为过渡能带。

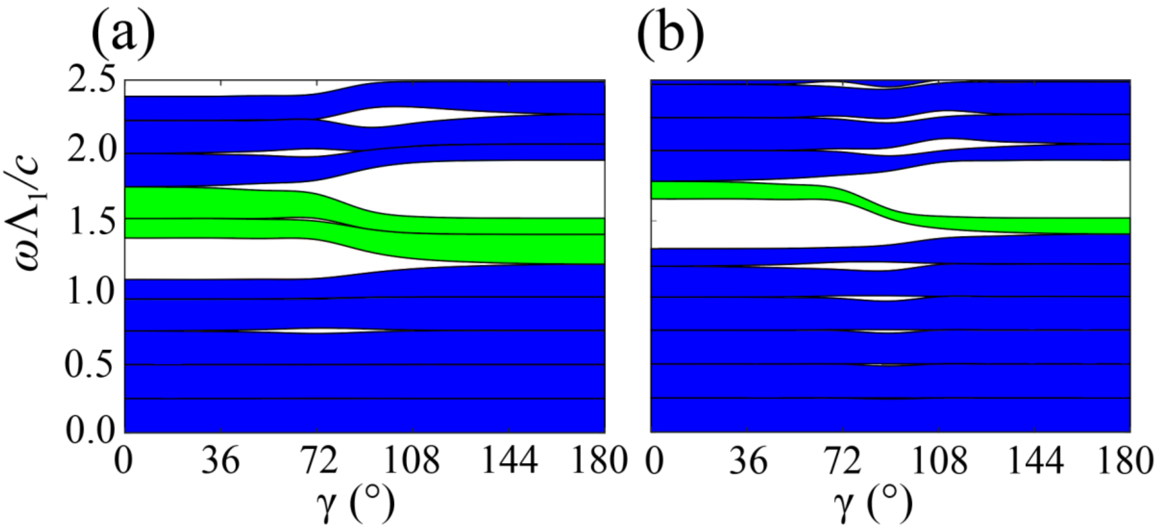


图 2.6 (a) 在 α=284°时，光学莫尔超晶格的能带结构随γ变化的相图，绿色能带发生了由高频到低频的转移。(b) 在 α=324.8°时，光学莫尔超晶格的能带结构随 γ 变化的相图，绿色能带发生了由高频到低频的转移。

此外，便于对比，我们还计算了 α=284°=8×arctan(5/7) (m=5, n=7) 和 α=324.8°=8×arctan(6/7) (m=6, n=7)莫尔超晶格的光子能带图，如图 2.6。结果显示，α=284°=8×arctan(5/7)的莫尔超晶格有两条过渡能带，α=324.8°=8×arctan(6/7)的莫尔超晶格有一条过渡能带。明显地，从γ变化的能带相图中，可以很容易理解，由于两侧能带折叠过渡能带的数目由|n-m|的值决定。值得强调的是，对于|n-m|>1 的情况，几条过渡

能带彼此非常接近，如果实验样品长度不够长，光谱很容易混合在一起。但是，对于|n-m|=1 的情况，我们可以获得单一并且孤立的过渡能带，即使尺寸小的样品，过渡能带的带宽也有着较小的展宽。因此，孤立单一的过渡能带更加有实际的效用，接下来我们的研究主要关注于|n-m|=1 的情况。

### 2.3.2 人工合成转角 γ 对光子莫尔超晶格能带的调控

基于上文的讨论，我们发现过渡能带的随着 γ 发生变化。为了量化人工合成角度 γ 对过渡能带带宽的影响，我们在过渡能带上定义压缩系数 $g=\frac{band(\gamma=180°)}{band(\gamma)}$，这里 *band*(γ)是指在人工合成转角为 γ 时过渡能带的宽度。明显地，*g* 值越大过渡能带的宽度就越窄。图 2.7(a)是 α=324.8°=8×arctan(6/7) (m = 6, n = 7)的光子莫尔超晶格能带随人工合转角 γ 演化的三维图。其中莫尔超晶格的过渡能带使用绿色的平面展示演化过程。2.7（b）给出了三维能带图在(ω, γ)的投影，可以看到在 γ 的变化过程中，过渡能带的宽度在中间有变窄的趋势。

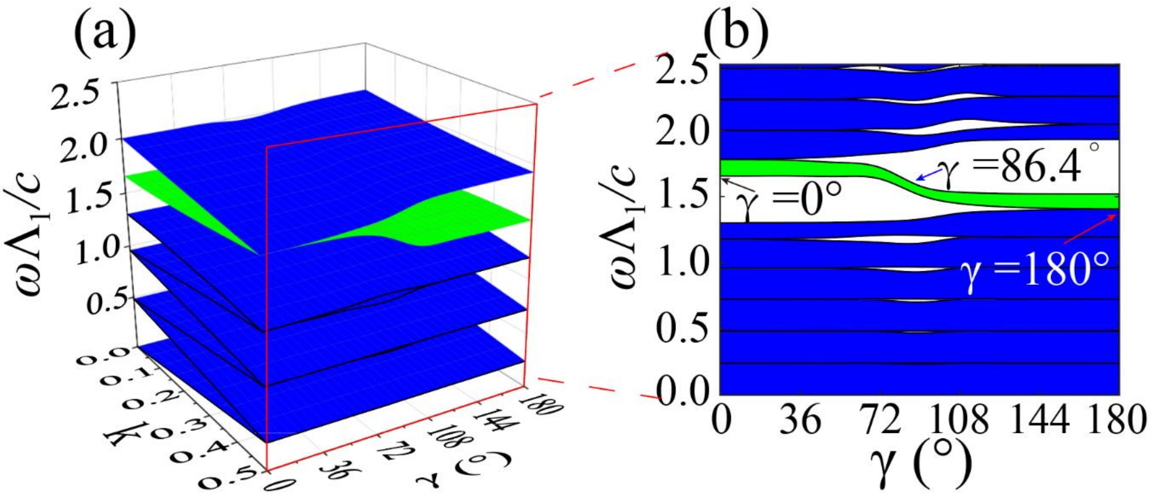


图 2.7 (a) 在 α=324.8°时，光学莫尔超晶格的能带结构随 γ 变化的三维相图，绿色能带发生了由高频到低频的转移。(b) 是图(a)在红色框内的投影图，在 α=324.8°时，光学莫尔超晶格的能带结构随 γ 变化的二维相图，绿色能带发生了由高频到低频的转移。

为了更清楚地说明，我们在图 2.8(a)中绘制了过渡能带上压缩系数 *g* 随着 γ 的变化。当 γ=86.4°时，压缩系数 *g* 达到最大值，过渡能带的宽度达到最小值。我们在图 3 中对

比了过渡能带在 $\gamma=0$，86.4°，180°时，三条色散能带，其中，$\gamma=86.4°$的过渡能带用点表示。明显地，当 $\gamma=86.4°$时，过渡能带被上下两个带隙充分压缩，在此处的过渡能带要比在 $\gamma=0$，180°的过渡能带带宽要窄。因此，我们可以通过改变 $\gamma$ 达到调整带宽的目的。这里我们称 $\gamma=86.4°$的过渡能带为窄带。

值得注意的是，窄带不同于缺陷模式，在过渡能带演化过程中，过渡能带附近的

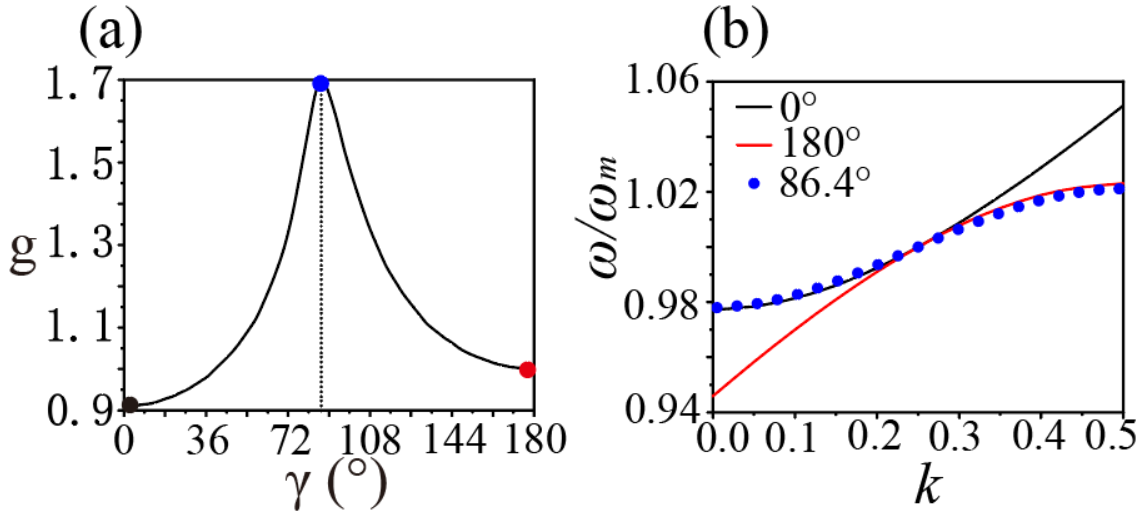


图 2.8 (a) 在 $\alpha=324.8°$时，压缩系数 $g$ 随着 $\gamma$ 的变化。黑色圆点是标记位置是 $\gamma=0$，蓝色圆点是标记位置是 $\gamma=86.4°$，红色圆点是标记位置是 $\gamma=180°$。(b)是图(a)标记位置处的过渡能带。$\omega_m$ 表示对应其各自能带中心位置的频率。

能带也会被压缩而变窄。这区别于共振的缺陷模式。接下来我们对能带窄化进行理论上的分析。在图 2.7(b)中从上到下第五条能带，这条能带是远离过渡能带的。可以看到这条能带已随着 $\gamma$ 发生变化。也就是说，随着光子莫尔超晶格结构的变化能带窄化的现象也发生在其他能带。在图 2.9(a)是第五条能带压缩系数 g 随着 $\gamma$ 的变化，在虚线处压缩系数 g 达到最大，能带带宽最窄。并且，我们可以解释这种带隙变宽，能带变窄的现象。

首先，我们定义电场的集中因子$\sigma=\dfrac{\int_{\varepsilon_A} d^3z\ \varepsilon(z)\left|E(z)\right|^2}{\int d^3z\ \varepsilon(z)\left|E(z)\right|^2}$，这是对电场在高介电常数集中程度的度量。由于带隙上下两侧带边电场模式能量分布的不同导致带隙增大，我们可以通过计算带隙两侧带边的电场模式集中因子来分析带隙增大。利用这种方法，

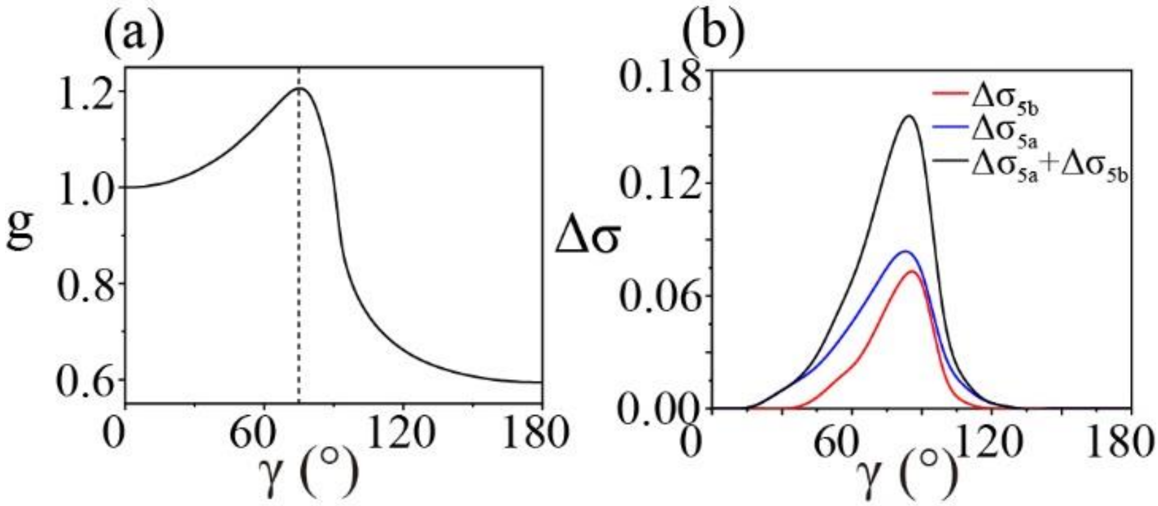


图 2.9 (a) 在图 2.7(b)中光学莫尔超晶格(324.8°, 86.4°)第五条能带的压缩系数 g 随 γ 的变化。(b)红色线表示第五条能带下方的带隙两侧的带边模式的电场模式的集中因子之差 $\Delta\sigma_{5b}=\sigma_{5bb}-\sigma_{5ba}$。蓝色线表示第五条能带上方的带隙两侧的带边模式的电场模式的集中因子之差 $\Delta\sigma_{5a}=\sigma_{5ab}-\sigma_{5aa}$。黑线表示以上两个差之和 $\Delta\sigma_{5a}+\Delta\sigma_{5b}$。

我们研究图 2.7(b)中从上到下第五条能带两侧带隙的变化。如图 2.9(b)，红线是第五条能带下方带隙两侧带边电场模式的集中因子之差 $\Delta\sigma_{5b}=\sigma_{5bb}-\sigma_{5ba}$，这里 $\sigma_{5bb}$ 是这个带隙下方带边电场模式的集中因子，$\sigma_{5ba}$ 是这个带隙上方带边电场模式的集中因子。蓝色是第五条能带下方带隙两侧带边电场模式的集中因子之差 $\Delta\sigma_{5a}=\sigma_{5ab}-\sigma_{5aa}$，这里 $\sigma_{5ab}$ 是这个带隙下方带边电场模式的集中因子，$\sigma_{5aa}$ 是这个带隙上方带边电场模式的集中因子。对于第五条能带来说，$\Delta\sigma_{5a}$ 和 $\Delta\sigma_{5b}$ 增大代表第五条能带上下两个带隙宽度的增大，从而第五条能带被压缩。当 $\Delta\sigma_{5a}+\Delta\sigma_{5b}$ 最大时，第五条能带带宽最窄。

## 2.4 两个人工合成转角（α 和 γ）相互依赖对光子莫尔超晶格能带的调控

在上文的讨论中，我们发现压缩系数 g 的值是由两个人工合成维度 α 和 γ 共同决定的。因此，为了清晰地展示压缩系数 g 随着 α 和 γ 的变化，并且寻找最佳的 g 值。我们研究了 g 在由 α 和 γ 组成的人工合成维度空间莫尔球上的变化趋势。并且，我们对于特定α的定义最佳的压缩系数为 $g_m$，$g_m$ 在 α 一定的情况下（记为 $\alpha_m$），通过改变 γ 来获得

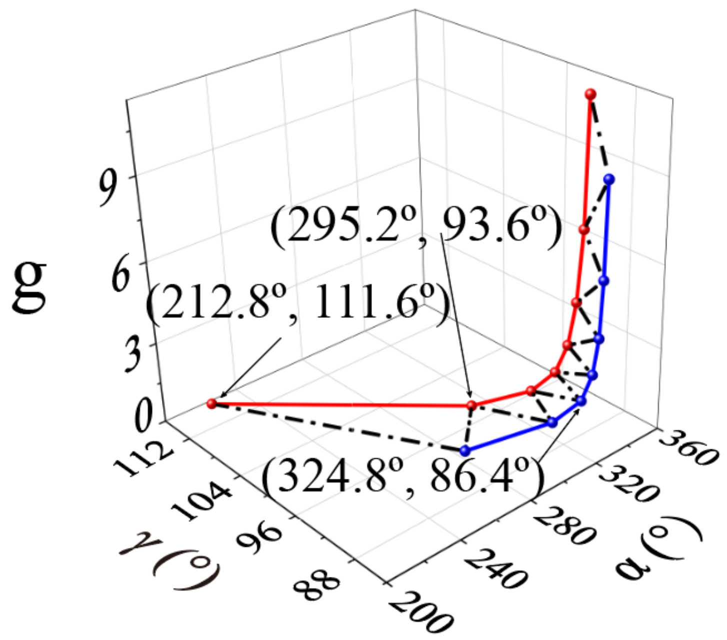


图 2.10 黑色的点线表示 $g_m$值的变化。红线是当 m 取奇数时$g_m$的变化曲线，蓝线是 m 取偶数时 $g_m$的变化曲线。

（记为 $\gamma_m$）。这里，$g_m$对应的人工合成维度空间的坐标($\alpha_m$, $\gamma_m$)可以称之为“魔角对”。在图 2.10 中，对于 n−m=1 的情况，我们绘制了 $g_m$随着 α 和 γ 的变化图像，其中，黑色的点线图表示 $g_m$。红线是当 m 取奇数时的 $g_m$，蓝线是当 m 取偶数时的 $g_m$。可以看到，随着 α 趋近于 360°，$g_m$快速地增大，有趋近于无限大的趋势。我们可以看到过渡能带有着越来越平坦的趋势。然而，α 只能无限靠近 360°，如果 α=360°，两个简单光子晶格周期相等$\Lambda_1=\Lambda_2$，同时，莫尔超晶格将会变回简单光子晶格结构，这时过渡能带消失。并且我们将 $g_m$与魔角对数据列入表格 2.1 中。

表 2.1 魔角对($\alpha_m$, $\gamma_m$)与对应的 $g_m$

| m | *g* | ($\alpha_m$, $\gamma_m$) |
|---|---|---|
| 1 | 1.02 | (212.8°,111.6°) |
| 2 | 1.10 | (269.6°,89.8°) |
| 3 | 1.16 | (295.2°,93.6°) |
| 4 | 1.31 | (309.6°,87.2°) |
| 5 | 1.45 | (318.4°,91.8°) |

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 1.69 | (324.8°,86.4°) |
| 7 | 1.95 | (329.6°,91.0°) |
| 8 | 2.35 | (332.8°,87.2°) |
| 9 | 2.82 | (336.0°,90.8°) |
| 10 | 3.49 | (338.4°,87.4°) |
| 11 | 4.30 | (340.0°,90.6°) |
| 12 | 5.44 | (341.6°,87.6°) |
| 13 | 6.84 | (343.2°,90.4°) |
| 14 | 8.83 | (344.0°,87.8°) |

以上，我们描述了 $g_m$ 在合成维度空间(α , γ)的变化趋势。为了更加清晰地说明 α 和 γ 之间的依赖关系，我们将图 2.10 中三维空间的曲线投影到二维平面。如图 2.11 所示，在$n-m$=1 的情况下，随着 α 的增大，当 m 是奇数时，如红线所示，对应最佳压缩系数 $g_m$ 的 γ 从上方趋近于 90°，并且，当 m 是偶数时，如蓝线所示，对应最佳压缩系数 $g_m$ 的 γ 从下方趋近于 90°。也就是说，随着 α 的增大，如黑色点线所示，对应最佳压缩系数 $g_m$ 的γ震荡趋近于 90°，γ 的最佳取值随着 α 的变化而变化。

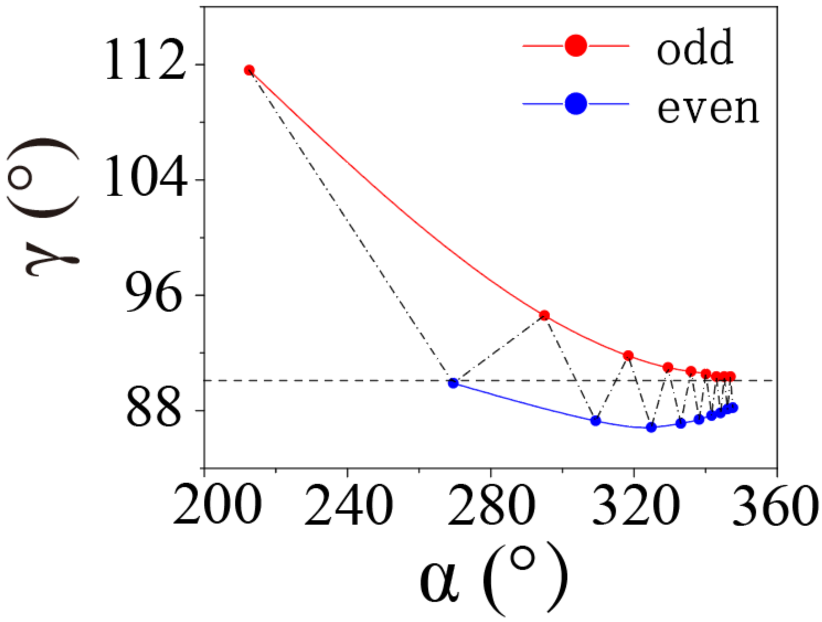


图 2.11 黑色的点线表示对应 $g_m$ 的($\alpha_m$, $\gamma_m$)变化趋势。红线是当 m 取奇数时 $g_m$ 的($\alpha_m$, $\gamma_m$)变化曲线，蓝线是 m 取偶数时 $g_m$ 的($\alpha_m$, $\gamma_m$)变化曲线。黑色虚线表示是 γ=90°。

以上的讨论中，我们主要考虑了在正入射情况下，过渡能带的性质。在我们的工作中，我们也研究了随着入射角度的变化，斜入射过渡能带的改变，如图 2.12，对于 TE 模式，计算结果显示随着横向波矢 $k_y$ 的增大，窄带趋向于更平；对于 TM 模式，计算结果显示随着横向波矢 $k_y$ 的增大，窄带趋向于更宽。

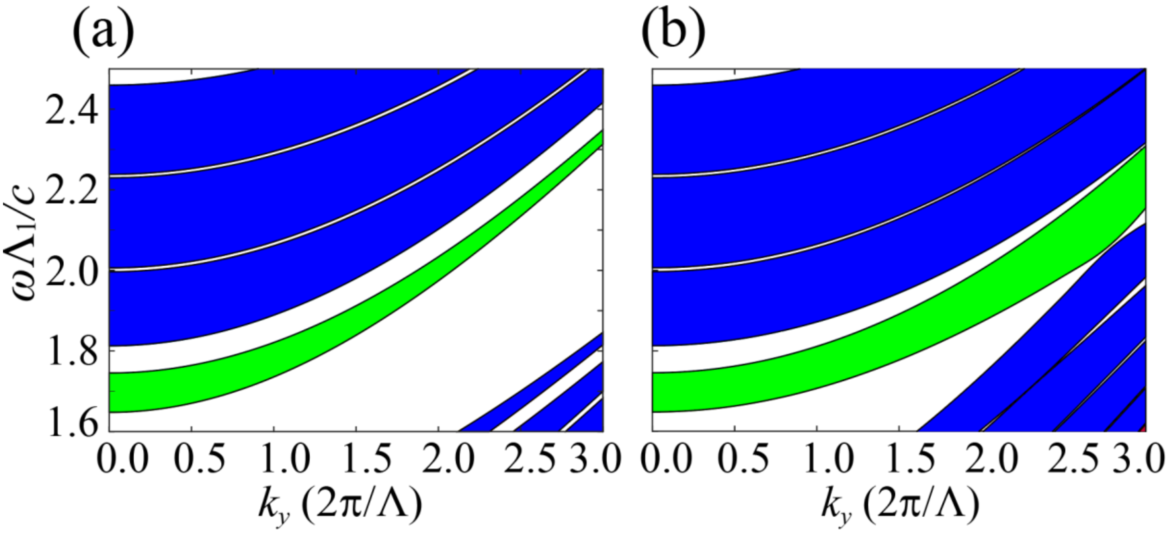


图 2.12(a) TE 模式下的斜入射能带图。(b) TM 模式下的斜入射能带图。其中绿色的是过渡能带

## 2.5 实验测量窄带的相关效应

### 2.5.1 样品加工制备

在实验中，我们选择五氧化二钽作为材料 a，二氧化硅作为材料 b，它们的折射率分别是 $n_a$=2.17，$n_b$=1.46，我们加工三种光子莫尔超晶格结构的样品分别是：样品 A (212.8°, 111.6°), 样品 B (295.2°, 93.6°), 样品 C (324.8°, 86.4°)。这些都被标记在图 2.1 中。在样品加工制备中，我们使用了 OTFC1300 设备通过使用电子枪蒸镀，同时射频源辅助，在温度 220 摄氏度下进行制备。考虑到加工误差和测量的要求，光子莫尔超晶格样品 A 有 28 个周期 Λ=332 nm；光子莫尔超晶格样品 B 有 14 个周期 Λ=737 nm；光子莫尔超晶格样品 C 有 8 个周期，Λ=1379 nm；在图 2.13 中我们展示了光子莫尔超晶格样品 C 在电子显微镜下的截面图，明亮的条纹是五氧化二钽，暗条纹是二氧化硅。

由于前文的讨论，过渡能带随着 α 增大，其带宽迅速被压缩，其接近 360°的光学

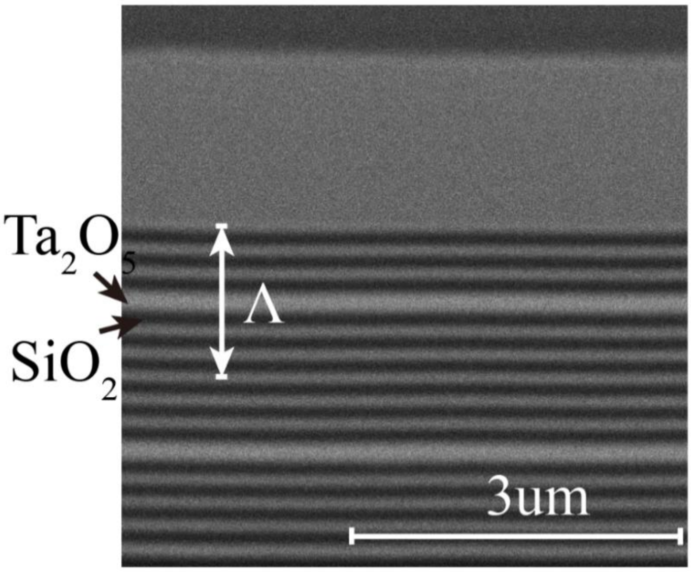


图 2.13 光学莫尔超晶格样品 C 在电子显微镜下的截面图，明亮的条纹是五氧化二钽，暗条纹是二氧化硅。

莫尔超晶格样品过渡能带对应的透射谱因此迅速变窄。三个样品的实验数据在图 2.14 中用实线给出，理论计算用虚线给出，其中过渡能带对应的透射峰使用红色阴影标出。可以看出光子莫尔超晶格样品 A、B、C 的过渡能带对应的透射峰宽度分别是 479 nm, 117 nm 和 31 nm。以上的结果展示出了通过光子莫尔超晶格两个人工合成转角控制过渡能带可以实现控制透射谱的带宽从而实现窄带滤波，因此，我们可以灵活地调整过

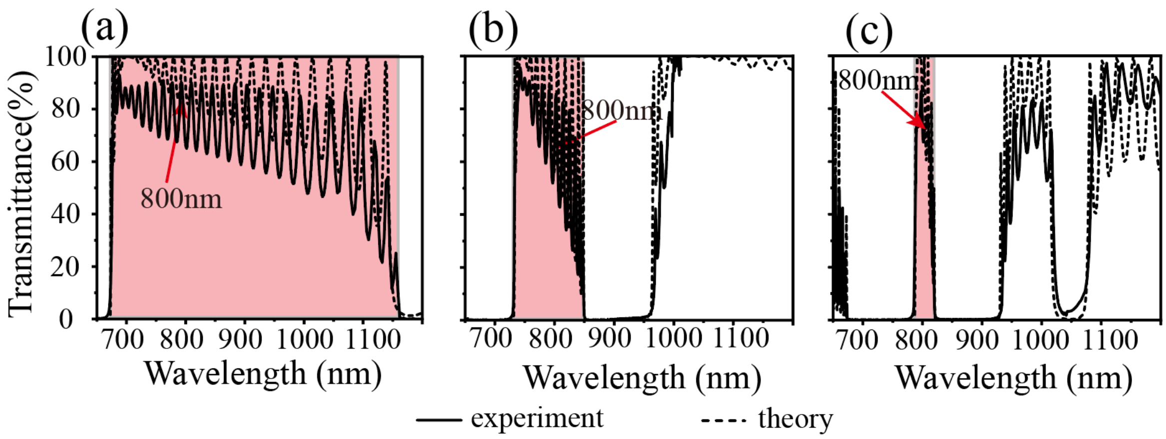


图 2.14(a)光学莫尔超晶格样品 A 的透射谱，红色区域是对应过渡能带频段的透射区域。(b)光学莫尔超晶格样品 B 的透射谱，红色区域是对应过渡能带频段的透射区域。(b)光学莫尔超晶格样品 C 的透射谱，红色区域是对应过渡能带频段的透射区域。黑色实线是理论计算透射谱，黑色虚线是实验测量透射谱。

渡能带带宽，从而实现各种宽度的滤波器，其透射率可以通过样品厚度，表面光洁度的控制来实现提高。然而，我们更关注是能带压缩后出现的脉冲延迟，非线性效应和脉冲压缩等现象。

### 2.5.2 莫尔超晶格的脉冲延迟效应

随着过渡能带带宽的减小，其能带上的群速度也会减小，使得通过样品的光学脉冲传播发生延迟。脉冲通过光子莫尔超晶格样品发生的延迟相较于通过玻璃基底发生的延迟时间差为$\Delta\tau = \frac{L_\alpha}{v_g} - \frac{L_\alpha}{c} = \frac{L_\alpha}{c}(n_g - 1)$，这里是$L_\alpha$是对应人工合成转角α的光子莫尔超晶格样品的厚度。进一步，我们为了排除不同样品厚度对脉冲的影响，我们定义标准脉冲延迟为$\Delta\tau_n = (n_g - 1)$，这里 $n_g$是群折射率。

在实验中，我们搭建了一个自制的光学装置，通过硅片的多光子吸收测量激光的脉冲延迟，装置如图 2.15(a)所示。它是基于一个用于测量硅片上载流子的弛豫时间的改良装置，它可以通过改变泵浦激光器的光路来产生时间延迟。

然而，在我们的工作中，我们仅关注当泵浦激光光路发生变化过程中，硅片反射强度的跳变。如图 2.15(b)光路示意图所示，我们使用 800 nm 的飞秒激光，脉冲持续时间是 120 fs，重复率为 80 MHz，并且在传播过程中，我们将激光脉冲分裂成两束：一束对应于泵浦激光，另一束是探测激光。泵浦激光通过 BBO 晶体后，激光波长变为 400 nm，之后通过斩波器(chopper)，斩波器的重复率被调制用于锁相放大器(lock-in amplifier)将脉冲信号放大。之后，脉冲激光经过电动位移台，电动位移台可以连续地调控泵浦激光的光路，同时，探测激光通过我们需要测量脉冲延迟信号的样品。再之后，泵浦激光雨探测激光合路照射在硅片上。随后，探测光的反射强度将会被光电探测器测量。明显地，当探测光脉冲先于泵浦光脉冲照射在硅片上，由于硅片上未激发的载流子吸收作用，反射强度是较弱的。当电动位移台移动，泵浦激光与探测激光之间的光程差开始缩小，当探测光迟于泵浦光脉冲照射在硅片上，由于硅片上载流子已经被激发，吸收较弱，反射强度是较强的。

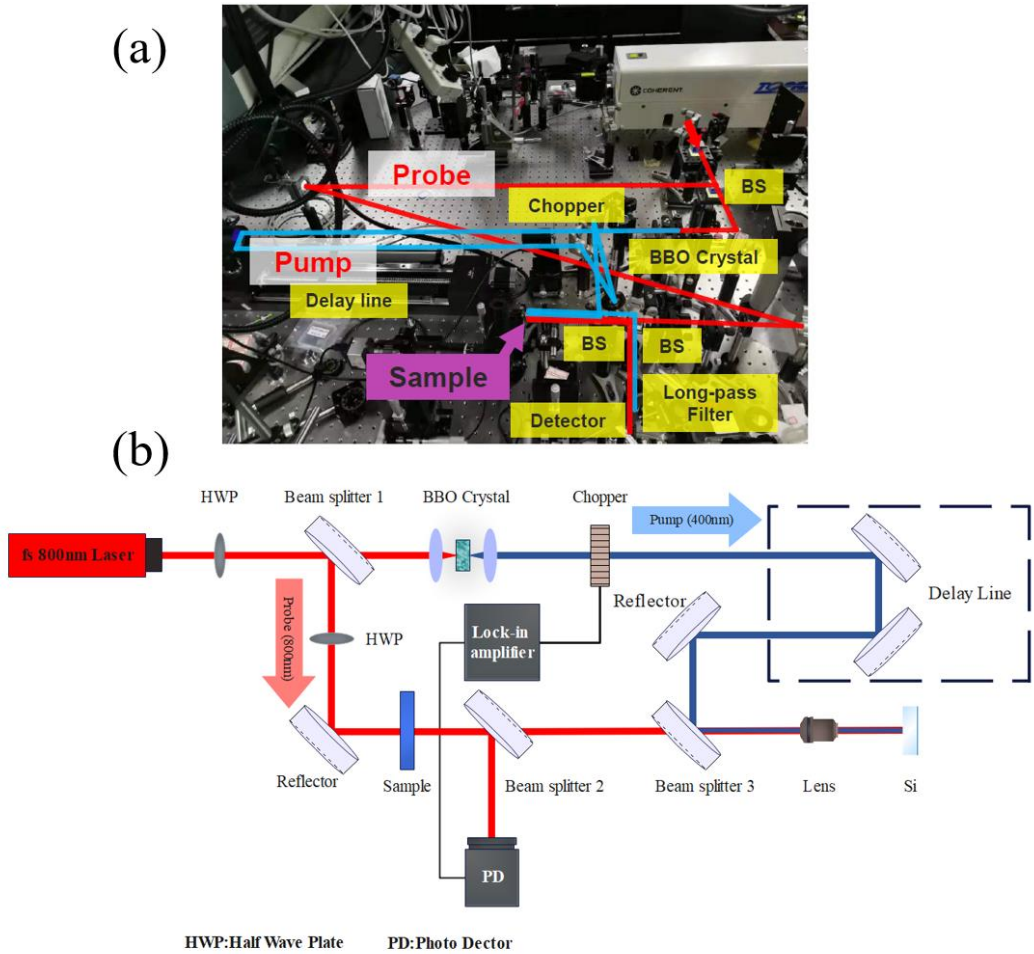


图 2.15(a)实验平台搭建的测量莫尔超晶格脉冲延迟的光路图。(b)测量脉冲延迟实验装置示意图。红色是激光光源，800 nm 飞秒激光通过分光器(Beam splitter)劈裂成两束。一束是泵浦激光（蓝色）一束是探测激光（红色）。泵浦激光通过 BBO 晶体波长变为 400 nm，并且泵浦光的光路可以用电动位移台（delay line）连续调节。同时探测光经过经过测量的样品。之后，泵浦光与探测光合路一起照射在硅片上。最终探测光的反射信号被光电探测器（photodetector）收集。

当我们在探测光光路放置不同的样品时，探测光的光程将会改变，则光电探测器收集的反射信号强度的跳变位置就会发生改变。因此，我们可以通过跳变位置的移动来获得脉冲的时间延迟。对于设备的误差，电动位移台的最小测量精度是 $\delta_l = 1$ um。因此，在全过程脉冲延迟的理论误差是 $\delta_{delay} = \frac{2\delta_l}{c} \approx 0.01$ ps，这里 $c$ 是真空中的光速。在图 2.16(a)中，蓝线是探测光路上放置光子莫尔超晶格样品 C 时，电动位移台移动过

程中，产生的硅片反射强度的变化。红线是探测光路上放置玻璃衬底时，电动位移台移动过程中，产生的硅片反射强度的变化。两条线相差 0.12 ps，这就是光子莫尔超晶格 C 除去基底产生的脉冲延迟。通过这种方法，我们可以测量其他两个光子莫尔超晶格的脉冲延迟，如图 2.16(b)和(c)所示。光子莫尔超晶格 B 产生的脉冲延迟是 0.05 ps，光子莫尔超晶格 A 产生的脉冲延迟是 0.03 ps。光子莫尔超晶格 A 产生的群折射率是 1.83，光子莫尔超晶格 B 产生的群折射率是 2.37, 光子莫尔超晶格 C 产生的群折射率是 4.26。这是由于过渡能带压缩导致的慢光效应。

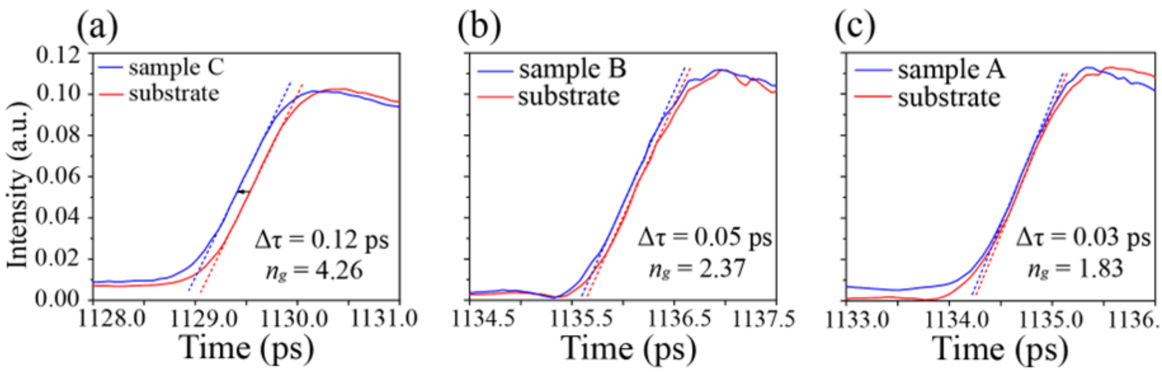


图 2.16(a) 蓝线是探测光路上放置光学莫尔超晶格样品 C 时，电动位移台移动过程中，产生的硅片反射强度的变化。红线是探测光路上放置玻璃衬底时，电动位移台移动过程中，产生的硅片反射强度的变化。两条线相差 0.12 ps，这就是光学莫尔超晶格 C 除去基底产生的脉冲延迟。(b) 蓝线是探测光路上放置光学莫尔超晶格样品 B 时，电动位移台移动过程中，产生的硅片反射强度的变化。红线是探测光路上放置玻璃衬底时，电动位移台移动过程中，产生的硅片反射强度的变化。两条线相差 0.05 ps，这就是光学莫尔超晶格 B 除去基底产生的脉冲延迟。(c) 蓝线是探测光路上放置光学莫尔超晶格样品 B 时，电动位移台移动过程中，产生的硅片反射强度的变化。红线是探测光路上放置玻璃衬底时，电动位移台移动过程中，产生的硅片反射强度的变化。两条线相差 0.03 ps，这就是光学莫尔超晶格 A 除去基底产生的脉冲延迟。

如图 2.17(a)所示，我们计算了随着 α 的增大，过渡能带上产生的标准化的时间延迟 $\Delta\tau_n$。可以看到，随着 α 的增大，过渡能带的压缩系数 g 增大，从而导致脉冲延迟不

断增大。图 2.16 测量的实验结果在图 2.17(a)中标注用红色正方形标注，其与理论计算的结果符合的很好。通过脉冲延迟的测量结果我们也可以得到群折射率。如图 2.17(b)所示，红线，绿线，蓝线对应着三个不同光子莫尔超晶格过渡能带上的群折射率。红点、绿点、蓝点是通过脉冲延迟实验数据推出的群折射率。大的群折射率和低群速度的慢光效应在光学缓冲和时域光学信号处理等方面有着潜在的应用并且慢光在空间中压缩光能，增强线性和非线性效应从而使功能性光学器件小型化。

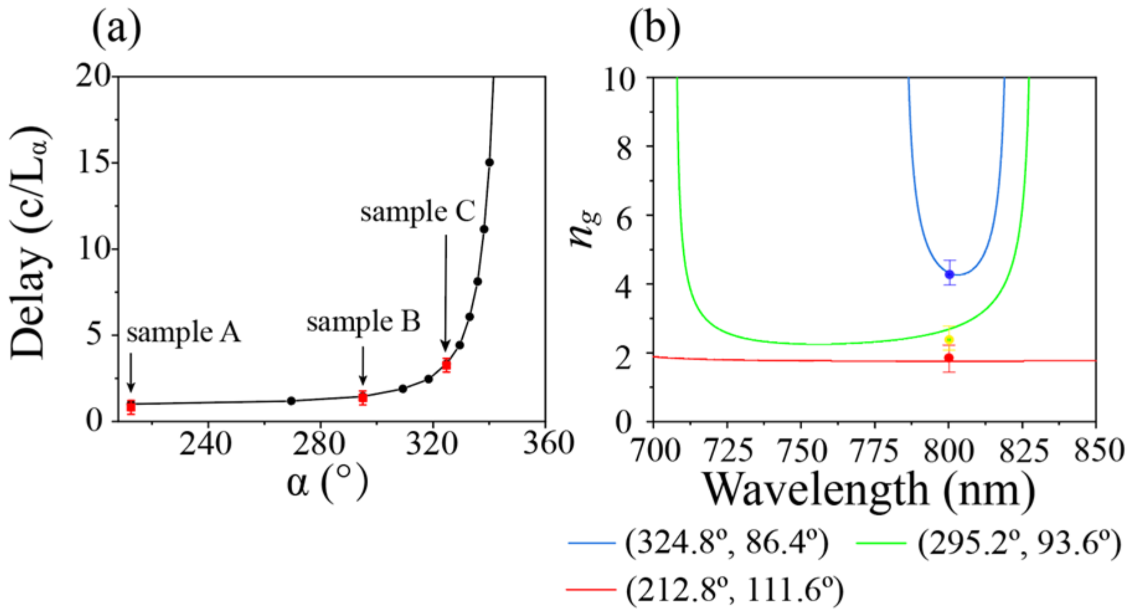


图 2.17(a)随着 α 的增大，过渡能带上产生的标准化的时间延迟 $\Delta\tau_n$。黑色的点和线是理论计算结果。红色方块是实验测量结果。(b)红线是通过计算得到的光学莫尔超晶格样品 A 过渡能带上的群折射率。红点是通过脉冲延迟实验数据得到的群折射率。绿线是通过计算得到的光学莫尔超晶格样品 B 过渡能带上的群折射率。绿点是通过脉冲延迟实验数据得到的群折射率。蓝线是通过计算得到的光学莫尔超晶格样品 C 过渡能带上的群折射率。蓝点是通过脉冲延迟实验数据得到的群折射率。

### 2.5.3 莫尔超晶格的非线性增强效应

能带压缩也会导致场增强，从而达到增强非线性的效果。如图 2.18(a)我们计算了三个不同光子莫尔超晶格样品在过渡能带上，800 nm 处的透射电场分布。其中，

(324.8°,86.4°)的光子莫尔超晶格样品 C 在 800 nm 处的电场分布是最强的，这就能都增强其非线性效应。在实验中，我们使用 800 nm 的飞秒激光器相同功率下分别入射到三个光子莫尔超晶格样品中，我们使用普林斯顿光谱仪分别测量了样品透射出的倍频光信号。如图 2.18(b)，在相同功率的入射激光强度下，光子莫尔超晶格样品 C 产生的倍频光强度是玻璃衬底的 20 倍。然而，样品 B 由于倍频所处的频段是光子莫尔超晶格的禁带所以倍频信号弱于玻璃衬底。实验结果可以很好地通过过渡能带场增强来解释。这表明慢光效应可以增强光-物质相互作用，例如，过渡能带上的非线性和光学莫尔超晶格能够使激光频率倍频。

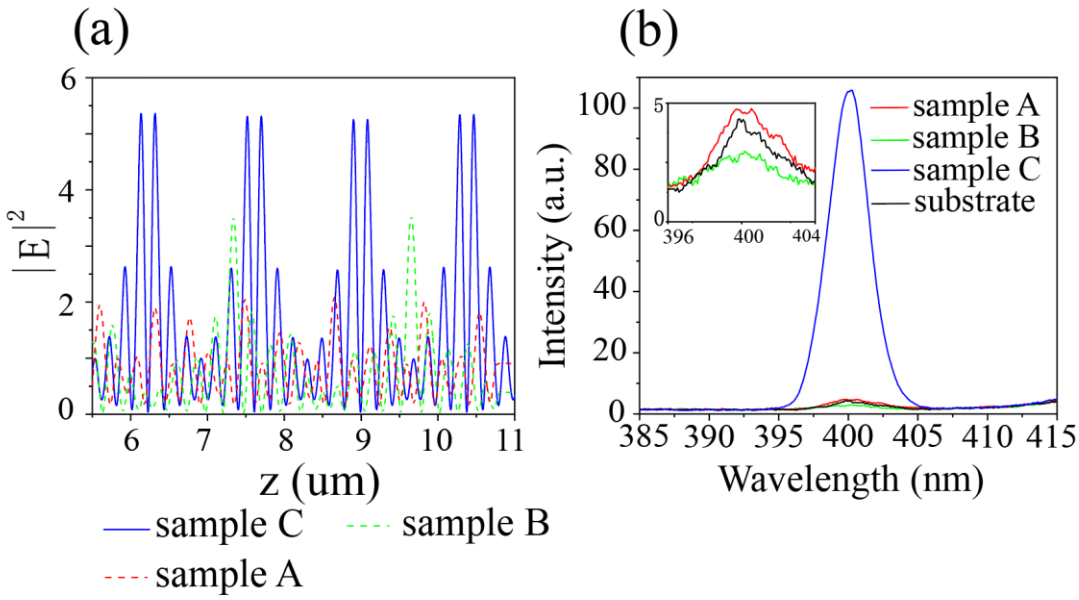


图 2.18(a)红色虚线是光学莫尔超晶格样品 A 在 800 nm 处的电场分布。绿色虚线是光学莫尔超晶格样品 B 在 800 nm 处的电场分布。蓝色线是光学莫尔超晶格样品 C 在 800 nm 处的电场分布。

### 2.5.4 莫尔超晶格的脉冲压缩效应

能带压缩越强，负群速度色散越大，脉冲压缩的效果越强。我们在理论上分析了激光脉冲通过光子莫尔超晶格前后的变化，脉冲宽度定义为脉冲的半高宽，频域宽度定义为频谱波包的半高宽 $\Delta\omega$，脉冲宽度的变化受到过渡能带上群速度色散的影响。

我们知道由于受到不确定性原理的限制，脉冲宽度 $\tau_0$ 与频域宽度 $\Delta\omega$ 的乘积必然小于一个特定的常数。实际的激光脉冲信号总是包含着不同频率的光学信号，在通过光子莫尔超晶格的时候，由于能带的色散导致不同频率的光有不同的群速度，从而在时

域上改变脉冲的宽度。我们假设光子莫尔超晶格样品的厚度为$L_{\alpha}$，那么脉冲信号通过样品的时间为$\tau_{p}=\frac{L_{\alpha}}{v_{g}}$，其中$v_{g}$是群速度。不同频率的光通过光子莫尔超晶格的时间差就是

$$\Delta\tau_{p}=L_{\alpha}\Delta(\frac{1}{v_{g}}), \tag{2.10}$$

现在我们考虑脉冲信号频域宽度$\Delta\omega$，将$\frac{1}{v_{g}}$在脉冲频域中心$\omega_{0}$处展开，沿$\frac{1}{2}\Delta\omega$方向展开结果为

$$\frac{1}{v_{g}}(\omega)=\frac{1}{v_{g}}(\omega_{0})+\frac{d(\frac{1}{v_{g}})}{d\omega}|_{\omega_{0}}\cdot\frac{1}{2}\Delta\omega+\frac{1}{2!}\frac{d^{2}(\frac{1}{v_{g}})}{d\omega^{2}}|_{\omega_{0}}\cdot(\frac{1}{2}\Delta\omega)^{2}+\ldots \tag{2.11}$$

，同时将$\frac{1}{v_{g}}$在脉冲频域中心$\omega_{0}$处展开，沿$-\frac{1}{2}\Delta\omega$方向展开结果为

$$\frac{1}{v_{g}}(\omega)=\frac{1}{v_{g}}(\omega_{0})+\frac{d(\frac{1}{v_{g}})}{d\omega}|_{\omega_{0}}\cdot(-\frac{1}{2}\Delta\omega)+\frac{1}{2!}\frac{d^{2}(\frac{1}{v_{g}})}{d\omega^{2}}|_{\omega_{0}}\cdot(-\frac{1}{2}\Delta\omega)^{2}+\ldots \tag{2.12}$$

将公式(2.11)与(2.12)作差，可以看作脉冲信号最大频率与最小频率通过光子莫尔超晶格单位长度的时间差值$\Delta(\frac{1}{v_{g}})$，这里我们只保留作差的前两项。将结果带入公式(2.10)就得到脉冲通过光子莫尔超晶格的脉冲宽度变化公式

$$\Delta\tau_{p}=D(\omega)L_{\alpha}\Delta\omega, \tag{2.13}$$

这里$D(\omega)=\frac{d(\frac{1}{v_{g}})}{d\omega}$是群速度色散，并且$\Delta\tau_{p}$是脉冲时域宽度的变化，$L_{\alpha}$是样品的厚度，我们定义脉冲宽度的变化比率为$\eta=\frac{\tau_{0}+\Delta\tau_{p}}{\tau_{0}}$，这里$\tau_{0}$是初始的脉冲宽度。在图 2.20(a)中，我们计算了三种光子莫尔超晶格的样品的群速度色散。进一步，根据公式(2.13)，我们可以计算脉冲宽度的变化比率$\eta$。

实验上，我们也使用自相关仪测量了激光脉冲的形状，观察到由于过渡能带的负群速度色散产生的脉冲压缩的现象。实验室搭建的自相关仪测量系统如图 2.19 所示。

脉冲激光正入射穿过镀有莫尔超晶格的玻璃片上之后被自相关仪接收，自相关仪与数据采集器及电脑连接，可以看到激光脉冲波形进而测量到脉冲宽度。

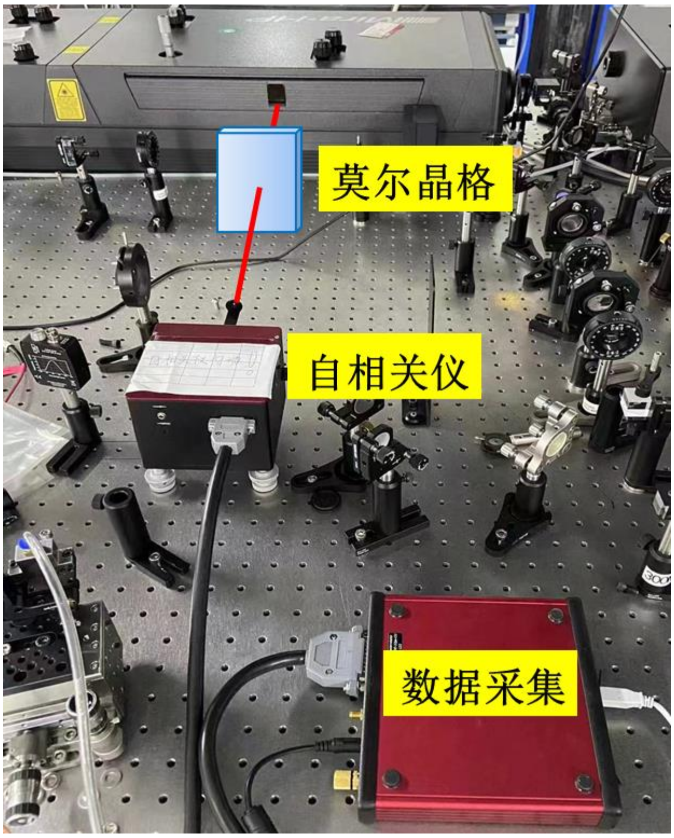


图 2.19 使用自相关仪测量激光脉冲波形装置图

我们将理论分析结果与实验结果相对照，如图 2.20(b)所示。在 α 取值较大的光子莫尔超晶格的过渡能带上的群速度色散变化更加剧烈，表 2.1 中列出了图 2.20(b)上的实验数据。光子莫尔超晶格样品 C 的群速度色散变化程度比样品 A 和样品 B 更加剧烈，并且在大于 803 nm 的波段出现了脉冲压缩。在图 2.20(c)中，对比激光脉冲通过光子莫尔超晶格与通过玻璃衬底后脉冲波形的变化，我们展示出光子莫尔超晶格有压缩脉冲宽度的作用。使用 810 nm 飞秒脉冲激光器分别穿过光子莫尔超晶格样品 C，样品 B，样品 A 和玻璃衬底得到图 2.20(c)可以看到光子莫尔超晶格样品 C 产生的脉冲压缩效果最明显，压缩脉宽为原始脉宽的 0.82 倍，这是因为在 810 nm 处样品 C 的负群速度色散最大。光子莫尔超晶格这个性质可以被用于制备紧凑的激光脉冲压缩器件。光学脉冲压缩器件可以允许脉冲信号在传播过程中转换或者保持在超短脉冲的状态，这有利于超快光通信和信号处理。

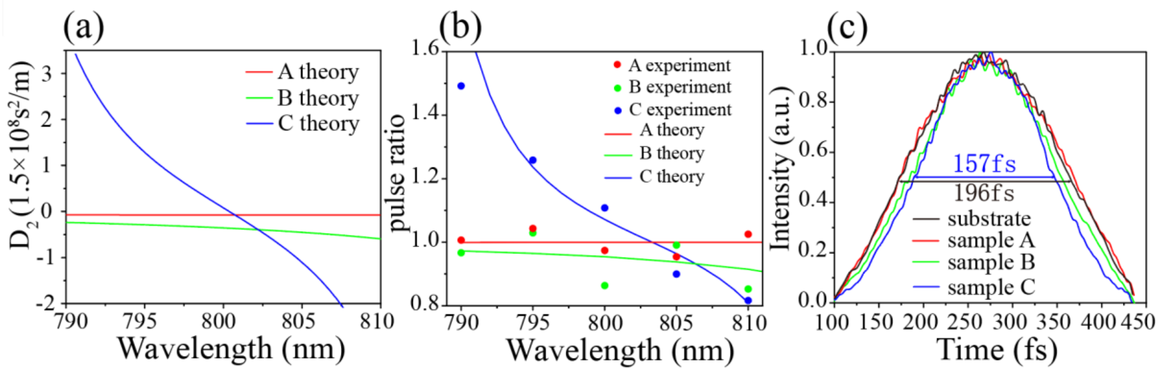


图 2.20(a)红线、绿线、蓝线分别是样品 A、样品 B、样品 C 过渡能带上的群速度色散。(b) 红线、绿线、蓝线分别是激光通过样品 A、样品 B、样品 C 理论上分析的脉冲宽度的变化比率η，红色圆点、绿色圆点、蓝色圆点分别是激光通过样品 A、样品 B、样品 C 实验上测量的的脉冲宽度的变化比率。(c)810 nm 的飞秒激光分别通过基底、样品 A、样品 B、样品 C 后的脉冲波形。

表 2.2 超短脉冲经过莫尔超晶格前后的脉冲宽度测量结果

| Moire Lattice | Wavelength(nm) | $\tau_0$(fs) | $\tau_p$(fs) | $\eta$ |
|---|---|---|---|---|
| 样品 A | 790 | 171.8 | 172.9 | 1.01 |
| | 795 | 173.2 | 180.6 | 1.04 |
| | 800 | 175.8 | 171.1 | 0.97 |
| | 805 | 171.1 | 163.2 | 0.95 |
| | 810 | 169.6 | 173.8 | 1.02 |
| | 815 | 169.1 | 170.0 | 1.01 |
| 样品 B | 790 | 174.1 | 168.4 | 0.97 |
| | 795 | 175.9 | 178.0 | 1.01 |
| | 800 | 174.7 | 164.8 | 0.94 |
| | 805 | 176.1 | 178.7 | 1.01 |
| | 810 | 174.4 | 156.1 | 0.89 |
| | 815 | 174.8 | 143.2 | 0.82 |
| 样品 C | 790 | 172.9 | 258.0 | 1.49 |
| | 795 | 172.7 | 217.2 | 1.25 |
| | 800 | 171.0 | 189.5 | 1.11 |
| | 805 | 171.5 | 154.3 | 0.90 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 810 | 168.9 | 137.8 | 0.82 |
| | 815 | 167.7 | 139.3 | 0.83 |

## 2.6 本章小结

本章节中，我们提出了一种构造莫尔超晶格的一种方法，并引入人工合成转角α和γ，并利用这两个人工合成转角构造出类似邦加球的人工合成维度空间，莫尔球。在球面上的点可以完美描述我们设计的莫尔超晶格结构。进一步，我们发现，在人工合成参量的改变可以产生过渡能带，并且α和γ对过渡能带的带宽有着调控作用。因此，我们在人工合成维度空间找到一系列α和γ的魔角对，它们使得过渡能带的带宽最大化地压窄。利用能带带宽压缩的现象，我们在理论和实验上，实现了脉冲延迟，非线性增强和飞秒激光脉冲压缩。高维、多转角的莫尔超晶格是展现卓越物理特性和新颖物理现象的必要条件。我们相信，更多的多转角莫尔超晶格将被各领域的学者进行研究，更多的光子莫尔超晶格将被实现，莫尔球将有助于帮助我们研究高维空间的莫尔超晶格。在揭示其特殊的光学特性的基础上，将获得一些特殊的应用。

## 参考文献


[1] O. Kafri and I. Glatt, *The Physics of Moire Metrology* (John Wiley & Sons Inc, 1990).

[2] R. Bistritzer and A. H. MacDonald, Moire bands in twisted double-layer graphene, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **108**, 12233 (2011).

[3] Z. Song, Z. Wang, W. Shi, G. Li, C. Fang, and B. A. Bernevig, All Magic Angles in Twisted Bilayer Graphene are Topological, Phys. Rev. Lett. **123**, 036401 (2019).

[4] G. Tarnopolsky, A. J. Kruchkov, and A. Vishwanath, Origin of Magic Angles in Twisted Bilayer Graphene, Phys. Rev. Lett. **122**, 106405 (2019).

[5] Y. Cao, V. Fatemi, A. Demir, S. Fang, S. L. Tomarken, J. Y. Luo, J. D. Sanchez-Yamagishi, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Kaxiras *et al.*, Correlated insulator behaviour at half-filling in magic-angle graphene superlattices, Nature **556**, 80 (2018).

[6] Y. Cao, V. Fatemi, S. Fang, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Kaxiras, and P. Jarillo-Herrero, Unconventional superconductivity in magic-angle graphene superlattices, Nature **556**, 43 (2018).

[7] H. S. Arora, R. Polski, Y. Zhang, A. Thomson, Y. Choi, H. Kim, Z. Lin, I. Z. Wilson, X. Xu, J. H. Chu *et al.*, Superconductivity in metallic twisted bilayer graphene stabilized by WSe2, Nature **583**, 379 (2020).

[8] P. Stepanov, I. Das, X. Lu, A. Fahimniya, K. Watanabe, T. Taniguchi, F. H. L. Koppens, J. Lischner, L. Levitov, and D. K. Efetov, Untying the insulating and superconducting orders in magic-angle graphene, Nature **583**, 375 (2020).

[9] S. Wu, Z. Zhang, K. Watanabe, T. Taniguchi, and E. Y. Andrei, Chern insulators, van Hove singularities and topological flat bands in magic-angle twisted bilayer graphene, Nat. Mater. **20**, 488 (2021).

[10] K. Tran, G. Moody, F. Wu, X. Lu, J. Choi, K. Kim, A. Rai, D. A. Sanchez, J. Quan, A. Singh *et al.*, Evidence for moire excitons in van der Waals heterostructures, Nature **567**, 71 (2019).

[11] A. Abouelkomsan, Z. Liu, and E. J. Bergholtz, Particle-Hole Duality, Emergent Fermi Liquids, and Fractional Chern Insulators in Moire Flatbands, Phys. Rev. Lett. **124**, 106803 (2020).

[12] A. Timmel and E. J. Mele, Dirac-Harper Theory for One-Dimensional Moire Superlattices, Phys. Rev. Lett. **125**, 166803 (2020).

[13] A. Kocabas, S. S. Senlik, and A. Aydinli, Slowing down surface plasmons on a moire

surface, Phys. Rev. Lett. **102**, 063901 (2009).

[14] J. B. Khurgin, Light slowing down in Moir\'e fiber gratings and its implications for nonlinear optics, Phys. Rev. A **62**, 013821 (2000).

[15] P. Wang, Y. Zheng, X. Chen, C. Huang, Y. V. Kartashov, L. Torner, V. V. Konotop, and F. Ye, Localization and delocalization of light in photonic moire lattices, Nature **577**, 42 (2020).

[16] X. W. Luo, X. Zhou, C. F. Li, J. S. Xu, G. C. Guo, and Z. W. Zhou, Quantum simulation of 2D topological physics in a 1D array of optical cavities, Nat. Commun. **6**, 7704 (2015).

[17] G. Hu, Q. Ou, G. Si, Y. Wu, J. Wu, Z. Dai, A. Krasnok, Y. Mazor, Q. Zhang, Q. Bao *et al.*, Topological polaritons and photonic magic angles in twisted alpha-MoO3 bilayers, Nature **582**, 209 (2020).

[18] Y. V. Kartashov, F. Ye, V. V. Konotop, and L. Torner, Multifrequency Solitons in Commensurate-Incommensurate Photonic Moire Lattices, Phys. Rev. Lett. **127**, 163902 (2021).

[19] Q. Fu, P. Wang, C. Huang, Y. V. Kartashov, L. Torner, V. V. Konotop, and F. Ye, Optical soliton formation controlled by angle twisting in photonic moiré lattices, Nat. Photonics **14**, 663 (2020).

[20] X. R. Mao, Z. K. Shao, H. Y. Luan, S. L. Wang, and R. M. Ma, Magic-angle lasers in nanostructured moire superlattice, Nat. Nanotechnol. **16**, 1099 (2021).

[21] K. Dong, T. Zhang, J. Li, Q. Wang, F. Yang, Y. Rho, D. Wang, C. P. Grigoropoulos, J. Wu, and J. Yao, Flat Bands in Magic-Angle Bilayer Photonic Crystals at Small Twists, Phys. Rev. Lett. **126**, 223601 (2021).

[22] D. X. Nguyen, X. Letartre, E. Drouard, P. Viktorovitch, H. C. Nguyen, and H. S. Nguyen, Magic configurations in moiré superlattice of bilayer photonic crystals: Almost-perfect flatbands and unconventional localization, Phys. Rev. Research **4**, L032031 (2022).

[23] X. Lin, Z. Liu, T. Stauber, G. Gomez-Santos, F. Gao, H. Chen, B. Zhang, and T. Low, Chiral Plasmons with Twisted Atomic Bilayers, Phys. Rev. Lett. **125**, 077401 (2020).

[24] A. Regensburger, C. Bersch, M. A. Miri, G. Onishchukov, D. N. Christodoulides, and U. Peschel, Parity-time synthetic photonic lattices, Nature **488**, 167 (2012).

[25] A. Celi, P. Massignan, J. Ruseckas, N. Goldman, I. B. Spielman, G. Juzeliunas, and M. Lewenstein, Synthetic gauge fields in synthetic dimensions, Phys. Rev. Lett. **112**, 043001 (2014).

[26] L. F. Livi, G. Cappellini, M. Diem, L. Franchi, C. Clivati, M. Frittelli, F. Levi, D. Calonico, J. Catani, M. Inguscio *et al.*, Synthetic Dimensions and Spin-Orbit Coupling with an Optical Clock Transition, Phys. Rev. Lett. **117**, 220401 (2016).

[27] T. Ozawa, H. M. Price, N. Goldman, O. Zilberberg, and I. Carusotto, Synthetic dimensions in integrated photonics: From optical isolation to four-dimensional quantum Hall physics, Phys. Rev. A **93**, 043827 (2016).

[28] Q. Wang, M. Xiao, H. Liu, S. Zhu, and C. T. Chan, Optical Interface States Protected by Synthetic Weyl Points, Phys. Rev. X **7**, 031032 (2017).

[29] L. Yuan, Q. Lin, M. Xiao, and S. Fan, Synthetic dimension in photonics, Optica **5**, 1396 (2018).

[30] O. Zilberberg, S. Huang, J. Guglielmon, M. Wang, K. P. Chen, Y. E. Kraus, and M. C. Rechtsman, Photonic topological boundary pumping as a probe of 4D quantum Hall physics, Nature **553**, 59 (2018).

[31] E. Lustig, S. Weimann, Y. Plotnik, Y. Lumer, M. A. Bandres, A. Szameit, and M. Segev, Photonic topological insulator in synthetic dimensions, Nature **567**, 356 (2019).

[32] A. Dutt, Q. Lin, L. Q. Yuan, M. Minkov, M. Xiao, and S. H. Fan, A single photonic cavity with two independent physical synthetic dimensions, Science **367**, 59 (2020).

# 第三章 可调多共振莫尔界面态调控量子辐射

## 3.1 引言

当堆叠两种或者多种具有晶格失配或者相对扭转角的二维范德瓦尔斯材料时，就会形成莫尔超晶格。对于一些莫尔超晶格来说，一个显著的特征是在电中性时出现平带，其重整化的费米速度为零，导致库伦作用强度显著超过平带中电子的动能，有利于电子电子相关性。平带出现在扭转的双层石墨烯中，扭转角为 1.05°，成为第一个魔角[1-5]，这时，扭转双层石墨烯展现了一系列有趣的物理现象，包括 Mott 绝缘体[6,7]、超导态[8]、铁磁性[9,10]、陈绝缘体[11]、量子反常霍尔效应[12-14]和铁电性[15,16]。这些激动人心的发现激发了广泛的理论和实验研究，扩展出了一系列新兴的莫尔家族，包括扭转的单层-双层石墨烯[17,18]、扭转的双层-双层石墨烯[19,20]、六方硼上的三层石墨烯氮化物和过渡金属二硫化物[21,22]。这些莫尔超晶格与扭转双层石墨烯在对称性、能带拓扑结构和相互作用强度方面既有相似之处，也有不同之处，有助于我们更深入探索莫尔超晶格的相关物理性质。

最近，扭转三层石墨烯由于存在非常规的关联态而受到广泛关注[23-25]。在扭转三层石墨烯中，通过在双层石墨烯上额外增添第三层石墨烯来引入新的自由度。这启发了我们在光子莫尔超晶格中引入多组份的周期结构来构成光子莫尔超晶格[26]。

在这项工作中，我们首次提出了一种多组份的光子莫尔超晶格的设计方法。我们将三个或更多的周期性结构结合起来，形成一个非常灵活的光子莫尔超晶格。同时，获得了光子莫尔超晶格和金属层之间的一种新的多个波长界面态。通过设计光子莫尔超晶格的结构，光子莫尔超晶格-金属结构可以支持多波长的界面态。此外，我们可以用超构表面代替金属层来操纵莫尔界面态的偏振和强度。在实验中，这种界面状态被用来提高量子发射效率。一个各向异性的界面态被用来控制量子发射的偏振。在实验

上结合量子点发光效应，设计了在同一微腔中实现双共振，其中一种波长对应泵浦光波长，另一种对应量子点的发光波长，观察到量子点发射效率增强了 20 倍，进一步，我们在金属表面加工制备超构表面结构，控制量子发射的偏振态。

## 3.2 光子莫尔晶体界面态的构造（两个莫尔界面态）

首先，让我们考虑一种简单的光子晶体，他由两种不同折射率的材料等厚度交替排列组成，我们可以通过如下的周期函数表征这种周期光子晶体

$$F_{\Lambda_i}(z) = 1 - 2\mathrm{floor}(\frac{2z}{\Lambda_i}) + 4\mathrm{floor}(\frac{z}{\Lambda_i}) \tag{3.1}$$

,这里 $F_{\Lambda_i}(z)$ 是一个只能取值 1 或-1，周期为 $\Lambda_i$ 的函数，$z$ 是实空间坐标。我们可以规定，在 $F_{\Lambda_i}(z)=1$ 的位置处，对应材料 A，折射率记为 $n_A$，在 $F_{\Lambda_i}(z)=-1$ 的位置处，对应材料 B，折射率记为 $n_B$。这样我们就建立起等式(3.1)与光子晶格一一对应的关系。进一步，我们可以对等式(3.1)进行变换，使其有更多变化的可能

$$H_{\Lambda_i}(z) = F_{\Lambda_i}(\frac{\mathrm{floor}(\frac{z+p_i}{d}) + \mathrm{ceil}(\frac{z+p_i}{d})}{2} d) \tag{3.2}$$

，这里 ceil($x$)是向上取整函数，floor($x$)是向下取整函数，当 $\Lambda_i$ 是 $d$ 的整数倍时，等式(3.2)是周期为 $\Lambda_i$ 的周期函数，并且 $p_i$ 是 z 方向的位移常数，它可以调控对应光子晶体界面处的反射相位。

现在我们考虑一种由 $n$ 个不同周期($\Lambda_1, \Lambda_2, ...\Lambda_i...\Lambda_n$)光子晶体复合而成的光子莫尔超晶格，这个莫尔超晶格可以被如下函数表征

$$H^n(z) = \sum_{i=1}^{n} H_{\Lambda_i}(z)\delta_i(z) , \tag{3.3}$$

，这里 $\delta_i(z) = \delta(floor(\frac{z}{d}) - n \cdot floor(\frac{z}{nd}) + 1 - i)$，并且当 δ(0)=1; 否则, δ=0。$H^n(z)$ 是我们

设计莫尔超晶格的结构函数，在 $H^n(z)=1$ 处折射率是 $n_A$，否则是 $n_B$。当 $\Lambda_1:\Lambda_2:...\Lambda_i:...:\Lambda_n=q_1:q_2:...q_i:...:q_n$，这里是 $q_1, q_2, ... q_i ... q_n$ 正整数，$H^n(z)$ 对应的莫尔超晶格周期是 $\Lambda_1,\Lambda_2,...\Lambda_i...\Lambda_n$ 的最小公倍数，同时，我们规定最小厚度 $d=\frac{\Lambda_1}{2q_1}=\frac{\Lambda_2}{2q_2}...=\frac{\Lambda_i}{2q_i}...=\frac{\Lambda_n}{2q_n}$，这可以帮助我们维持莫尔超晶格的周期性并且在之后更加灵活调控莫尔超晶格的界面态。这里我们定义光子莫尔超晶格的界面位置是 $z$=0。

简明地，我们可以根据等式(3.1)设计不同周期的光子晶体，并且轻易地判定其第一个禁带中心的位置。进一步，根据光子晶体和金属的界面态的存在条件是 $\varphi_m+\varphi_{pc}=0$，这里 $\varphi_m$ 是金属界面的反射相位，$\varphi_{pc}$ 是光子晶体界面的反射相位。对于 $H_{\Lambda_i}(z)$ 对应的

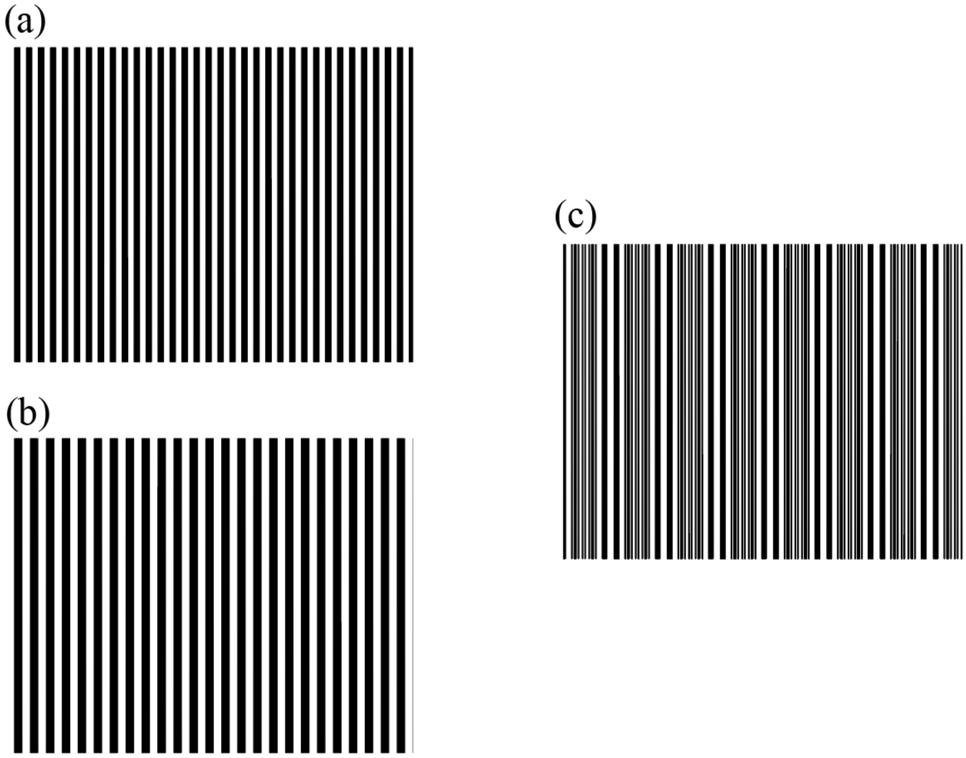


图 3.1 (a)是周期为 $\Lambda_1=160$ nm 的光子晶体，黑色条纹表示材料 A，白色条纹表示材料 B。(b)是周期为 $\Lambda_2=200$ nm 的光子晶体，黑色条纹表示材料 A，白色条纹表示材料 B。(c)是周期为 $\Lambda=800$ nm 的光子莫尔晶体的示意图，黑色条纹表示材料 A，白色条纹表示材料 B。(a)和(b)根据公式(3.3)组成(c)。

光子晶体，其表面的反射相位，$\varphi_{pc}$ 可以被$p_i$调控。因此，我们可以通过不同的光子晶体获得不同波长的界面态。我们不妨假设$n_A$=2.17 和$n_B$=1.46。以$H_{\Lambda_1}(z)$和 $H_{\Lambda_2}(z)$对应的两个光子晶体为例，它们的周期分别是 $\Lambda_1 = 160$ nm , $\Lambda_2 = 200$ nm ，当 $p_1$=40 nm, $p_2$=40 nm 的情况下，这两个光子晶体与金属银在界面处存在界面态，界面态的波长分别是 600 nm, 740 nm。

进一步，根据公式(3.3)我们组合这两个光子晶体来形成光子莫尔超晶格。如图 3.1 所示，(a)和(b)分别是周期为 $\Lambda_1 = 160$ nm , $\Lambda_2 = 200$ nm 的两个光子晶体的示意图，黑色条纹表示材料 A，白色条纹表示材料 B，根据公式(3.3)可以将这两个光子晶体组合成图(c)所示的光子莫尔超晶格。其周期是 $\Lambda = 800$ nm 。可以看出，光子莫尔超晶格在结构上兼顾了原来两个光子晶体结构的一些特征。

在以上三种结构对应的能带结构上，光子莫尔超晶格也表现出了一定的继承优势。

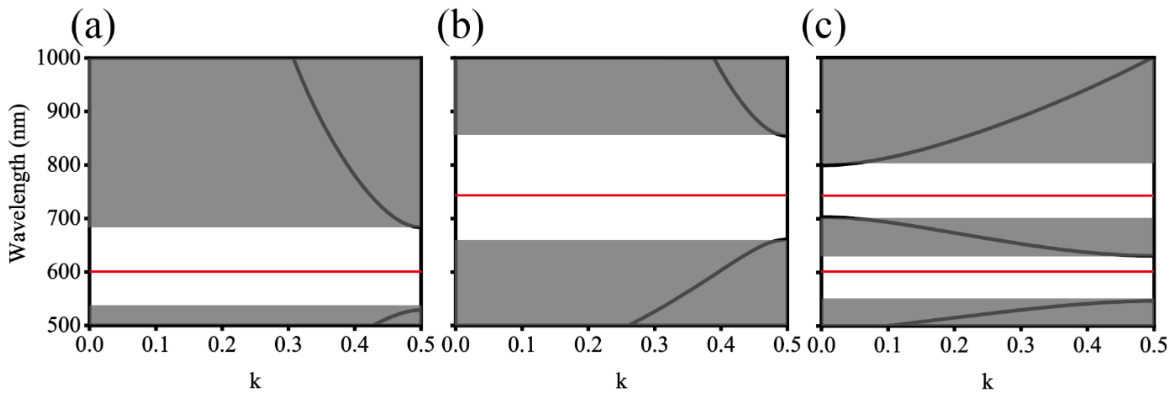


图 3.2 (a)光子晶体的能带结构，对应图 3.1(a)的结构。红线是界面态的位置。(b)光子晶体的能带结构，对应图 3.1(b)的结构。红线是界面态的位置。(c)光学莫尔超晶格的能带结构，对应图 3.1(c)的结构。红线是界面态的位置。

如图 3.2 所示，图(a)是图 3.1(a)光子晶体对应的能带结构，图(b)是图 3.1(b)光子晶体对应的能带结构，它们分别在波长为 600 nm 附近和 740 nm 附近存在能带禁带（白色区域）。同时，如 3.1(c)光子莫尔超晶格对应的能带结构如图 3.2(c)所示，虽然带隙变窄，但是其能带结构同时保留了波长 600 nm 附近和 740 nm 附近的能带禁带（白色区域）。可见，光子莫尔超晶格在能带结构中也保留了原有光子晶体的能带特性。这为边界态的继承带来了可能。

同时，界面态存在的相位条件，对于光子莫尔超晶格仍然成立。我们在两个初始光子晶格表面覆盖一层 20 nm 金属银，同时，光子莫尔超晶格表面也覆盖一层 20 nm 金属银，如图 3.3 所示，是我们设计的光子晶格-金属构型，蓝色部分表示金属层。根据光

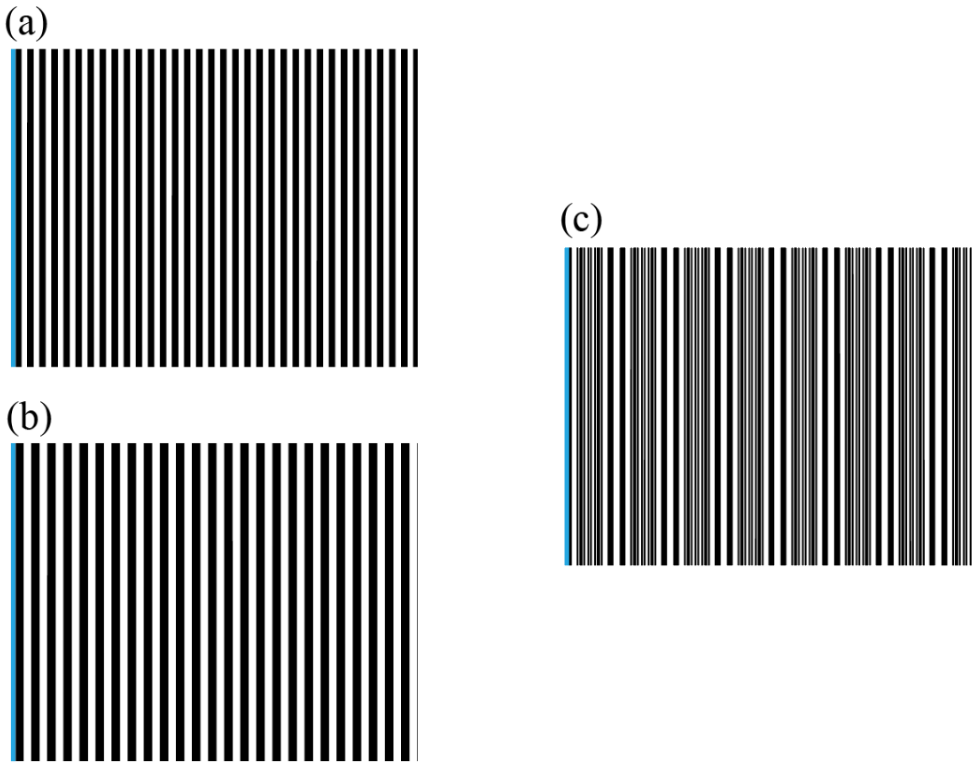


图 3.3(a)是周期为 $\Lambda_1 = 160$ nm 的光子晶体表面覆盖一层 20 nm 银（蓝色）(b)是周期为 $\Lambda_2 = 200$ nm 的光子晶体表面覆盖一层 20 nm 银（蓝色）(c)光学莫尔超晶格-金属构型。蓝色表示 20 nm 金属银层，右侧黑白条纹表示莫尔超晶格。

子晶体和金属的界面态的存在条件是 $\varphi_m + \varphi_{pc} = 0$，我们分析三种结构在界面态。如图 3.4 所示，图(a)是对应图 3.1(a)的光子晶体反射相位，虚线是金属银反射相位的负数，其交叉点（星号）代表图 3.3(a)的结构中，金属银与光子晶体界面处存在界面态。图(b)是对应图 3.1(b)的光子晶体反射相位，虚线是金属银反射相位的负数，其交叉点（星号）代表图 3.3(b)的结构中，金属银与光子晶体界面处存在界面态。图(c)是对应图 3.1(c)的光子莫尔超晶格的反射相位，虚线是金属银反射相位的负数，其交叉点（星号）代表图 3.3(c)的光子莫尔超晶格-金属银构型中，金属银与光子莫尔超晶格界面处存在界面态。可以看到，图 3.4(a)和(c)中，在 600 nm 附近带隙中和 740 nm 附近带隙中分别各有

一个交点，也就是各有一个界面态而图 3.4(c)在两个带隙（白色区域）中分别各有一个交点，也就是说同时具有两个波长的界面态。

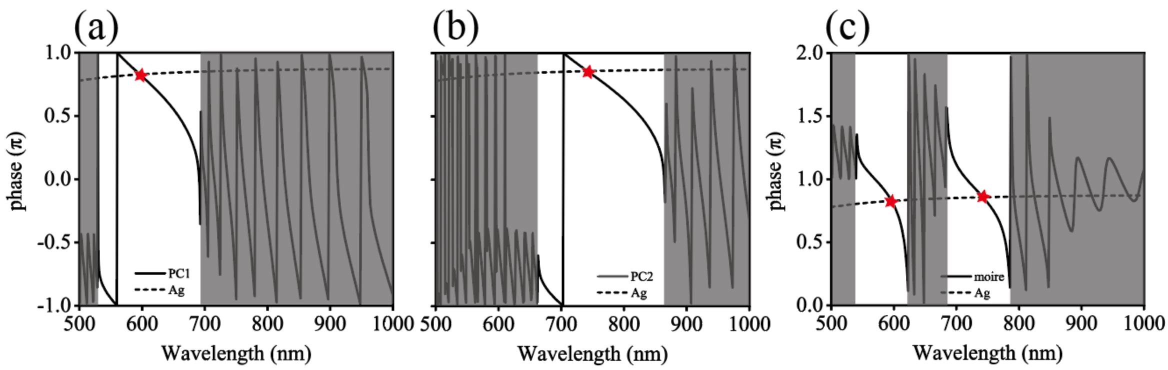


图 3.4(a)实线是周期为 $\Lambda_1 = 160$ nm 的光子晶体反射相位，虚线是金属银反射相位的负数。红色星号是两条线的交点处。(b)实线是周期为 $\Lambda_2 = 200$ nm 的光子晶体反射相位，虚线是金属银反射相位的负数。红色星号是两条线的交点处。(c)实线是光学莫尔超晶格的反射相位，虚线是金属银反射相位的负数。红色星号是两条线的交点处。

如图 3.5，我们可以通过计算图 3.1 三种结构和图 3.3 三种结构的反射光谱来观察界面态。图 3.5(a)蓝线是图 3.1(a)结构的反射谱，与图 3.2(a)能带结构波长 600 nm 附近带隙对应的是在波长 600 nm 附近存在高反射区域（白色区域）。图 3.5(a)红线是图 3.3(a)结构的反射谱，在 600 nm 处有一个凹陷处就是光子晶体和金属银层的界面态，其界面态波长位置与图 3.4(a)红色星号波长位置对应。图 3.5(b)蓝线是图 3.1(b)结构的反射谱，与图 3.2(b)能带结构波长 740 nm 附近带隙对应的是在波长 740 nm 附近存在高反射区域（白色区域）。图 3.5(b)红线是图 3.3(b)结构的反射谱，在 740 nm 处有一个凹陷处就是光子晶体和金属银层的界面态，其界面态波长位置与图 3.4(b)红色星号波长位置对应。图 3.5(c)蓝线是图 3.1(c)光子莫尔超晶格的反射谱，与图 3.2(c)能带结构波长 600 nm 和 740 nm 附近带隙对应的是在波长 600 nm 和 740 nm 附近存在高反射区域（白色区域）。光子莫尔超晶格在两个区域同时实现了高反射。图 3.5(c)红线是图 3.3(c)光子莫尔超晶格-金属构型的反射谱，在 600 nm 和 740 nm 处各有一个凹陷处就是莫尔界面态，其界面态波长位置与图 3.4(b)红色星号波长位置对应。

进一步，我们可以通过计算图 3.3 三种结构位于图 3.4 红色星号波长位置的电场空

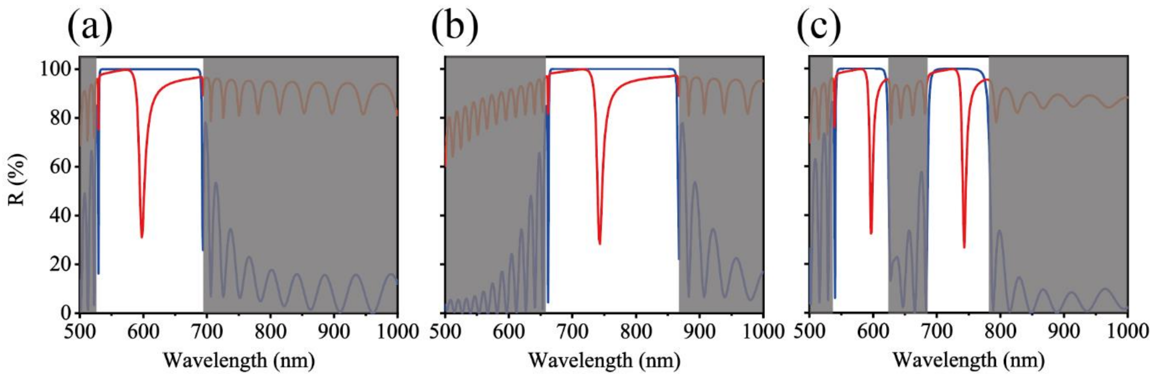


图 3.5(a)蓝线是周期为 $\Lambda_1 = 160$ nm 的光子晶体反射谱，红线是增加金属银层后的反射光谱。(b) 蓝线是周期为 $\Lambda_2 = 200$ nm 的光子晶体反射谱，红线是增加金属银层后的反射光谱。(c) 蓝线是光学莫尔超晶格的反射谱，红线是增加金属银层后光学莫尔超晶格-金属构型的反射光谱。

间分布观察界面态。如图 3.6 所示，我们计算了图 3.4 红色星号波长位置的电场分布。图 3.6(a)是图 3.3(a)结构在波长为图 3.4(a)红色星号标记处(600 nm)的电场分布，横坐标零点是界面处，其电场强度在零点附近强度较大。图 3.6(b)是图 3.3(b)结构在波长为图

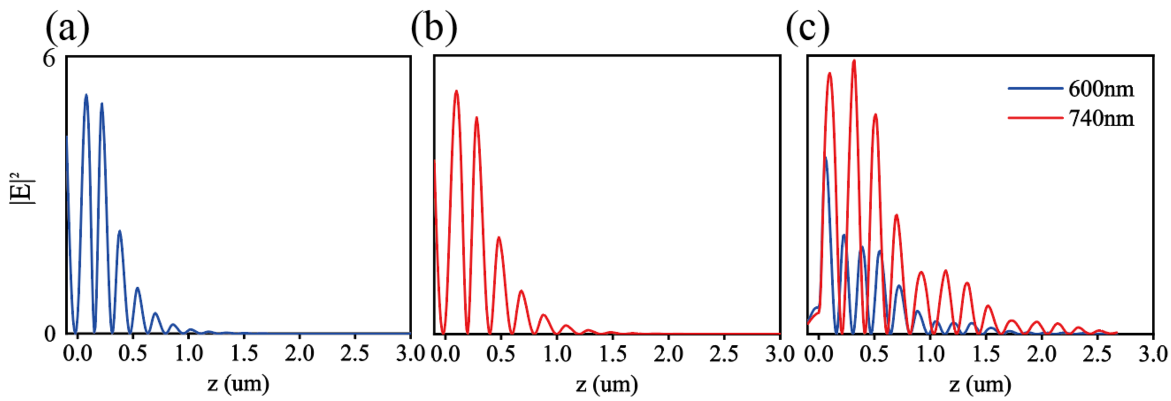


图 3.6(a)蓝线是周期为 $\Lambda_1 = 160$ nm 的光子晶体与金属层组成的结构中，在波长为 600 nm 处的界面态电场分布。(b) 红线是周期为 $\Lambda_2 = 200$ nm 的光子晶体与金属层在波长为 740 nm 处的界面态电场分布。(c) 蓝线是光学莫尔超晶格-金属构型在波长为 600 nm 处的界面态电场分布，红线是光学莫尔超晶格-金属构型在波长为 740 nm 处的界面态电场分布。

3.4(b)红色星号标记处(740 nm)的电场分布，横坐标零点是界面处，其电场强度在零点附近强度较大。图 3.6(c)是图 3.3(c)光子莫尔超晶格-金属构型在波长为图 3.4(c)红色星号标记处(600 nm 和 740 nm)的电场分布，横坐标零点是界面处，其两个电场电场强度在零点附近强度较大。可见，图 3.3(c)光子莫尔超晶格-金属构型拥有可以同时拥有两个界面态。

## 3.3 多共振莫尔界面态的实现（三个及以上的莫尔界面态）

进一步，根据公式(3.3)我们还可以组合这三个光子晶体来形成更复杂的光子莫尔超晶格。我们继续以前文中提到的$H_{\Lambda_1}(z), H_{\Lambda_2}(z)$对应的两个光子晶体为基础，增加第三个光子晶体$H_{\Lambda_3}(z)$，周期$\Lambda_3 = 240$ nm，并且在 $p_3$=40 nm 的情况下，$H_{\Lambda_3}(z)$对应的光子晶体结构与金属银在界面处存在波长为 880 nm 的界面态。进一步，根据公式(3.3)，

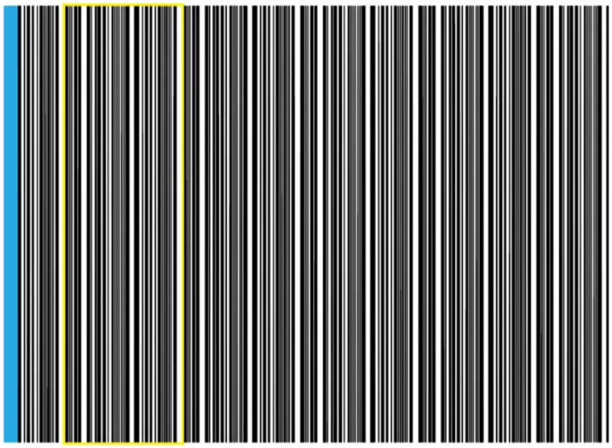

图 3.7 光学莫尔超晶格-金属构型。蓝色表示 20 nm 金属银层，右侧黑白条纹表示$H^3(z)$对应的光学莫尔超晶格。黄色框内的是光学莫尔超晶格的一个原胞。

我们组合这三个光子晶体来构成新的莫尔超晶格，如图 3.7 蓝色区域右侧黑白条纹示光子莫尔超晶格示意图，在表面增加金属层后（蓝色区域）界面态存在的相位条件依然成立。$H^3(z)$对应的莫尔超晶格的周期是$\Lambda = 2d[q_1, q_2, q_3] = 2400$ nm。这个莫尔超晶格继承了原有光子晶体的禁带区域，以及它们与金属的界面态。根据光子晶体和金属的界面态的存在条件是$\varphi_m + \varphi_{pc} = 0$，我们根据相位分析光子莫尔超晶格的界面态。图 3.8

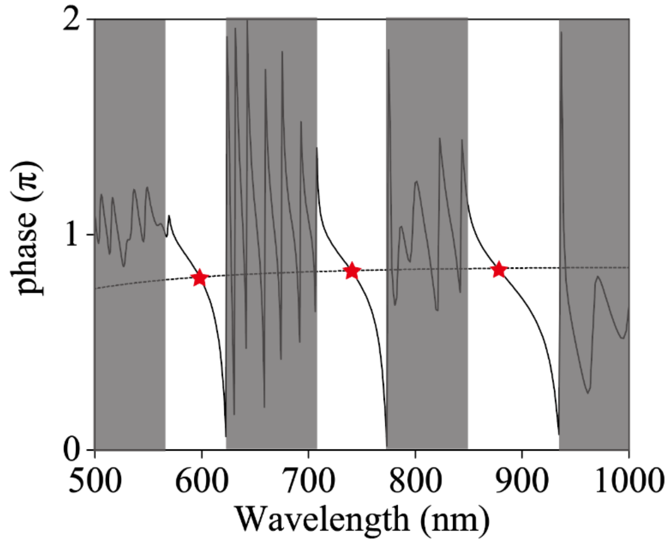


图 3.8 实线是光学莫尔超晶格的反射相位，虚线是金属银反射相位的负数。红色星号是两条线的交点处。

是对应图 3.7 中右侧黑白条纹的光子莫尔超晶格的反射相位，虚线是金属银反射相位的负数，其交叉点（星号）代表图 3.7 光子莫尔超晶格-金属银构型中，金属银与光子莫尔超晶格界面处存在界面态。可以看到，图 3.8 在三个带隙（白色区域）中分别各有一个交点，也就是说同时具有三个波长的界面态。这是因为$H^3(z)$对应的光学莫尔超晶

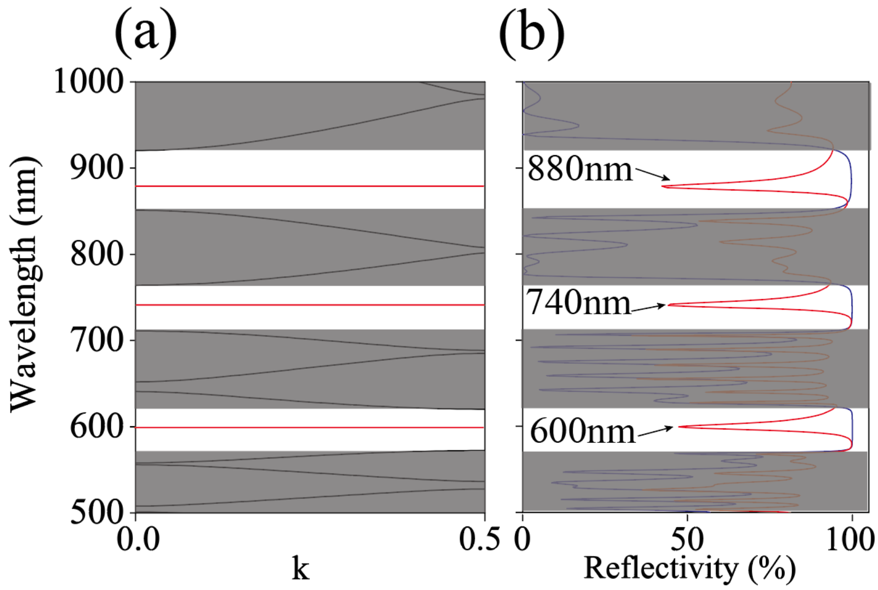


图 3.9(a) $H^3(z)$对应的光学莫尔超晶格的能带结构。红线是界面态的位置。(b) 蓝线是光学莫尔超晶格的反射谱，红线是增加金属银层后光学莫尔超晶格-金属构型的反射光谱。

格继承了来自三个光子晶体的带隙和反射相位。

如图 3.9(a)所示，图 3.7 中 $H^3(z)$ 对应的光子莫尔超晶格的能带结构图在保留了图 3.2(c)在波长 600 nm 和 740 nm 附近的两条带隙的基础上，由于 $H_{\Lambda_3}(z)$ 对应的光子晶体的加入，新的光子莫尔超晶格增加了 880 nm 附近的第三条带隙。同时，在图 3.9(b)中，我们分别计算了光子莫尔超晶格和光子莫尔超晶格-金属构型的反射光谱。蓝线是光子莫尔超晶格的反射谱，与图 3.9(a)能带结构波长 600 nm、740 nm 和 880 nm 附近带隙对应的是在波长 600 nm、740 nm 和 880 nm 附近存在高反射区域（白色区域）。光子莫尔超晶格在三个区域同时实现了高反射。图 3.9(b)红线是图 3.3(c)光子莫尔超晶格-金属构型的反射谱，在 600 nm、740 nm 和 880 nm 处各有一个凹陷处就是莫尔界面态，其界面态波长位置对应了图 3.8 中两条反射相位曲线的交叉点处（红色星号）。

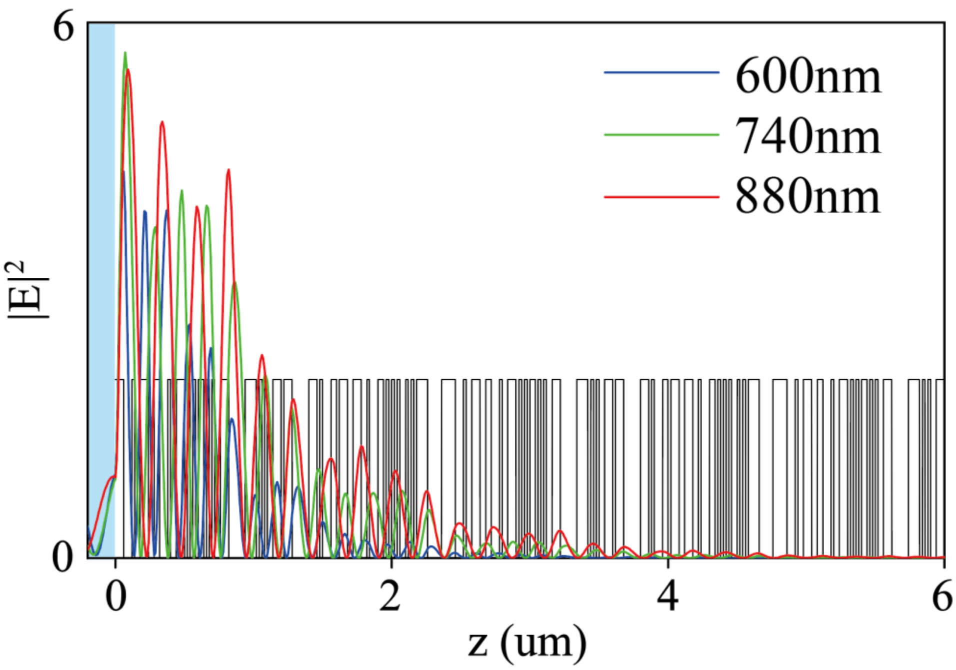


图 3.10(a) 蓝色区域表示金属银层。黑线表示折射率的空间分布。蓝线是光学莫尔超晶格-金属构型在波长为 600nm 处的界面态电场分布，绿线是光学莫尔超晶格-金属构型在波长为 740nm 处的界面态电场分布，红线是光学莫尔超晶格-金属构型在波长为 880nm 处的界面态电场分布。

进一步，我们可以通过计算图 3.9(b)中标记的波长位置的电场空间分布观察界面态。如图 3.10 所示，光子莫尔超晶格-金属构型拥有可以同时拥有是三个界面态，当波长为

600 nm、740 nm 和 880 nm 时，电场分布局域在光子莫尔超晶格和金属界面上，形成界面态。根据公式(3.3)我们可以组合光子晶体形成的光子莫尔超晶格，可以很好地保留光子晶体与金属原有的界面态，是这些界面态集合在一个结构中。

事实上，公式(3.3)组合光子晶体形成的光子莫尔超晶格并没有数量上的限制，对于由更多光子晶体组成的莫尔超晶格，以上多组分的莫尔界面态的组合规则依然成立。我们依然可以在以上三个光子晶体组合出的光子莫尔超晶格上继续增加第四个光子晶体。如图 3.11 右侧黑白条纹是在 $H^3(z)$ 对应的莫尔超晶格基础上增加 $H_{\Lambda_4}(z)$ 对应的光子晶体的光子莫尔超晶格。$H_{\Lambda_4}(z)$ 周期 $\Lambda_4 = 280$ nm，并且当 $p_4$=300 nm 时，$H_{\Lambda_4}(z)$ 对应的光子晶体与金属银有着波长为 1040 nm 的界面态，按照公式(3.3)组合形成 $H_{\Lambda_4}(z)$ 周期 $\Lambda = 2d[q_1, q_2, q_3, q_4]$，其对应的光子莫尔超晶格-金属构型如图 3.11 所示。

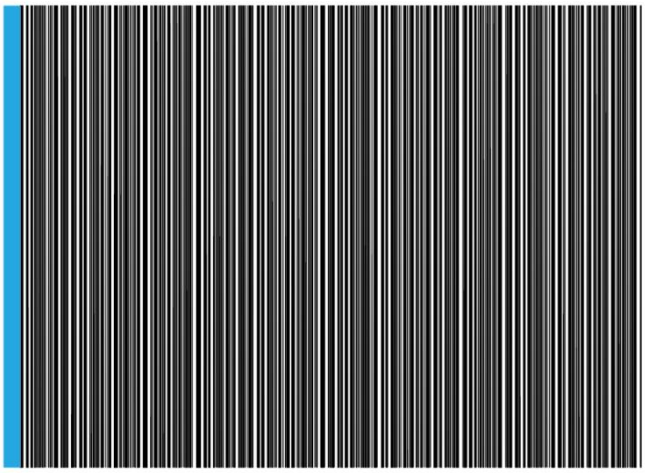

图 3.11 光学莫尔超晶格-金属构型。蓝色表示 20 nm 金属银层，右侧黑白条纹表示$H^4(z)$对应的光学莫尔超晶格。黄色框内的是光学莫尔超晶格的一个原胞。

如图 3.12（a）所示，图 3.11 中$H^4(z)$对应的光子莫尔超晶格的能带结构图在保留了图3.9(a)在波长600 nm、740 nm和880 nm附近的三条带隙的基础上，由于对应$H_{\Lambda_4}(z)$光子晶体的引入，新的光子莫尔超晶格增加了 1040 nm 附近的第四条带隙。同时，在图3.12(b)中，我们分别计算了光子莫尔超晶格和光子莫尔超晶格-金属构型的反射光谱。蓝线是光子莫尔超晶格的反射谱，与图 3.12(a)能带结构波长 600 nm、740 nm、880 nm 和 1040 nm 附近带隙对应的是在波长 600 nm、740 nm、880 nm 和 1040 nm 附近存在高反射区域（白色区域）。光子莫尔超晶格在四个区域同时实现了高反射。图 3.12(b)红线

是图 3.11 光子莫尔超晶格-金属构型的反射谱，在 600 nm、740 nm、880 nm 和 1040 nm 处各有一个凹陷处就是莫尔界面态。

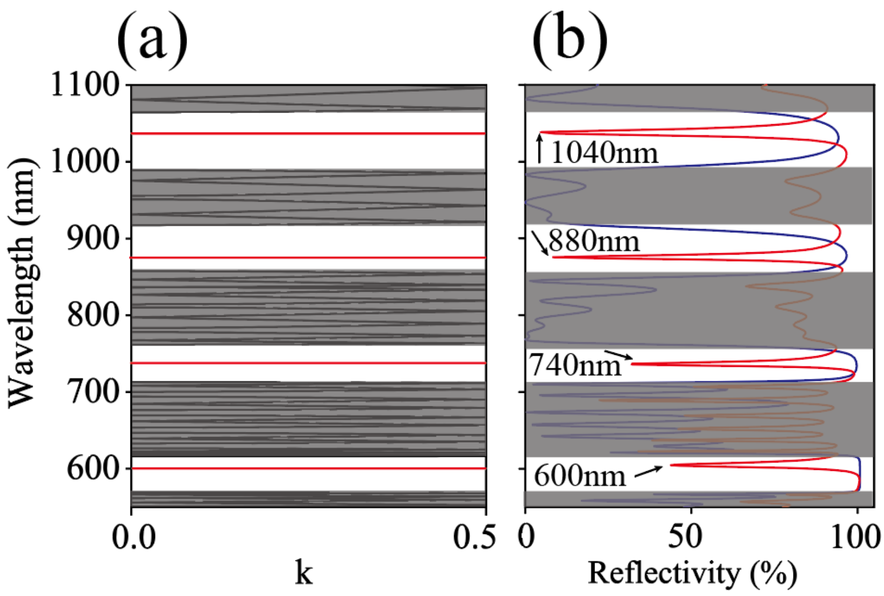


图 3.12(a) $H^4(z)$对应的光学莫尔超晶格的能带结构。红线是界面态的位置。(b) 蓝线是光学莫尔超晶格的反射谱，红线是增加金属银层后光学莫尔超晶格-金属构型的反射光谱。

## 3.4 $p_i$参数对莫尔界面态的独立调控

值得注意的是，不同$p_i$相互之间的影响是非常小的，所以组合后的莫尔界面态的波长可以通过对应的$p_i$独立进行调控。接下来，我们以三个光子晶体组成了光子莫尔超晶格为例，其三个界面态的波长可以分别被 $p_1$,$p_2$和 $p_3$独立调控。如图 3.13 所示，图（a）是在 $p_2$、$p_3$保持不变的情况下，单独改变 $p_1$，三个莫尔界面态波长位置的变化情况，$p_1$ 的变化对第二个莫尔界面态和第三个莫尔界面态的影响较小，对第一个莫尔界面态的影响较大，并且 $p_1$ 的变化周期是$\Lambda_1$，也就是$H_{\Lambda_1}(z)$对应的光子晶体周期。图(b)是在$p_1$、$p_3$保持不变的情况下，单独改变$p_2$，三个莫尔界面态波长位置的变化情况，$p_2$的变化对第一个莫尔界面态和第三个莫尔界面态的影响较小，对第二个莫尔界面态的影响较大，并且 $p_2$ 的变化周期是$\Lambda_2$，也就是$H_{\Lambda_2}(z)$对应的光子晶体周期。图(c)是在 $p_1$、

$p_2$ 保持不变的情况下，单独改变 $p_3$，三个莫尔界面态波长位置的变化情况，$p_3$ 的变化对第一个莫尔界面态和第二个莫尔界面态的影响较小，对第三个莫尔界面态的影响较

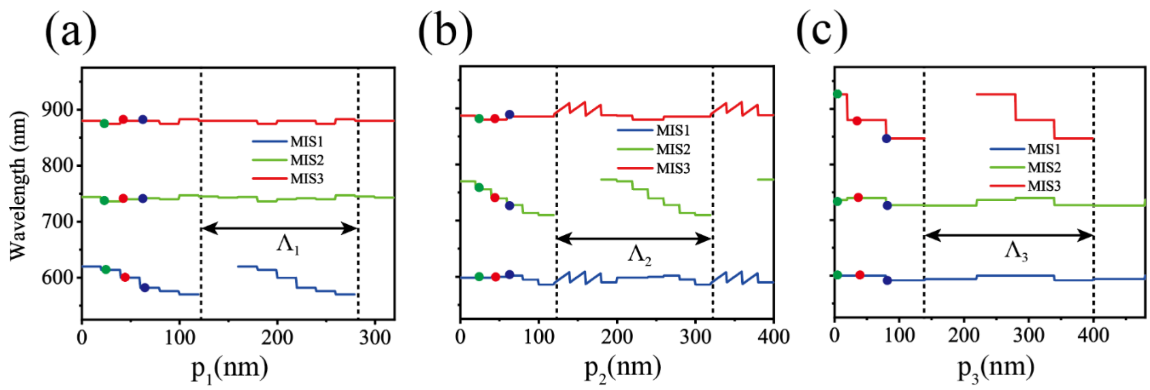


图 3.13(a)随 $p_1$ 的变化，光学莫尔超晶格-金属构型的三个莫尔界面态波长位置的变化。$p_1$ 的变化周期是$\Lambda_1$。蓝线是第一个莫尔界面态的波长位置，绿线是第二个莫尔界面态的波长位置，红线是第三个莫尔界面态的波长位置。(b) 随 $p_2$ 的变化，光学莫尔超晶格-金属构型的三个莫尔界面态波长位置的变化。$p_2$ 的变化周期是$\Lambda_2$。蓝线是第一个莫尔界面态的波长位置，绿线是第二个莫尔界面态的波长位置，红线是第三个莫尔界面态的波长位置。 -金属构型的反射光谱。(c) 随 $p_3$ 的变化，光学莫尔超晶格-金属构型的三个莫尔界面态波长位置的变化。$p_3$ 的变化周期是$\Lambda_3$。蓝线是第一个莫尔界面态的波长位置，绿线是第二个莫尔界面态的波长位置，红线是第三个莫尔界面态的波长位置。 -金属构型的反射光谱。

大，并且 $p_3$ 的变化周期是$\Lambda_3$，也就是$H_{\Lambda_3}(z)$对应的光子晶体周期。可见，$p_i$ 可以在带隙内对对应的莫尔界面态进行单独的调控，并且对其他莫尔界面态的影响较小。事实上，$p_i$对莫尔界面态波长的调控是通过调控光子莫尔超晶格表面的反射相位来达成的。如图 3.14(a)在 $p_2$、$p_3$ 保持不变的情况下 $p_1$ 不同取值使得光子莫尔超晶格的反射相位发生变化，主要变化的区域是 600 nm 附近，而 740 nm 附近和 880 nm 附近的反射相位变化不明显。如图 3.14(b)在 $p_1$、$p_3$ 保持不变的情况下 $p_2$ 不同取值使得光子莫尔超晶格的反射相位发生变化，主要变化的区域是 740 nm 附近，而 600 nm 附近和 880 nm 附近的

反射相位变化不明显。如图 3.14(c)在 $p_1$、$p_2$ 保持不变的情况下 $p_3$ 不同取值使得光子莫尔超晶格的反射相位发生变化，主要变化的区域是 880 nm 附近，而 600 nm 附近和 740 nm 附近的反射相位变化不明显。也就是说，$p_i$ 对对应的波段范围的反射相位影响较大，

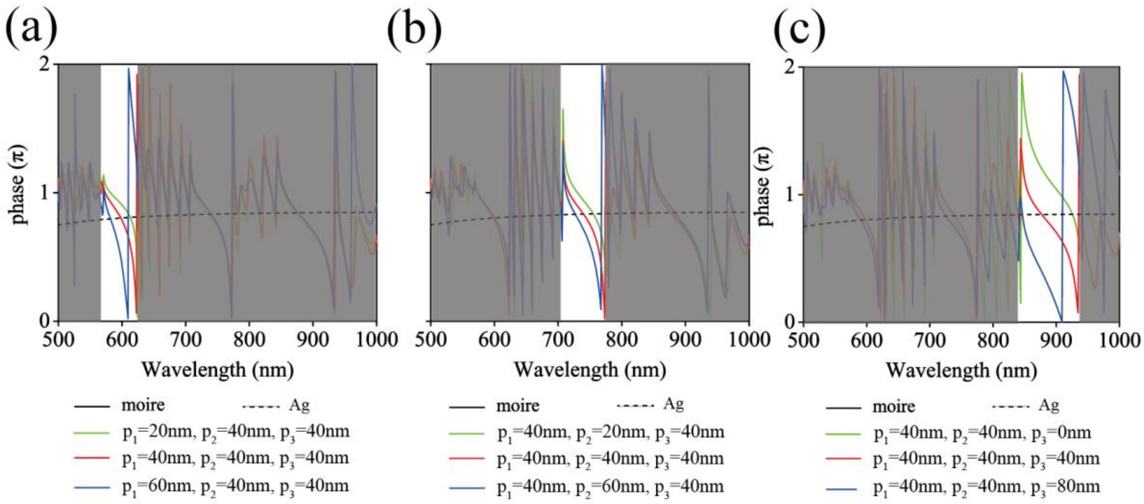


图 3.14(a)在 $p_2$、$p_3$ 保持不变的情况下，$p_1$ 的不同取值导致光学莫尔超晶格界面处的反射相位发生移动。(b)在 $p_1$、$p_3$ 保持不变的情况下，$p_2$ 的不同取值导致光学莫尔超晶格界面处的反射相位发生移动。(c)在 $p_1$、$p_2$ 保持不变的情况下，$p_3$ 的不同取值导致光学莫尔超晶格界面处的反射相位发生移动。

对其他波段的影响较小，从而使得界面态可以被对应的 $p_i$ 独立调制。

接下来我们从反射谱的角度分析 $p_i$ 的影响。由于 $p_i$ 可以调控光子莫尔超晶格表面的反射相位，这就导致光子莫尔超晶格-金属构型的反射光谱上的低谷位置发生移动。如图 3.15(a)在 $p_2$、$p_3$ 保持不变的情况下 $p_1$ 不同取值使得光子莫尔超晶格-金属构型的反射光谱发生变化，主要变化的区域是 600 nm 附近，而 740 nm 附近和 880 nm 附近的反射光谱变化不明显。如图 3.15(b)在 $p_1$、$p_3$ 保持不变的情况下 $p_2$ 不同取值使得光子莫尔超晶格-金属构型的反射光谱发生变化，主要变化的区域是 740 nm 附近，而 600 nm 附近和 880 nm 附近的反射光谱变化不明显。如图 3.15(c)在 $p_1$、$p_2$ 保持不变的情况下 $p_3$ 不

同取值使得光子莫尔超晶格-金属构型的反射光谱发生变化，主要变化的区域是 880nm 附近，而 600 nm 附近和 740 nm 附近的反射光谱变化不明显。这与前文中，$p_i$ 对对应的

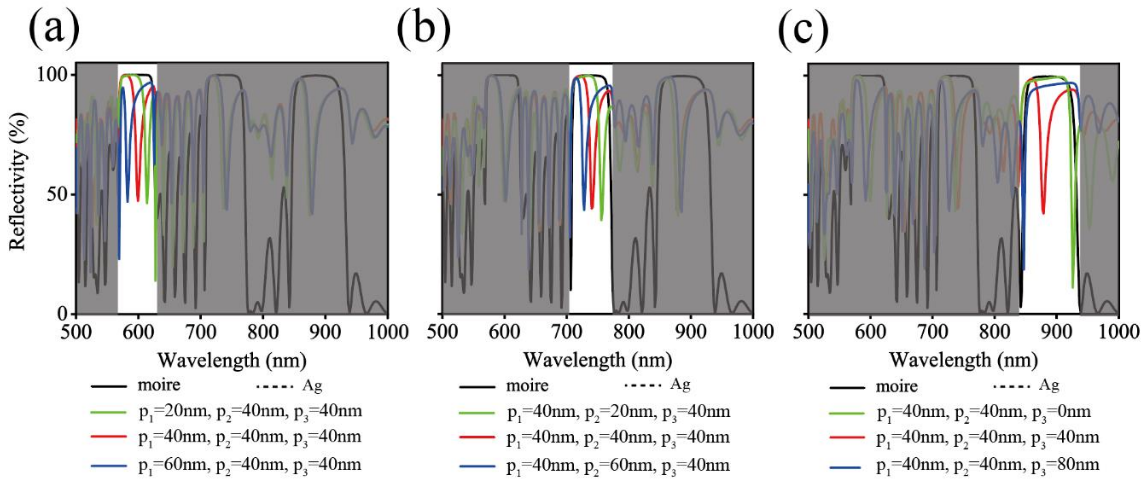


图 3.15(a)在 $p_2$、$p_3$ 保持不变的情况下，$p_1$ 的不同取值导致光学莫尔超晶格-金属构型的发射光谱发生移动。(b)在 $p_1$、$p_3$ 保持不变的情况下，$p_2$ 的不同取值导致光学莫尔超晶格-金属构型的发射光谱发生移动。(c)在 $p_1$、$p_2$ 保持不变的情况下，$p_3$ 的不同取值导致光学莫尔超晶格-金属构型的发射光谱发生移动。

波段范围的反射相位的调制结果一致。

## 3.5 利用莫尔界面态增强量子辐射

### 3.5.1 实验样品的设计与制备

在以上的讨论中，我们发现莫尔界面态可以通过组合原始的光子晶体结构构成。根据这个原理，我们可以使用光子莫尔超晶格来提高量子发射效率。我们可以设计一种具有两个莫尔界面态的光子莫尔超晶格-金属构型。一个界面态对应泵浦光波长，一个界面态对应量子点的发光波长。我们计划使用 450 nm 的泵浦激光激发 610 nm 的量子点，并使用我们设计的结构增强量子发射效率。我们选择五氧化二钽作为材料 A，二氧化硅作为材料 B。根据公式(3.3)我们选择周期为 $\Lambda_1 = 120$ nm 和 $\Lambda_2 = 160$ nm 两种光子

晶体组合成新的光子莫尔超晶格，并且得到最小厚度 $d$=20 nm。我们令 $p_1$=60 nm，$p_2$=20 nm，来确保两个莫尔界面态的波长位置分别在 450 nm 和 610 nm 处。光子莫尔超晶格-金属构型的示意图如图 3.16 所示，蓝色区域表示金属层，黑白条纹表示$H^2(z)$对应的光子莫尔超晶格。为了增强量子点发射效率我们在金属与光子莫尔超晶格之间旋涂一层混有量子点的聚甲基丙烯酸甲酯（PMMA）介质层，如图 3.16 红色区域。PMMA 介质层厚 160 nm，折射率为 1.62。界面态可以在莫尔超晶格和金属银层之间的界面上得到（光子莫尔超晶格-金属构型）。

考虑光子莫尔超晶格-金属构型，我们通过转移矩阵计算了其反射谱。如图 3.18(a)所示，红线是光子莫尔超晶格-金属构型的反射谱，蓝线是莫尔超晶格的反射谱。在白色区域处，两个红线的低谷是莫尔界面态的波长位置。

图 3.16 光学莫尔超晶格-金属构型。蓝色表示 20 nm 金属银层，红色表示混有量子点的 PMMA 介质层。右侧黑白条纹表示$H^2(z)$对应的光学莫尔超晶格。蓝色箭头泵浦激光激发入射方向，红色箭头表示量子点荧光发射方向。

实验中，使用了 OTFC1300 设备通过使用电子枪蒸镀，同时射频源辅助，在温度 220 摄氏度下进行制备莫尔超晶格，接下来考虑在莫尔超晶格上制备 PMMA 介质层。我们用甲苯作为溶剂取 PMMA 颗粒溶解其中，配置成为 8 mg/ml 的 PMMA 溶液，再加

入 10 nm/ml 的稀土，经磁力搅拌器搅拌 10 小时充分混合溶解后进行使用。我们将镀有

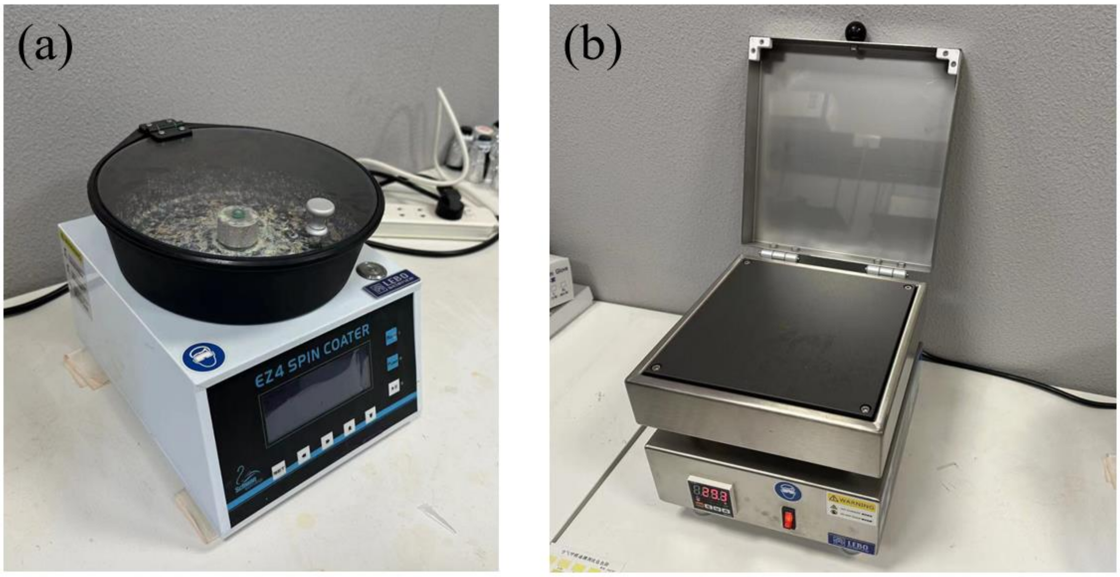


图 3.17(a)匀胶机。(b) 烘干台。

莫尔超晶格的样品放置在匀胶机中，设置前转速度 1000 r/min，时间为 6s，后转速为 3000 r/min，时间为 30 s。用滴管将配置好的混有稀土的 PMMA 溶液滴定在试验样品上，启动匀胶机，如图 3.17(a)所示的匀胶机。匀胶结束后，取出样品放置于烘干台，如图 3.17(b)所示，设置烘干温度为 75 °C，烘干 30 分钟，固化成膜成膜厚度约为 160 nm。更薄的 PMMA 层可以使用电感耦合等离子体（ICP）减薄工艺减薄，或者稀释溶液再进行后续操作。

在图 3.18(b)中，我们使用光谱仪对加工的样品的反射谱进行测量红线是光子莫尔超晶格-金属构型的反射谱，蓝线是莫尔超晶格的反射谱。在白色区域处，两个红线的低谷是莫尔界面态的波长位置。这就允许泵浦光和量子发射波长的电场同时在金属与莫尔超晶格之间得到局域增强，因此，量子发射效率得到提高。

### 3.5.2 莫尔界面态增强量子辐射的理论分析

为了说明光子莫尔超晶格-金属构型增强量子发射效率，我们使用时域耦合理论对量子发射进行分析。第一个莫尔界面态与第二个莫尔界面态分别可以看成微腔的模式 1 和模式 2，共振的振幅可以表示为 $A=[a,b]^T$。在它们之中，第一个莫尔界面态对应于

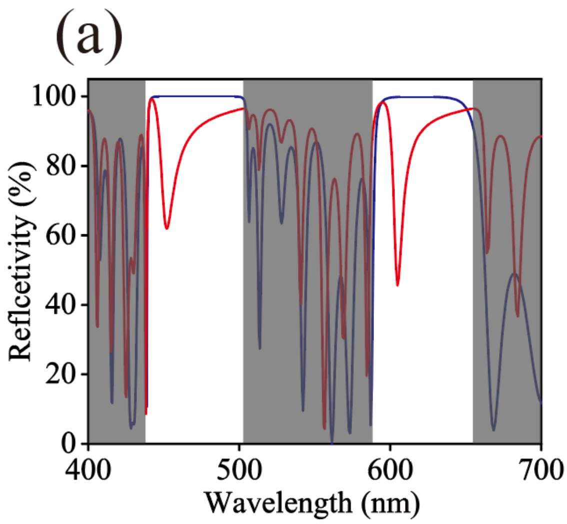


图 3.18(a)理论计算光学莫尔超晶格的反射谱（蓝线）和光学莫尔超晶格-金属构型的反射谱（红线）。(b)实验测量光学莫尔超晶格的反射谱（蓝线）和光学莫尔超晶格-金属构型的反射谱（红线）。圆点是实验中用到泵浦激光的激发波长。

较高频率的模式，也就是泵浦光，第二个莫尔界面态对应于较低频率的模式， 也就是量子点的发射波长。由于量子点是二能级系统，因此它能够耦合两个不同频率的正交的微腔模式。此外，量子点的内部跃迁过程是单向的，所以它可以被较高频率的泵浦光激发并转化为较低频率的光，但反过来的条件则不成立。因此，我们认为第一个莫尔界面态和第二个莫尔界面态的耦合是单向的，即第一个莫尔界面态可以耦合到第二个莫尔界面态中，而第二个莫尔界面态不能反过来耦合。在我们的结构中，第一个莫尔界面态被泵浦光驱动，第二个莫尔界面态被泵浦光激发的量子点激发。耦合方程是：

$$\begin{aligned}\frac{da}{dt}&=(j\omega_a-\gamma_1)a+S_+,\\ \frac{db}{dt}&=(j\omega_b-\gamma_2)b+\kappa a\end{aligned}\tag{3.4}$$

这里$\omega_a(\omega_b)$是第一个莫尔界面态（第二个莫尔界面态）的本征频率。$S_+$是第一个莫尔界面态与外部环境的相互作用强度。$\gamma_1(\gamma_2)$是辐射阻尼的衰减率，它可以被表示为共振波长位置处的半高宽。$\kappa$表示两个模式的耦合系数，它直接正比与两个电场的交叠积分：

$$\kappa=\frac{(\varepsilon_0-\varepsilon_{PMMA})\omega_0\int_{PMMA}d\mathbf{r}^3\mathbf{E}_1^*\cdot\mathbf{E}_2}{\langle\phi_1|\phi_1\rangle}$$
$$\langle\phi_{1(2)}|\phi_{1(2)}\rangle=\sum_{m\in all}\int_m d\mathbf{r}^3(\varepsilon_m\mathbf{E}_{1(2)}^*\cdot\mathbf{E}_{1(2)}+\mu_m\mathbf{H}_{1(2)}^*\cdot\mathbf{H}_{1(2)}) \tag{3.5}$$

这里$\varepsilon_0$和$\varepsilon_m$分别是真空和材料的绝对介电常数。$\mu_0$和$\mu_m$分别是真空和材料的磁导率。$\mathbf{E}_{1(2)}$和$\mathbf{H}_{1(2)}$分别是共振模式的电场和磁场分布，这里我们使用标准化的电场，即$\langle\phi_1|\phi_1\rangle=\langle\phi_2|\phi_2\rangle$。

在我们得结构中，第二个莫尔界面态与在光子莫尔超晶格-金属构型中的量子点的波长耦合。第二个光学莫尔界面态辐射的强度可以表示为$\Gamma=|\gamma_2 b|$。为了简化模型，我们考虑第一个莫尔界面态与泵浦激光的相互作用强度是 1，之后，我们可以得到辐射的强度为$\Gamma=\dfrac{\kappa\gamma_2 S_+}{\sqrt{\left[(\omega_l-\omega_a)^2+\gamma_1^2\right]\left[(\omega-\omega_b)^2+\gamma_2^2\right]}}$，这$\omega_l$表示泵浦激光的频率。明显地，

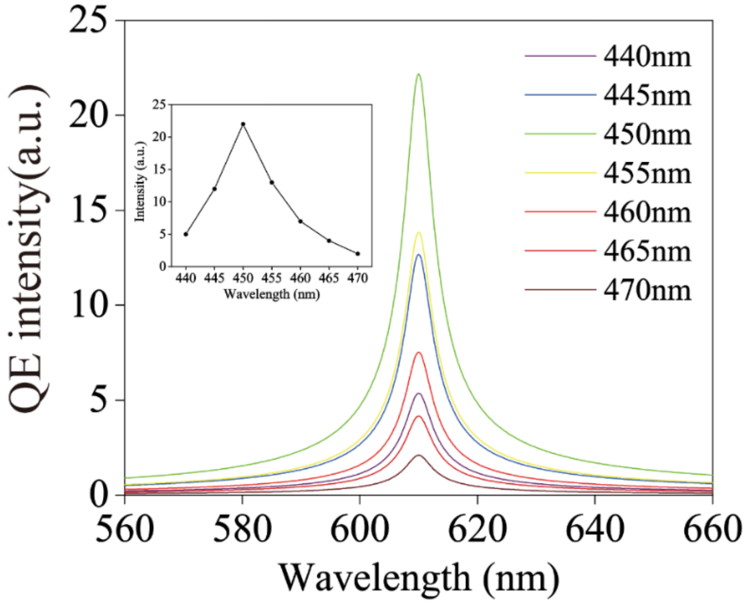


图 3.19 不同泵浦激光波长（频率$\omega_l$）下，波长从 440 nm 到 470 nm，间隔 5 nm，通过时域耦合理论计算的量子辐射强度$\Gamma$。插图是不同泵浦激光波长量子辐射强度峰值的变化。

量子辐射的强度$\Gamma$受到泵浦激光频率和耦合强度$\kappa$的影响。如图 3.19 所示，不同泵浦激光频率$\omega_l$下，计算的量子辐射的强度$\Gamma$，插图是不同泵浦激光频率$\omega_l$量子辐射的强度峰值变化。量子辐射，在泵浦激光波长为 450 nm 时强度最大。当泵浦波长远离莫尔界面

态波长的时候，量子辐射由于一个共振态的消失量子发射的强度减弱。计算结果显示量子发射的强度可以被莫尔界面态极大地增强。

### 3.5.3 莫尔界面态增强量子辐射的实验验证

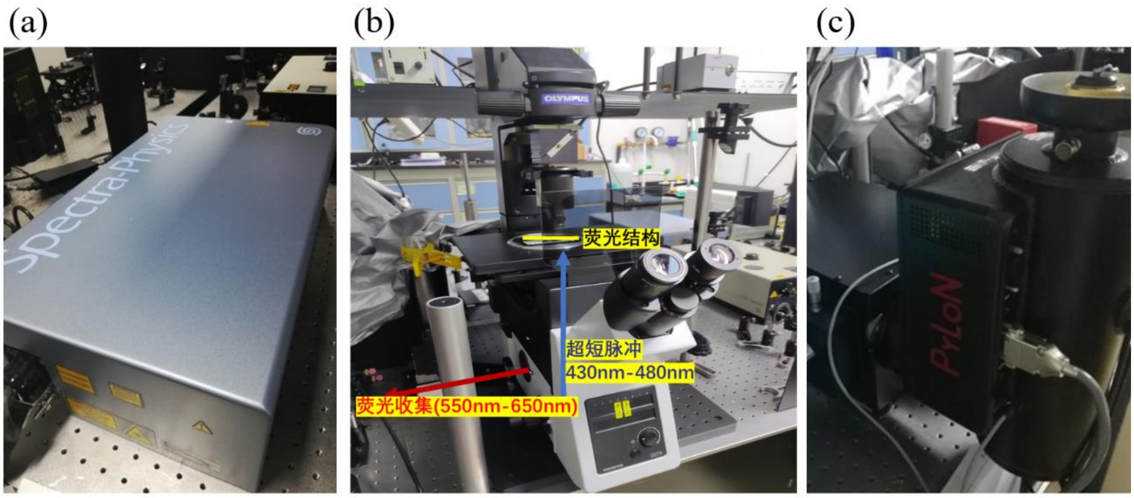


图 3.20(a)飞秒激光器装置图。(b)倒置显微镜及光路图。(c)普林斯顿光谱仪装置图。

实验上，我们使用可调的飞秒激光器来激发光子莫尔超晶格-金属构型中的量子点。

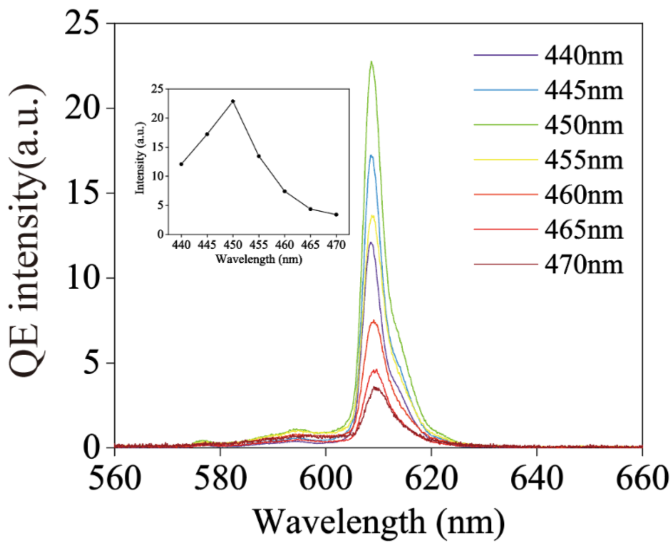


图 3.21 实验上采用波长可调的飞秒激光波长激发光学莫尔超晶格-金属构型样品，波长从 440 nm 到 470 nm，间隔 5 nm，并从金属银一侧测量量子发射强度。插图是不同泵浦激光波长量子辐射强度峰值的变化。

泵浦激光从金属银一侧入射，量子发射从金属银一侧测量。实验装置如图 3.20 所示，图 3.20(a)是飞秒激光器经倒置显微镜图 3.20(b)所示，从下方入射至实验样品（蓝色箭头），荧光结构样品发射出的荧光经反射从倒置显微镜下方射出（红色箭头），之后被普林斯顿光谱图 3.20(c)所示收集测量。

如图 3.21，我们从 440 nm 到 470 nm 改变可调飞秒激光的波长，间隔 5 nm，并且保

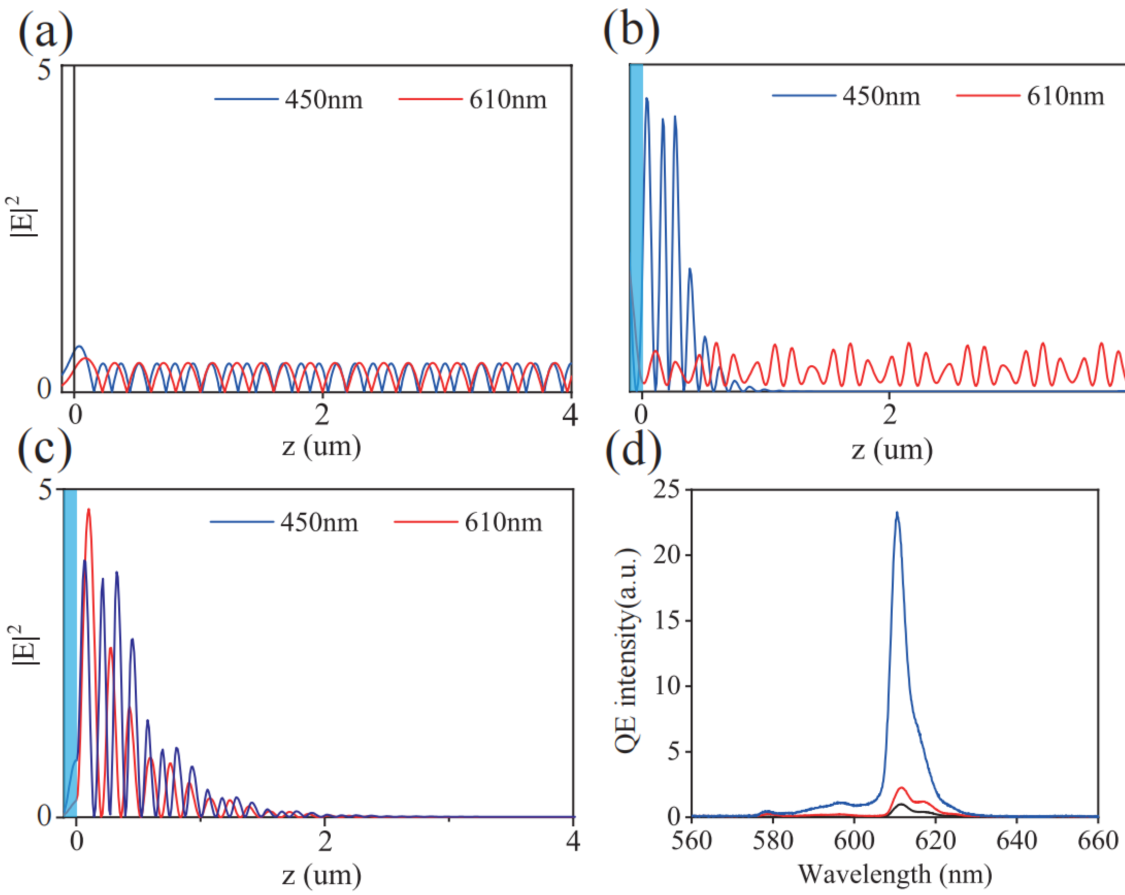


图 3.22 (a)玻璃衬底结构的在波长为 450 nm 和 610 nm 电场分布。蓝线是 450 nm 的电场分布，红线是 610 nm 的电场分布。黑线是空气和玻璃的界面。(b)塔姆结构的在波长为 450 nm 和 610 nm 电场分布。蓝线是 450 nm 的电场分布，红线是 610 nm 的电场分布。蓝色区域表示金属银层。(c)光学莫尔超晶格-金属构型的在波长为 450 nm 和 610 nm 电场分布。蓝线是 450 nm 的电场分布，红线是 610 nm 的电场分布。蓝色区域表示金属银层。(d)蓝线是光学莫尔超晶格-金属构型 610 nm 的量子发射强度，红线塔姆结构 610 nm 的量子发射强度，黑线是玻璃衬底结构 610 nm 的量子发射强度。

持功率强度不变，测量量子发射的强度。明显地，实验测量的量子发射强度最强的时候是激光波长为 450 nm 的时候。图中插图展示了不同激光波长下量子发射强度的峰值的变化。实验结果与图 3.19 的理论计算符合的很好。

除此之外，我们研究了相同功率激光激发下三种不同结构的量子发射强度：光子莫尔超晶格-金属构型，塔姆结构，玻璃基底结构。这里塔姆结构被定义为周期光子晶体与金属层组成的结构，这种结构有着单一的界面共振界面态。值得注意的是，既然光子莫尔超晶格支持多波长的界面态，两个波长的电场就可以局域在相同的界面上（光子莫尔超晶格与金属层之间）如图 3.22(c)光子莫尔超晶格-金属构型的两个波长的电场都局域在光子莫尔超晶格和金属银的界面上。然而，图 3.22(b)中塔姆结构只有一个波长(450nm)的电场局域在界面上。图 3.22(a)中玻璃衬底结构两个波长的电场均没有局域在界面上。这些不同结构的电场分布影响着耦合系数$\kappa$，而$\kappa$影响着量子发射的强度。为了分析不同结构对量子发射强度的影响，我们通过计算得到不同结构两个波长电场的耦合系数，光子莫尔超晶格-金属构型耦合系数$|\kappa_2| = 6.62\times 2\pi$ THz，单共振的塔姆结构的耦合系数$|\kappa_1| = 1.26\times 2\pi$ THz，玻璃衬底的耦合系数$|\kappa_0| = 0.43\times 2\pi$ THz。由于$|\kappa_2| > |\kappa_1| > |\kappa_0|$，光子莫尔超晶格-金属构型有着最高的量子发射效率。实验上，我们使用波长为 450 nm 的飞秒激光器以相同功率去激发三种不同结构的量子点。如图 3.22(d)最大的量子发射强度由光子莫尔超晶格-金属构型产生，其强度是塔姆结构的 5 倍，是玻璃衬底结构的 20 倍。

## 3.6 本章小结

本章中，我们提出了一种构建多组份光子莫尔超晶格的设计方法。光子莫尔超晶格-超构表面结构可以支持多波长的莫尔界面态，其中的波长、偏振和数量都可以灵活地通过参数调控。此外，基于莫尔界面态，我们提出了一种可行的方法来实现量子发射强度的增强，并实现超构表面对量子发射偏振状态的调控，这可以推广到非线性光学或其他多波长波的光-物质相互作用过程。我们相信，构建多组份的光子莫尔超晶格和莫尔界面态的设计方法在未来可以扩展到其他领域的莫尔超晶格物理系统。一些特殊的其他有趣的应用是可能得到，如光学检测设备、过滤器和传感器。

## 参考文献

[1] S. Shallcross, S. Sharma, E. Kandelaki, and O. A. Pankratov, Electronic structure of turbostratic graphene, Phys. Rev. B **81**, 165105 (2010).

[2] R. Bistritzer and A. H. MacDonald, Moire butterflies in twisted bilayer graphene, Phys. Rev. B **84**, 035440 (2011).

[3] R. Bistritzer and A. H. MacDonald, Moire bands in twisted double-layer graphene, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **108**, 12233 (2011).

[4] A. Luican, G. H. Li, A. Reina, J. Kong, R. R. Nair, K. S. Novoselov, A. K. Geim, and E. Y. Andrei, Single-Layer Behavior and Its Breakdown in Twisted Graphene Layers, Phys. Rev. Lett. **106**, 126802 (2011).

[5] J. dos Santos, N. M. R. Peres, and A. H. Castro Neto, Continuum model of the twisted graphene bilayer, Phys. Rev. B **86**, 155449 (2012).

[6] M. J. Klug, Charge order and Mott insulating ground states in small-angle twisted bilayer graphene, New J. Phys. **22**, 073016 (2020).

[7] Y. Cao, V. Fatemi, A. Demir, S. Fang, S. L. Tomarken, J. Y. Luo, J. D. Sanchez-Yamagishi, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Kaxiras *et al.*, Correlated insulator behaviour at half-filling in magic-angle graphene superlattices, Nature **556**, 80 (2018).

[8] Y. Cao, V. Fatemi, S. Fang, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Kaxiras, and P. Jarillo-Herrero, Unconventional superconductivity in magic-angle graphene superlattices, Nature **556**, 43 (2018).

[9] K. Seo, V. N. Kotov, and B. Uchoa, Ferromagnetic Mott state in Twisted Graphene Bilayers at the Magic Angle, Phys. Rev. Lett. **122**, 246402 (2019).

[10] A. L. Sharpe, E. J. Fox, A. W. Barnard, J. Finney, K. Watanabe, T. Taniguchi, M. A. Kastner, and D. Goldhaber-Gordon, Emergent ferromagnetism near three-quarters filling in twisted bilayer graphene, Science **365**, 605 (2019).

[11] M. Chen, X. Lin, T. H. Dinh, Z. Zheng, J. Shen, Q. Ma, H. Chen, P. Jarillo-Herrero, and S. Dai, Configurable phonon polaritons in twisted alpha-MoO3, Nat. Mater. **19**, 1307 (2020).

[12] N. Bultinck, S. Chatterjee, and M. P. Zaletel, Mechanism for Anomalous Hall Ferromagnetism in Twisted Bilayer Graphene, Phys. Rev. Lett. **124**, 166601 (2020).

[13] P. N. Li, G. W. Hu, I. Dolado, M. Tymchenko, C. W. Qiu, F. J. Alfaro-Mozaz, F. Casanova, L. E. Hueso, S. Liu, J. H. Edgar *et al.*, Collective near-field coupling and nonlocal phenomena in infrared-phononic metasurfaces for nano-light canalization, Nat. Commun. **11**, 3663 (2020).

[14] M. Serlin, C. L. Tschirhart, H. Polshyn, Y. Zhang, J. Zhu, K. Watanabe, T. Taniguchi, L. Balents, and A. F. Young, Intrinsic quantized anomalous Hall effect in a moire heterostructure, Science **367**, 900 (2020).
[15] Z. R. Zheng, Q. Ma, Z. Bi, S. de la Barrera, M. H. Liu, N. N. Mao, Y. Zhang, N. Kiper, K. Watanabe, T. Taniguchi *et al.*, Unconventional ferroelectricity in moire heterostructures, Nature **588**, 71 (2020).
[16] K. Yasuda, X. R. Wang, K. Watanabe, T. Taniguchi, and P. Jarillo-Herrero, Stacking-engineered ferroelectricity in bilayer boron nitride, Science **372**, 1458 (2021).
[17] S. G. Xu, M. M. Al Ezzi, N. Balakrishnan, A. Garcia-Ruiz, B. Tsim, C. Mullan, J. Barrier, N. Xin, B. A. Piot, T. Taniguchi *et al.*, Tunable van Hove singularities and correlated states in twisted monolayer-bilayer graphene, Nat. Phys. **17**, 619 (2021).
[18] S. W. Chen, M. H. He, Y. H. Zhang, V. Hsieh, Z. Y. Fei, K. Watanabe, T. Taniguchi, D. H. Cobden, X. D. Xu, C. R. Dean *et al.*, Electrically tunable correlated and topological states in twisted monolayer-bilayer graphene, Nat. Phys. **17**, 374 (2021).
[19] P. Rickhaus, G. L. Zheng, J. L. Lado, Y. Lee, A. Kurzmann, M. Eich, R. Pisoni, C. Y. Tong, R. Garreis, C. Gold *et al.*, Gap Opening in Twisted Double Bilayer Graphene by Crystal Fields, Nano Lett. **19**, 8821 (2019).
[20] Y. B. Chu, L. Liu, C. Shen, J. P. Tian, J. Tang, Y. C. Zhao, J. Y. Liu, Y. L. Yuan, Y. R. Ji, R. Yang *et al.*, Temperature-linear resistivity in twisted double bilayer graphene, Phys. Rev. B **106**, 035107 (2022).
[21] M. Yankowitz, J. M. Xue, and B. J. Leroy, Graphene on hexagonal boron nitride, J. Phys. Condens. Matter **26**, 303201 (2014).
[22] J. M. Yuk, H. Y. Jeong, N. Y. Kim, H. J. Park, G. Kim, H. S. Shin, R. S. Ruoff, J. Y. Lee, and Z. Lee, Superstructural defects and superlattice domains in stacked graphene, Carbon **80**, 755 (2014).
[23] M. Yankowitz, Unravelling the magic of twisted trilayer graphene, Nat. Mater. **22**, 286 (2023).
[24] S. Turkel, J. Swann, Z. Y. Zhu, M. Christos, K. Watanabe, T. Taniguchi, S. Sachdev, M. S. Scheurer, E. Kaxiras, C. R. Dean *et al.*, Orderly disorder in magic-angle twisted trilayer graphene, Science **376**, 193 (2022).
[25] E. S. Morell, M. Pacheco, L. Chico, and L. Brey, Electronic properties of twisted trilayer graphene, Phys. Rev. B **87**, 125414 (2013).
[26] C. K. Xu and L. Balents, Topological Superconductivity in Twisted Multilayer Graphene,

Phys. Rev. Lett. **121**, 087001 (2018).

# 第四章 基于莫尔超晶格利用超构表面结构调控量子辐射

## 4.1 引言

相位是光波的基本物理量。传统的折射光学元件利用材料折射率的差异或者表面形状的变化来实现特定的相位分布，从而构建相位调制的光学器件。然而，自然界中的光学材料可以选择的范围非常有限，因此，通过构建曲面面型实现相位调制是常用的方法。然而，也面临着器件体积过大的问题[1-5]。

近年来，由于亚波长结构调控电磁波相位[6]、振幅[7]和偏振[8,9]的灵活和精准的能力而受到研究者们的关注，其最具有代表性的就是超构材料，它是基于亚波长结构的人工结构材料，可以实现自然界中不存在的电磁参量和性能[10,11]。超构材料由于其优异的物理性能在高方向辐射天线[12]、电磁隐身和幻象[13,14]、超分辨率成像和光刻等[15-17]领域表现出巨大的应用价值。然而三维的超构材料在加工和金属损耗阻碍了其进一步发展，于是，研究者们将三维结构转向到了二维结构，即超构表面[18-21]。

在 20 世纪 40 年代，Kock 等人利用亚波长厚度的平面天线结构实现微波透镜对电磁波的相位进行调控。此外，在微波段还出现了一系列基于金属亚波长结构的超构表面调控电磁波，例如，频率选择超构表面和反射阵列天线[22]。随着微纳加工技术的不断成熟和相关理论的不断发展，利用金属狭缝中的表面等离子体传播常数随狭缝宽度变化的新兴光学超构表面期间实现了局域相位调节，并在理论上建立了广义折反射定律[23,24]。与传统的超构材料对比，超构表面具有厚度薄、易加工的优势。超构表面在大视场全息、电磁吸收和虚拟赋形、轻量化平面成像等多领域有着极大的应用潜力[25-27]。然而，目前为止，超构表面对量子发射的调控的工作还不是很多，最近涌现出的莫尔超晶格也为超构表面提供了新的组合对象。

在这项工作中，我们基于一种多组份的光子莫尔超晶格与超构表面结构组合，构成光子莫尔超晶格-超构表面结构。这种结构可以支持多波长的界面态。我们通过调控超构表面的结构参数，可以对超构表面的电磁波反射相位进行精细控制，从而将光子莫尔超晶格-超构表面结构界面态的电场的 TE 模式和 TM 模式分离。我们基于光子莫尔超晶格-超构表面结构界面态的这种性质，在光子莫尔超晶格与超构表面添加量子点发光物质 ，从而实现通过超构表面结构调控量子发射的波长和偏振态。

## 4.2 超构表面结构对莫尔界面态的调控

### 4.2.1 超构表面结构的理论设计

在实际应用中，我们期望更加灵活的调控莫尔界面态。我们可以通过将光子莫尔超晶格-金属构型中的金属取代为超构表面来实现。如果我们将金属层替换为超构表面结构，莫尔界面态就可以被通过控制超构表面反射相位来调控。通过这种超构表面我们可以控制莫尔界面态的偏振。光子莫尔超晶格-超构表面构型的结构示意图如图 4.1 所示，红色部分表示的是 PMMA 层厚度约为 150 nm，蓝色部分是超构表面结构。其超构表面结构纳米狭缝厚度为 35nm，在 X 方向是周期性的，周期为 P=150 nm，单一缝宽是 $d_m$ 在实验中这是可调参量。我们制备四个不同缝宽的超构表面结构分别是 $d_m$= 0 (金属银层), 50, 75, 和 100 nm。

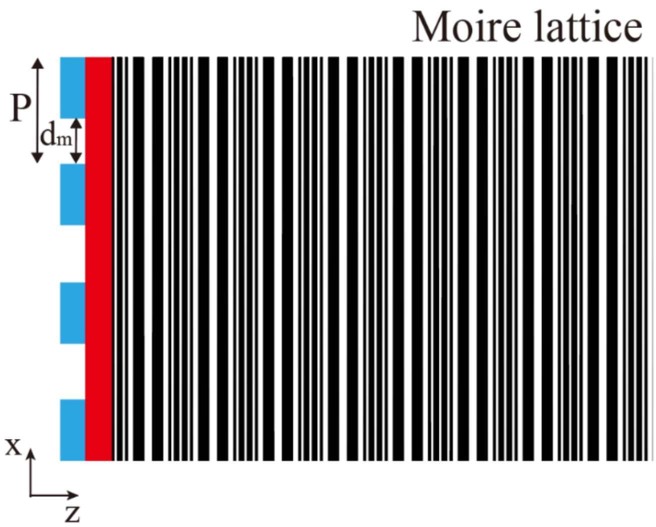


图 4.1 黑白条纹是光学莫尔超晶格，红色部分是 PMMA 层，层厚是 150 nm，蓝色部分是超构表面结构，在 X 方向呈周期性，周期为 P=150 nm，缝宽为 $d_m$ 在实验中是可调参量。

计算得到的超构表面电场 Y 方向偏振的反射相位的负值如图 4.2 实线所示。黑色虚线是金属银层的反射相位，红色实线是 $d_m$= 50 nm 超构表面电场 Y 方向的反射相位的负值，绿色实线是 $d_m$= 75 nm 超构表面电场 Y 方向的反射相位的负值，蓝色实线是 $d_m$= 100 nm 超构表面电场 Y 方向的反射相位的负值。计算得到的超构表面电场 X 方向偏振的反射相位的负值如图 4.2 虚线所示。红色虚线是 $d_m$= 50 nm 超构表面电场 X 方向的反射相位的负值，绿色虚线是 $d_m$= 75 nm 超构表面电场 X 方向的反射相位的负值，蓝色虚

线是 $d_m$= 100 nm 超构表面电场 X 方向的反射相位的负值。为了对比我们计算了光子莫尔超晶格的反射相位如图 4.2 黑色实线所示。不同的偏振，随着 $d_m$ 的增大，反射相位有着相反的变化趋势。这就造成了超构表面不通电场偏振方向的反射相位的负值与光子莫尔超晶格的反射相位的交叉点有着相反的移动方向。因此，随着 $d_m$ 的增大，不同偏振的莫尔界面态的波长位置移动方向相反。

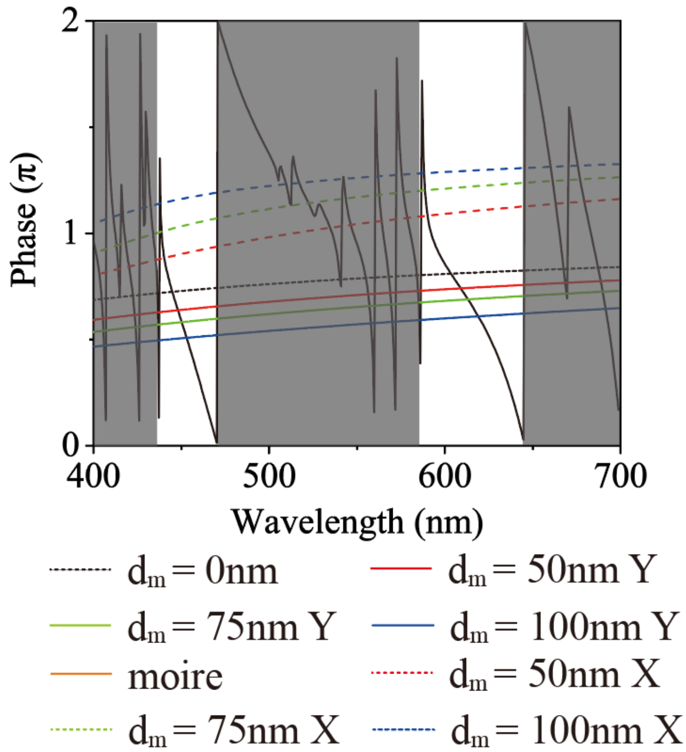


图 4.2 黑色虚线是金属银层的反射相位，红色实线是 $d_m$= 50 nm 超构表面电场 Y 方向的反射相位的负值，绿色实线是 $d_m$= 75 nm 超构表面电场 Y 方向的反射相位的负值，蓝色实线是 $d_m$= 100 nm 超构表面电场 Y 方向的反射相位的负值，红色虚线是 $d_m$= 50 nm 超构表面电场 X 方向的反射相位的负值，绿色虚线是 $d_m$= 75 nm 超构表面电场 X 方向的反射相位的负值，蓝色虚线是 $d_m$= 100 nm 超构表面电场 X 方向的反射相位的负值，黑色实线是光学莫尔超晶格的反射相位。

如图 4.5(a)我们通过模拟得到光子莫尔超晶格-超构表面构型 X 偏振的反射谱，图 4.5(b) 通过模拟得到光子莫尔超晶格-超构表面构型 Y 偏振的反射谱。为了对比，光子莫尔超晶格的反射谱（橘黄色线）也在两图中画出。在图 4.5(a)中，随着 $d_m$ 的增大，电场 X 偏振的莫尔界面态向（白色区域的线段低谷）短波移动，最终消失在带隙之外。

然而，在图 4.5(b)中，随着 $d_m$ 的增大，电场 Y 偏振的莫尔界面态向（白色区域的线段低谷）长波移动。

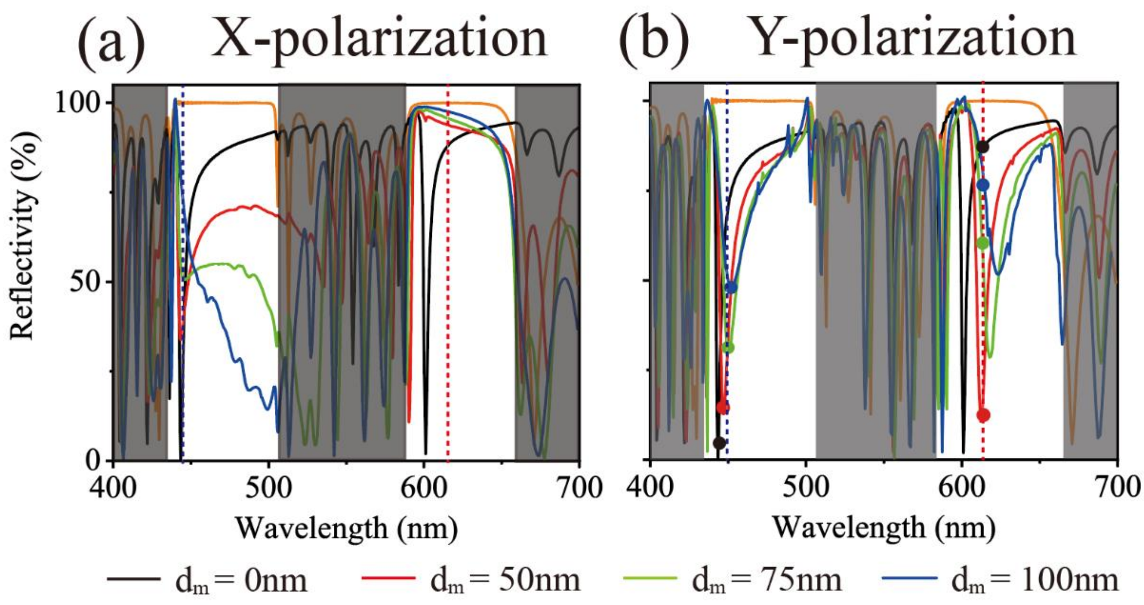


图 4.3(a) 黑色线是 $d_m$= 0 nm 金属银层时光学莫尔超晶格-超构表面构型的反射谱，红色线是 $d_m$= 50 nm 时光学莫尔超晶格-超构表面构型的电场 X 偏振的反射谱，绿色线是 $d_m$= 75 nm 时光学莫尔超晶格-超构表面构型的电场 X 偏振的反射谱，蓝色线是 $d_m$= 100 nm 时光学莫尔超晶格-超构表面构型的电场 X 偏振的反射谱，橘色线光学莫尔超晶格的反射谱。(b) 黑色线是 $d_m$= 0 nm 金属银层时光学莫尔超晶格-超构表面构型的反射谱，红色线是 $d_m$= 50 nm 时光学莫尔超晶格-超构表面构型的电场 Y 偏振的反射谱，绿色线是 $d_m$= 75 nm 时光学莫尔超晶格-超构表面构型的电场 Y 偏振的反射谱，蓝色线是 $d_m$= 100 nm 时光学莫尔超晶格-超构表面构型的电场 Y 偏振的反射谱，橘色线光学莫尔超晶格的反射谱。

### 4.2.2 超构表面结构的加工制备及实验测量

实验上我们使用聚焦离子束（Focused Ion Beam，FIB）加工超构表面结构，如图 4.5(a)所示是聚焦离子束设备的照片。我们使用离子束加工并在电子显微镜下观察到超构表面结构如图 4.5(b)-(d)所示，分别是当周期为 P=150nm 时，缝宽为 $d_m$= 50 nm，$d_m$= 75 nm，$d_m$= 100 nm 超构表面形貌图片。超构表面结构在 x 方向呈现周期性。

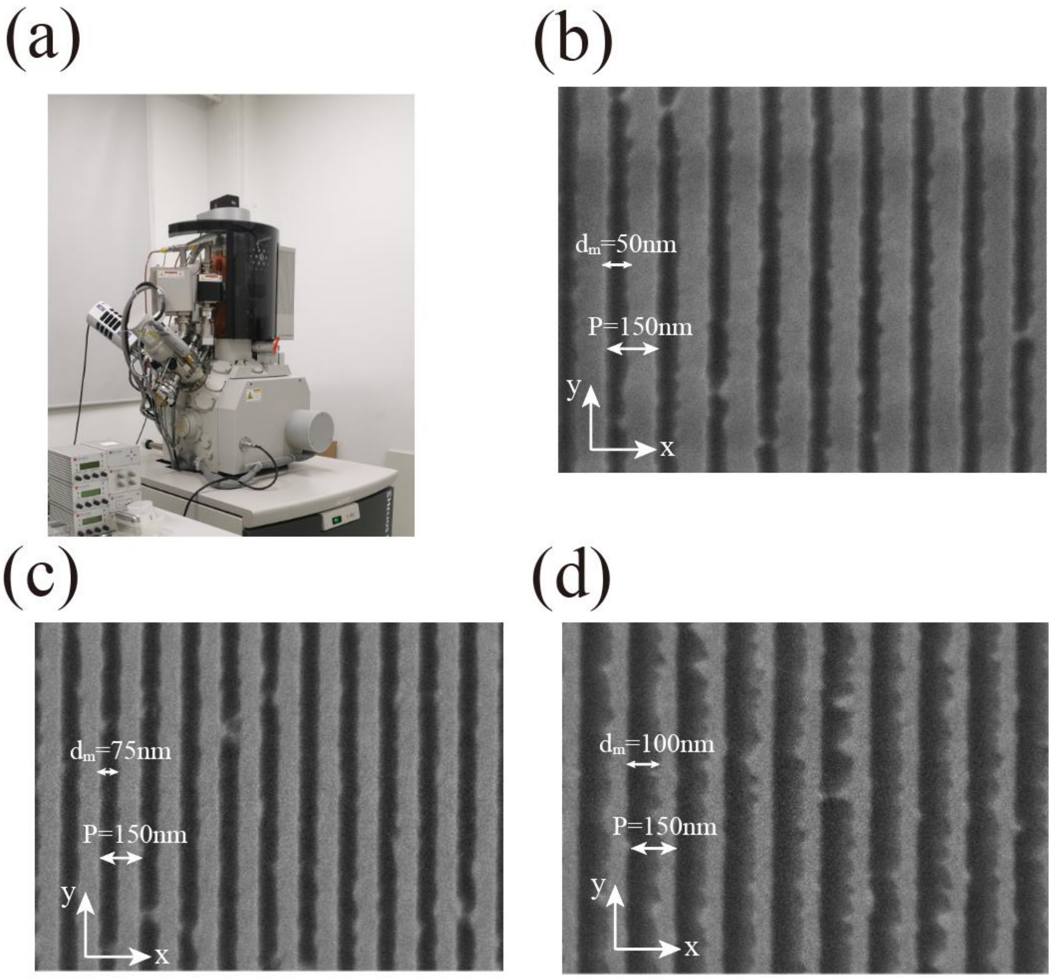


图 4.4(a) 聚焦离子束(FIB)设备照片。(b)经过离子束加工后，在电子 显微镜下缝宽为 $d_m$= 50 nm 的超构表面形貌照片。(c)经过离子束加工后，在电子 显微镜下缝宽为 $d_m$= 75 nm 的超构表面形貌照片。(c)经过离子束加工后，在电子 显微镜下缝宽为 $d_m$= 100 nm 的超构表面形貌照片。

实验上，我们测量了不同电场偏振的光子莫尔超晶格-超构表面构型的反射谱，如图 4.5 所示。图 4.5(a)电场 X 偏振的反射谱与模拟计算的图 4.3(a)反射谱符合很好，图 4.5(b)电场 Y 偏振的反射谱与模拟计算的图 4.3(b)反射谱符合很好。以上的结果表明，调整超构表面结构，我们可以灵活操控不同偏振的莫尔界面态。

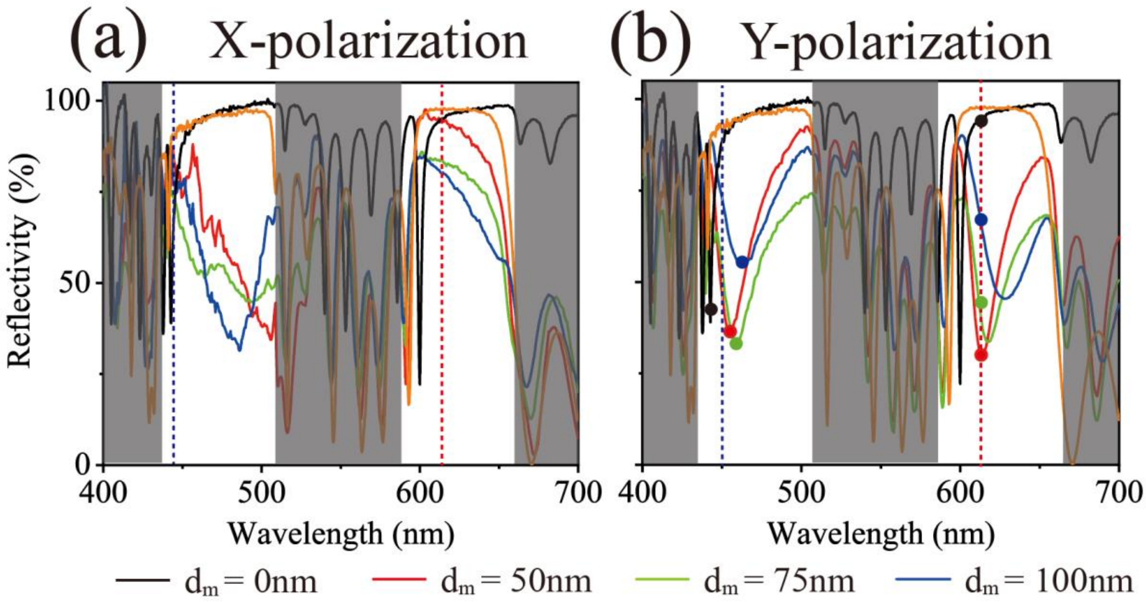


图 4.5(a) 黑色线是 $d_m$= 0 nm 金属银层时光学莫尔超晶格-超构表面构型的反射谱，红色线是 $d_m$= 50 nm 时光学莫尔超晶格-超构表面构型的电场 X 偏振的反射谱，绿色线是 $d_m$= 75 nm 时光学莫尔超晶格-超构表面构型的电场 X 偏振的反射谱，蓝色线是 $d_m$= 100 nm 时光学莫尔超晶格-超构表面构型的电场 X 偏振的反射谱，橘色线光学莫尔超晶格的反射谱。(b) 黑色线是 $d_m$= 0 nm 金属银层时光学莫尔超晶格-超构表面构型的反射谱，红色线是 $d_m$= 50 nm 时光学莫尔超晶格-超构表面构型的电场 Y 偏振的反射谱，绿色线是 $d_m$= 75 nm 时光学莫尔超晶格-超构表面构型的电场 Y 偏振的反射谱，蓝色线是 $d_m$= 100 nm 时光学莫尔超晶格-超构表面构型的电场 Y 偏振的反射谱，橘色线光学莫尔超晶格的反射谱。

## 4.3 超构表面结构调控量子辐射

### 4.3.1 超构表面结构调控量子辐射偏振

进一步，我们利用超构表面的各向异性去调控量子发射的偏振态。这里我们仍然使用时域耦合模理论去计算不同偏振态的量子发射。如图 4.6(a)红色线是超构表面 $d_m$ =50 nm，光子莫尔超晶格-超构表面构型电场 X 偏振的量子发射强度。泵浦激光波长选用 445 nm，在图 4.5(a)中用蓝色虚线标出。发射波长为 610 nm，在图 4.5(a)中用红色虚

线标出。在图 4.6(a)中蓝线是超构表面 $d_m$ =50 nm，光子莫尔超晶格-超构表面构型电场 Y 偏振的量子发射强度。泵浦激光选用 450 nm，在图 4.5(b)中用蓝色虚线标出。发射波长为 610 nm，在图 4.5(b)中用红色虚线标出。在图 4.6(a)中电场 Y 偏振的量子发射是电场 X 偏振的量子发射的近 3 倍。这是因为测量电场 Y 偏振的量子发射强度时，泵浦激光波长和量子发射波长处在电场 Y 偏振的莫尔界面态的波长位置，如图 4.5(b)所示。然而，测量电场 X 偏振的量子发射强度时，电场 X 偏振的莫尔界面态的波长不在量子发射波长的位置，如图 4.5(a)所示。实验上，我们使用 450 nm 飞秒激光去激发光子莫尔超晶格-超构表面结构中的量子点，之后，Y 偏振的量子发射强度从超构表面这一侧测量，如图 4.6(b)蓝线所示。同时，我们使用 445 nm 飞秒激光去激发光子莫尔超晶格-超构表面结构中的量子点，之后，X 偏振的量子发射强度从超构表面这一侧测量，如图

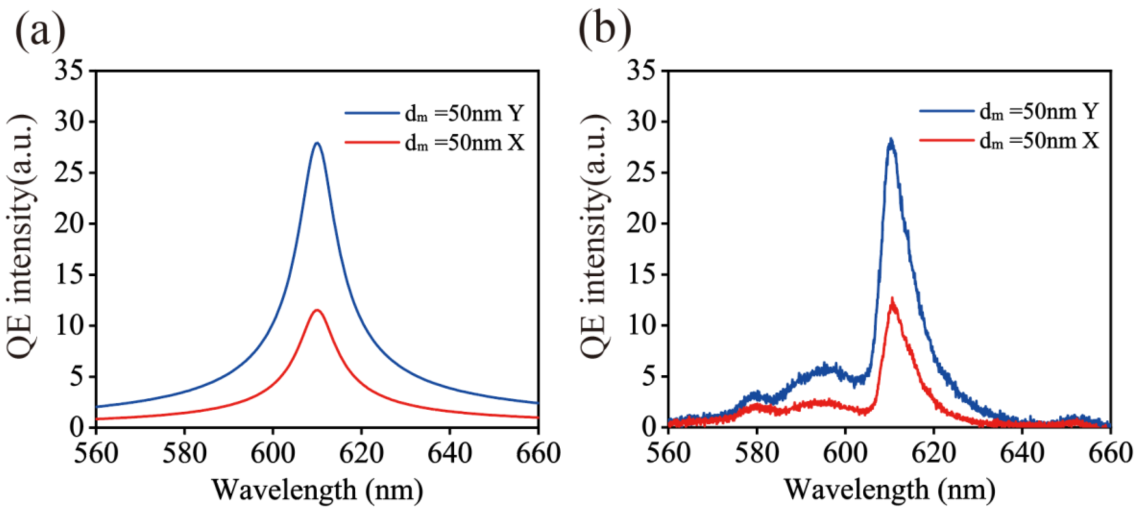


图 4.6(a)理论计算的量子发射强度。红线是激发波长为 445 nm，超构表面 $d_m$ =50 nm，光学莫尔超晶格-超构表面构型电场 X 偏振的量子发射强度。蓝线是激发波长为 450 nm，超构表面 $d_m$ =50 nm，光学莫尔超晶格-超构表面构型电场 Y 偏振的量子发射强度。(b)实验测量的量子发射强度。红线是激发波长为 445 nm，超构表面 $d_m$ =50 nm，光学莫尔超晶格-超构表面构型电场X偏振的量子发射强度。蓝线是激发波长为 450 nm，超构表面 $d_m$ =50 nm，光学莫尔超晶格-超构表面构型电场 Y 偏振的量子发射强度。

4.6(b)红线所示。图 4.6(b)实验测量的结果与理论分析的结果图 4.6(a)符合的很好。

### 4.3.2 超构表面结构调控量子辐射强度

超构表面不仅仅可以调控量子发射的偏振态而且可以调控量子发射的强度。在图4.7(a)中我们使用时域耦合模理论去计算电场 Y 偏振不同光子莫尔超晶格-超构表面构型($d_m$= 0, 50, 75, 100 nm)的量子发射强度。对于不同光子莫尔超晶格-超构表面构型选用泵浦激光的波长被展示在图 4.3(b)中，在左侧白色区域，黑圆点对应于 $d_m$= 0 光子莫尔超晶格-超构表面构型选用泵浦激光的波长，红圆点对应于 $d_m$= 50 nm 光子莫尔超晶格-超构表面构型选用泵浦激光的波长，绿圆点对应于 $d_m$= 75 nm 光子莫尔超晶格-超构表面构型选用泵浦激光的波长，蓝圆点对应于 $d_m$= 100 nm 光子莫尔超晶格-超构表面构型选用泵浦激光的波长。量子发射波长在图 4.3(b)中用红色虚线表示，在这个波长上，不同学莫尔超晶格-超构表面构型的反射率在图 4.3(b)中用圆点表示。黑圆点对应于 $d_m$= 0 光子莫尔超晶格-超构表面构型的反射率，红圆点对应于 $d_m$= 50 nm 光子莫尔超晶格-超构表面构型的反射率，绿圆点对应于 $d_m$= 75 nm 光子莫尔超晶格-超构表面构型的反射率，蓝圆点对应于 $d_m$= 100 nm 光子莫尔超晶格-超构表面构型的反射率。在图 4.7(a)不同光子莫尔超晶格-超构表面构型的量子发射强度由最大到最小分别是 $d_m$=50 nm, $d_m$=75 nm, $d_m$=100 nm, $d_m$=0 nm。这是因为 $d_m$ 的变化使得莫尔界面态的波长位置发生了移动不同结构的光子莫尔超晶格-超构表面构型 $d_m$=50 nm, $d_m$=75 nm, $d_m$=100 nm, $d_m$=0 nm 的莫尔界面态波长位置逐渐远离量子发射波长。在图 4.3(b)中，在不同结构的光子莫尔超晶格

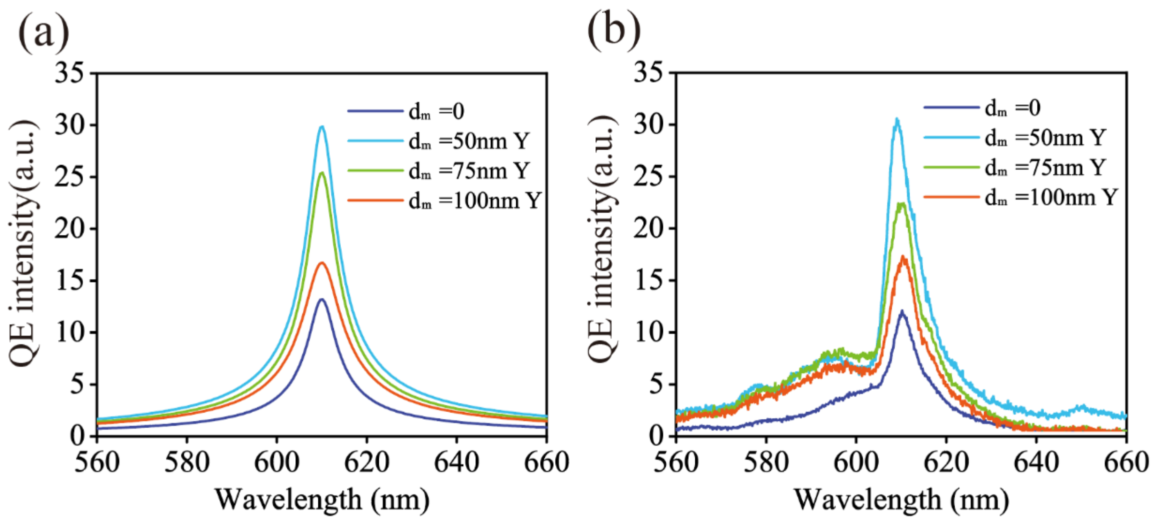


图 4.7(a)使用时域耦合模理论计算不同结构的光学莫尔超晶格-超构表面构型电场 Y 偏振的量子发射强度。(b)实验上激发不同结构的光学莫尔超晶格-超构表面构型中的量子点电场 Y 偏振的量子发射强度。

-超构表面构型在 610 nm 处的反射率逐渐增大。在量子发射波长下的共振强度逐渐减小。在图 4.7(b)中我们使用可调的飞秒激光器去激发光子莫尔超晶格-超构表面构型中的量子点，同时来测量量子发射强度。对于不同结构的光子莫尔超晶格-超构表面构型，我们选用对应的第一个莫尔界面态的波长作为泵浦激光的波长去激发量子点，以确保泵浦激光波长在莫尔界面态波长位置。泵浦激光波长。泵浦激光选用的波长被展示在图 4.5(b)左侧白色区域中，用圆点标出。我们保持泵浦光功率不变，测量不同光子莫尔超晶格-超构表面构型电场 Y 偏振的量子发射强度。在图 4.7(b)中的实验测量结果与图 4.7(a)理论计算的结果符合很好。以上的结果表明通过调整超构表面的结构我们可以操控量子点的偏振态和量子发射强度。

## 4.4 本章小结

本章中我们使用超构表面结构取代光子莫尔超晶格-金属构型中的金属，构成光子莫尔超晶格-超构表面构型。我们使用时域有限差分方法 FDTD 对不同狭缝宽度的超构表面结构进行模拟计算得到光子莫尔超晶格-超构表面构型的反射谱，进而分析由于不同超构表面结构造成的莫尔界面态波长的移动。由于超构表面的各向异性，电场 X 偏振的莫尔界面态随着缝宽增大出现蓝移，电场 Y 偏振的莫尔界面态随着缝宽增大出现红移。我们利用这种性质来调控量子发射的偏振态，使得电场 Y 偏振的量子发射得到增强，其强度是电场 X 偏振的量子发射强度的三倍。同样，我们利用不同结构的超构表面调控电场 Y 偏振的量子发射强度，当第二个莫尔界面态靠近量子发射波长时，量子发射强度大，第二个莫尔界面态远离量子发射波长时，量子发射强度小。

## 参考文献


[1] S. Shallcross, S. Sharma, E. Kandelaki, and O. A. Pankratov, Electronic structure of turbostratic graphene, Phys. Rev. B **81**, 165105 (2010).

[2] R. Bistritzer and A. H. MacDonald, Moire butterflies in twisted bilayer graphene, Phys. Rev. B **84**, 035440 (2011).

[3] A. Luican, G. H. Li, A. Reina, J. Kong, R. R. Nair, K. S. Novoselov, A. K. Geim, and E. Y. Andrei, Single-Layer Behavior and Its Breakdown in Twisted Graphene Layers, Phys. Rev. Lett. **106**, 126802 (2011).

[4] J. dos Santos, N. M. R. Peres, and A. H. Castro Neto, Continuum model of the twisted graphene bilayer, Phys. Rev. B **86**, 155449 (2012).

[5] R. Bistritzer and A. H. MacDonald, Moire bands in twisted double-layer graphene, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **108**, 12233 (2011).

[6] L. X. Liu, X. Q. Zhang, M. Kenney, X. Q. Su, N. N. Xu, C. M. Ouyang, Y. L. Shi, J. G. Han, W. L. Zhang, and S. Zhang, Broadband Metasurfaces with Simultaneous Control of Phase and Amplitude, Adv. Mater. **26**, 5031 (2014).

[7] A. Arbabi, Y. Horie, M. Bagheri, and A. Faraon, Dielectric metasurfaces for complete control of phase and polarization with subwavelength spatial resolution and high transmission, Nat. Nanotechnol. **10**, 937 (2015).

[8] N. Shitrit, I. Yulevich, E. Maguid, D. Ozeri, D. Veksler, V. Kleiner, and E. Hasman, Spin-Optical Metamaterial Route to Spin-Controlled Photonics, Science **340**, 724 (2013).

[9] J. P. B. Mueller, N. A. Rubin, R. C. Devlin, B. Groever, and F. Capasso, Metasurface Polarization Optics: Independent Phase Control of Arbitrary Orthogonal States of Polarization, Phys. Rev. Lett. **118**, 113901 (2017).

[10] C. G. Parazzoli, R. B. Greegor, K. Li, B. E. C. Koltenbah, and M. Tanielian, Experimental verification and simulation of negative index of refraction using Snell's law, Phys. Rev. Lett. **90**, 107401 (2003).

[11] Y. Guo, M. Pu, X. Ma, X. Li, and X. Luo, Advances of dispersion-engineered metamaterials, Opto-Electronic Engineering **44**, 3 (2017).

[12] S. Enoch, G. Tayeb, P. Sabouroux, N. Guerin, and P. Vincent, A metamaterial for directive emission, Phys. Rev. Lett. **89**, 213902 (2002).

[13] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith, Controlling electromagnetic fields, Science **312**, 1780 (2006).

[14] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith, Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies, Science **314**, 977 (2006).

[15] X. G. Luo and T. Ishihara, Surface plasmon resonant interference nanolithography technique, Appl. Phys. Lett. **84**, 4780 (2004).

[16] X. G. Luo and T. Ishihara, Subwavelength photolithography based on surface-plasmon polariton resonance, Opt. Express **12**, 3055 (2004).

[17] P. Gao, N. Yao, C. T. Wang, Z. Y. Zhao, Y. F. Luo, Y. Q. Wang, G. H. Gao, K. P. Liu, C. W. Zhao, and X. G. Luo, Enhancing aspect profile of half-pitch 32 nm and 22 nm lithography with plasmonic cavity lens, Appl. Phys. Lett. **106**, 093110 (2015).

[18] X. G. Luo, M. B. Pu, X. L. Ma, and X. Li, Taming the Electromagnetic Boundaries via Metasurfaces: From Theory and Fabrication to Functional Devices, Int. J. Antenn. Propag. **2015**, 204127 (2015).

[19] M. B. Pu, X. L. Ma, X. Li, Y. H. Guo, and X. G. Luo, Merging plasmonics and metamaterials by two-dimensional subwavelength structures, J. Mater. Chem. C **5**, 4361 (2017).

[20] N. F. Yu and F. Capasso, Flat optics with designer metasurfaces, Nat. Mater. **13**, 139 (2014).

[21] A. V. Kildishev, A. Boltasseva, and V. M. Shalaev, Planar Photonics with Metasurfaces, Science **339**, 1232009 (2013).

[22] R. Sharifi, R. Basiri, and E. Zareian-Jahromi, Optimization-based design of a single-layer wideband reflectarray antenna in the terahertz regime, J. Comput. Phys. **19**, 469 (2020).

[23] Z. Zeyu, M. Pu, Y. Wang, and X. Luo, The generalized laws of refraction and reflection, Opto-Electronic Engineering **44**, 129 (2017).

[24] T. Xu, C. T. Wang, C. L. Du, and X. G. Luo, Plasmonic beam deflector, Opt. Express **16**, 4753 (2008).

[25] N. F. Yu, P. Genevet, M. A. Kats, F. Aieta, J. P. Tetienne, F. Capasso, and Z. Gaburro, Light Propagation with Phase Discontinuities: Generalized Laws of Reflection and Refraction, Science **334**, 333 (2011).

[26] D. C. Wang, L. C. Zhang, Y. H. Gu, M. Q. Mehmood, Y. D. Gong, A. Srivastava, L. K. Jian, T. Venkatesan, C. W. Qiu, and M. H. Hong, Switchable Ultrathin Quarter-wave Plate in Terahertz Using Active Phase-change Metasurface, Sci. Rep. **5**, 15020 (2015).

[27] X. G. Luo, Principles of electromagnetic waves in metasurfaces, Sci. China Phys. Mech. **58**, 594201 (2015).

# 第五章 总结与展望

本论文中，我们主要研究了光子莫尔超晶格相关设计和构造的方法以及相关应用，包括一维体系下引入人工合成维度，构造人工参数空间莫尔球，以及设计光子莫尔超晶格与金属层或者超构表面层的界面态。通过研究光子莫尔超晶格的能带结构和模场分布，并且我们在实验上加工制备了光子莫尔超晶格利用其物理性质实现了诸多对光的调控，其具有广泛的应用前景。本论文的主要结论和创新性如下：

1. 近年来，扭转双层石墨烯已成为一个热门话题，并激发了光子莫尔晶格的研究热潮。到目前为止，大多数的报道只是通过改变单一的扭转角度来控制莫尔晶格的能带，对能带的调控还十分有限。在本文中，我们设计了一个具有两个人工合成扭转角的光子莫尔超晶格，并基于这两个角度构建了一个二维合成空间，莫尔球。我们在莫尔球上发现了一系列的魔角，对应于具有最佳带宽压缩的过渡光子能带。实验研究了这些能带的有趣的光学特性，包括脉冲延迟、非线性光学增强和脉冲宽度压缩。这些过渡光子能带可以应用于非线性光学或其他光物质相互作用过程。合成莫尔球提供了一种灵活的方法来设计莫尔超晶格并在高维空间中优化光子带。这种方法可以扩展到其他种类的莫尔物理系统。
2. 到目前为止，几乎所有报道的莫尔超晶格都是由两个周期分量结构组成的。目前的大多数研究只集中在莫尔超晶格的体态上，莫尔超晶格的界面态需要更多的研究关注。本文提出了一种构建多组份莫尔超晶格的方法，它可以由任意数量的周期结构组成。这种莫尔超晶格的多波长界面状态可以通过设计得到，并被用来控制量子发射。甚至在涉及多波长的非线性效应的过程中，多个莫尔界面态将会极大提高转换效率。
3. 我们将光子莫尔超晶格与金属膜的结构中的金属替换为一维金属超构表面结构，通过引入超构表面，我们实现了对莫尔界面态的多维度调控，可以控制莫尔界面态的偏振和强度。实验上我们使用聚焦离子束（FIB）在金属表面加工制备超构表面结构，并通过电子显微镜进行观测和测量，在光谱仪上进行反射谱的测量表征，通过对反射谱的分析，验证了超构表面结构的不同参数对莫尔界面态的调控作用。我们利用这样的性质，实现了莫尔界面态对荧光发射偏振和强度的调控。

本论文基于一维光子晶体体系， 提出了设计光子莫尔超晶格的方法。 由于引入

了人工合成转角，构造出了二维人工参数空间，莫尔球，从而更加灵活地调控光子莫尔超晶格的能带结构，使得过渡能带平坦化，进而通过我们设计的光子莫尔超晶格调控光脉冲信号，增强非线性效应。其次，我们构造出莫尔界面态，并利用超构表面结构进行调控，进一步调控量子发射的偏振和强度，其多组分莫尔超晶格界面态的设计方法具有十分广泛的应用前景。

展望未来，莫尔超晶格为物理学各领域新材料打开了新的大门，许多奇异的物理学现象可以通过扭转角的调控轻易地在莫尔超晶格中实现。在可预见的未来，多扭转角的引入将会使得莫尔超晶格的自由度获得极大的提升，展现出更加优异的物理性质，我们提出的人工合成空间莫尔球，将会为在高维空间研究莫尔超晶格提供新的启发。同时，随着对莫尔超晶格体块内部的模场分析和研究的日渐完善，未来研究者们也将不断探索莫尔超晶格边界态的相关性质。

# 博士期间发表的论文和成果

第一作者论文：

[1] **Z.N. Liu**, X.Q. Zhao, J. Yao, C. Zhang, J.L. Xu, S. N. Zhu, and H. Liu, “Designing a Transition Photonic Band with a Synthetic Moiré Sphere”, Phys. Rev. Applied 19, 044054 (2023)

[2] **Z. N. Liu**, X. Q. Zhao, Y. L. Zhao, S. N. Zhu, and H. Liu, “Manipulate Quantum Emission by Interface States between Multi-component Moiré Lattice and Metasurface”, Phys. Rev. A 108, 013502 (2023)

第二作者论文：

[3] 赵学谦，**刘志楠**，刘辉。莫尔晶格对超短脉冲的调控，光学学报。（已录用）

# 致 谢

人生终于走到了这里，回望学生时代的经历，最宝贵的是出现在我生命中每一位真实的人。

首先我要感谢我的导师刘辉教授。初见刘老师是 2016 年南京大学保研夏令营，听刘老师作的学术报告，报告非常精彩，许多同学都争先提问。在六年的相处时光中，刘老师在我心目中是一位专心学术，一丝不苟的人。在学术上，有着通透的理解和极强的洞察力。在生活感悟中，他也常常有着长者般，经验丰富的感悟。让我由衷敬佩的是，他对工作的专注与热爱，就像是一束光芒可以照亮生命的道路。感谢王强师兄和盛冲师兄，他们在很多科研的关键之处为我指点迷津，给了我很大的帮助。感谢祝世宁院士，他领导的介电超晶格实验室为我们提供了完善的平台开展科学研究。

感谢邵阳老师、徐四老师、郑胜钧老师，鞠艳书记在科研之余的帮助。

感谢我的亲人们。在我的生命中他们始终陪伴着我，相信着我，坚定不移地支持着我。他们会在我成功的时候为我鼓掌，在我低谷时，安慰我，为我加油，他们在人生困惑的时候为我指点迷津，支持着我迈过人生一道又一道难关。

感谢我的同学和朋友。我的师弟赵学谦，他教会了我，男人要心胸似海，没有什么事情值得我们耿耿于怀，一切都是过眼云烟。我的师弟赵玉乐，在实验中遇到困难他总能去思考背后发生的机理，一点点地认真调试，他教会了我温和耐心，做人要谦谦君子，做事要细致认真。我的师弟王能宇，在玩饥荒的时候，能够活下去，多亏师弟不遗余力地努力干活，他教会我帮助他人要像春雨般润物细无声。还有其他师兄师姐师弟师妹，冯程师姐、乔通师兄、胡梦莹师姐、黄春雨师姐、何润秋、张也、陈景明、许晨敏、葛慧、江西、于洋、宗心牧、刘子怡、于浩耘、褚琼琼、陈婷婷、高铭远、路子涵、马晓飞、李浩、薛飞鸿、徐光耀、赖镇鑫、叶嘉宇、彭韩、王黠溢、张丰源、尚效合、姚哲涵、龚何睿。感谢南大 SCDA 的朋友们，感谢南大研会的朋友们，你们给了我很多人生建议和帮助。

感谢我的室友，马泉和毛凯晖，感谢在一个屋檐下五年的陪伴。

感谢在生命中曾经陪伴过自己的人。这些大部分的人从我的人生匆匆走过，渐渐成为了陌生人。无论因为什么原因，我们不再联系，只要回想起初次见面时候，依然是美好的回忆。感谢蒙怡菲同学出现在我最后的学生时光中，人生都是选择，没有对

错之分，我们成为陌生人，是因为我自己还不够坦然豁达，你教会了我人生中要做自己，因为只有做自己才能真诚，从而自信，才能善待他人。有就是有，没有就是没有。

感谢自己。感谢在生命中，一直贴身相伴，共渡难关的自己。我知道有时候你会不自信，自我怀疑，内疚自责。会为自己的缺点耿耿于怀。但是你要知道你已经做的很不错了。你没必要让所有人、特定的人去理解你，认可你。你要做你自己，尊重自己的感受，努力成为自己想成为的自己。德不孤必有邻。你要做自己的太阳。不要害怕，没有什么事情是我们不能坦然接受，坦然面对的。要有颗坚强的内心，这世间美好的事物都不是祈求来的，是要靠智慧、勇气、汗水换来的，只有这样得来的东西才是踏踏实实的。你值得追求这世间一切美好的事物。

感谢南京这座城市。它带给了我许多欢声笑语，在我无数次难过的时候，我都会去玄武湖散心，无论什么时候，它都能排解我的苦闷……，在南京这座城市每一个角落都藏着我美好的回忆。

分别让我们珍惜当下。

刘志楠

2023 年 11 月于南京

附件二

# 《学位论文出版授权书》

本人完全同意《中国优秀博硕士学位论文全文数据库出版章程》（以下简称“章程”），愿意将本人的学位论文提交“中国学术期刊（光盘版）电子杂志社”在《中国博士学位论文全文数据库》、《中国优秀硕士学位论文全文数据库》中全文发表。《中国博士学位论文全文数据库》、《中国优秀硕士学位论文全文数据库》可以以电子、网络及其他数字媒体形式公开出版，并同意编入《中国知识资源总库》，在《中国博硕士学位论文评价数据库》中使用和在互联网上传播，同意按“章程”规定享受相关权益。

作者签名：__________

______年____月____日

<table>
<tr><td>论文题名</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>研究生学号</td><td></td><td>所在院系</td><td></td><td>学位年度</td><td></td></tr>
<tr><td>论文级别</td><td colspan="5">□硕士　　　　□硕士专业学位<br>□博士　　　　□博士专业学位<br>（请在方框内画钩）</td></tr>
<tr><td>作者 Email</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>导师姓名</td><td colspan="5"></td></tr>
</table>

论文涉密情况：

□ 不保密

□ 保密，保密期（_______年______月_____日 至 _______年______月_____日）

注：请将该授权书填写后装订在学位论文最后一页（南大封面）。