



南京大學
研究生畢業論文
(申請博士學位)

論文題目: 共形變換光學結構中光場的調控

作者: 王向陽

專業: 物理學

研究方向: 變換光學

指導教師: 劉輝 教授

2018 年 3 月 20 日

学 号：DG1522058

论文答辩日期：2018年05月28日

指导教师： (签字)

共形变换光学结构中光场的调控

作 者：王向阳

专 业：物理学

导 师：刘辉 教授

南京大学物理学院

2018 年 7 月

Manipulating Optical Field in Conformal Transformation Optical Structures

Author: Xiangyang Wang

Major: Physics

Supervisor: Prof. Hui Liu

Physics School of Nanjing University

July, 2018

南京大学学位论文原创性声明和使用授权说明

原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品或成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律结果由本人承担。

论文作者签名：_____ 日期：_____

学位论文使用授权说明

本人完全了解南京大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，即：

按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版本；

学校有权保留学位论文的印刷本和电子版，并提供目录检索与阅览服务，在校园网上提供服务；

学校可以采用影印、缩印、数字化或其它复制手段保存论文；

根据《中华人民共和国学位条例暂行事实办法》，向国家图书馆报送可以公开的学位论文。

（保密论文在解密后遵守此规定）

论文作者签名：_____

导师签名：_____

日 期：_____

日 期：_____

目录

摘要.....	II
Abstract.....	IV
第一章 绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 变换光学基本理论与应用.....	1
1.2.1 变换光学理论.....	2
1.2.2 共形变换光学理论.....	5
1.3 变换光学研究进展.....	10
1.4 本论文研究思路 and 结构.....	21
参考文献.....	23
第二章 共形变换光学波导中的自聚焦和 Talbot 效应	30
2.1 引言.....	30
2.2 共形变换波导-Mikaelian 透镜的理论设计	31
2.3 共形变换波导样品制备及结构表征.....	34
2.4 共形变换波导中的自聚焦效应.....	38
2.5 共形变换波导中的非破坏 Talbot 效应	39
2.6 共形变换波导中的编码传输研究.....	46
2.7 本章小结.....	48
参考文献.....	49
第三章 共形变换光学波导中重力场的模拟与可逆波前调控.....	54
3.1 引言.....	54
3.2 共形变换光学模拟重力场理论.....	57
3.3 共形变换光学样品制备.....	59
3.4 共形变换光学波导中可逆波前调控的实验结果与分析.....	61
3.5 模拟重力场中艾里光束的产生理论模型.....	64
3.6 本章小结.....	65
参考文献.....	67
第四章 共形变换测地线透镜中光场演化现象.....	70
4.1 引言.....	70
4.2 通过共形变换理论设计测地线透镜.....	73
4.3 共形测地线透镜上的光场演化理论模型.....	75
4.4 两种类型测地线透镜的制备及光学测试.....	77
4.5 基于弯曲空间嵌入图控制光场演化.....	83
4.6 本章小结.....	90
参考文献.....	91
第五章 总结与展望.....	94
攻读博士期间发表论文及获奖.....	96
致谢.....	97

南京大学研究生毕业论文中文摘要首页用纸

毕业论文题目： 共形变换光学结构中光场的操控

物理学 专业 2015 级博士生姓名： 王向阳

指导教师（姓名、职称）： 刘辉 教授

摘要

信息技术的变革深刻影响着人们的工作、生活乃至思想观念。当前信息的载体主要是电子和光子，随着电子集成芯片技术越来越接近发展的极限，摩尔定律正受到越来越严峻的挑战。同时随着信息量的增加，人们对通信速度和容量提出了更高的要求，考虑到光子可作为最快速的信息载体，因而光子芯片技术受到人们越来越多的关注。为了实现光子集成，人们提出了各种各样的微纳光子体系，例如：光子晶体、金属表面等离激元、超材料与超表面等。

另一方面，为了突破现有框架，实现更好的光子集成技术，一部分理论学者从基础物理原理出发，提出了变换光学的设计方法。通常情况下，光在平直时空中沿着直线传播，在非均匀介质中沿着曲线传播。而根据爱因斯坦广义相对论，光子在弯曲时空的轨迹也是弯曲的。基于这种相似性，人们提出了在微结构材料中通过模拟弯曲时空来控制光子的传播，进而实现各种变换光学器件。变换光学自提出之后，经过这些年的发展，已经成为调控电磁波传播的重要方法，并获得了广泛的共识。作为变换光学的分支理论，共形变换光学(Conformal Transformation Optics: CTO)正逐渐受到人们更多的关注，因为共形变换光学仅要求材料非均匀和各向同性，实现起来比较容易，因此相对于传统变换光学具有一定优势。

虽然共形变换光学具有很多新颖的理论设计，但在实验技术上却面临很大的挑战，到目前共形变换光学实验上的工作不是很多，尤其是可见光频段工作少之又少。本论文的主要创新点是：采用聚合物薄膜的自组装技术和显微荧光测量技术，在共形变换光学的结构制备和实验测量技术上取得了突破，在光学波段成功

实现了共形变换光学结构，并演示了几种特定功能的共形器件。

论文的主要内容包括以下几个方面：

1、利用共形变换光学设计方法，在物理空间中获得了 Mikaelian 透镜，并运用渐变波导技术加工制备出该器件。紧接着在实验上演示了光线的自聚焦特性和光场干涉现象-Talbot 效应，通过进一步研究，证明该器件在数据编码传输方面具有潜在的应用价值。

2、基于变换光学设计理论，通过控制聚合物薄膜波导的厚度实现了模拟重力场的分布，在模拟重力场区观察到高斯光束转变为了艾里光束，在整个样品区观察到高斯光束和艾里光束间的可逆演化，最后运用朗道方法定量解释了模拟重力场区艾里光束的产生。

3、通过共形变换设计了不同类型的测地线透镜，理论上得到了光线闭合轨迹和光波演化，并得到其频谱是简并和等距的。实验上证明了纺锤体测地线透镜和圆球测地线透镜曲面上光线传播形成闭合的轨迹。作为上述实验延伸部分，我们介绍了基于嵌入图的研究进展和已经取得的初步实验成果。

关键词：光子芯片、超构材料、变换光学、共形变换光学、Talbot 效应、艾里光束、光束调控、测地线透镜

南京大学研究生毕业论文英文摘要首页用纸

THESIS: Manipulating Optical Field in Conformal Transformation

Optical Structures

SPECIALIZATION: Physics

POSTGRADUATE: Xiangyang Wang

MENTOR: Prof. Hui Liu

Abstract

The change of information technology has a profound influence on people's work, life and even ideas. At present the information carriers are mainly electronic and photons. With the development of electronic chip technology, Moore's law is facing more and more serious challenges. At the same time, with the explosion of information, people have put forward higher requirements on communication speed and capacity. Considering that the photon can be used as the fastest information carrier, the photonic chip technology has attracted more and more attention. In order to realize the photon integration, various micro-nano photon systems are proposed, such as photonic crystals, surface plasmon polaritons, metamaterials and metasurfaces and so on.

On the other hand, in order to break through the existing framework and achieve better photonic integration technology, theorists put forward the design method of transformation optics (TO) based on the basic physics principle. Normally, light travels along a straight line in a flat space-time. However, according to Einstein's general theory of relativity, photons travel along the curve in curved space-time. Similarly, the trajectories of the photons in an inhomogeneous medium are also curved. Based on this similarity, it is proposed to control the propagation of photons in microstructural materials by simulated curved space-time. And all kinds of TO devices have been implemented. Since TO has been put forward, after years of development in both theory and experiment, transformation optics has become an important method to control the propagation of electromagnetic waves and has been widely accepted. In two-dimensional space, conformal transformation optics (CTO), as a branch of TO, has

attracted considerable attentions. Because CTO requires inhomogeneous and isotropic materials, it has a certain advantage over the traditional TO materials. Although CTO has many novel theoretical designs, it faces a great challenge in experimental technology. Due to these material processing technology, there are not many works in TO experiment, especially in visible light band. The creative points of this thesis include: Based on the self-assembly technology of polymer film and fluorescence imaging characterization technology, breakthrough have been made in the structure fabrication and experimental measurement technology of CTO, CTO structures are successfully realized in optical band, and several specific functions of CTO devices are demonstrated. The major content of this dissertation can be concluded as follows:

1. The Mikaelian lens is obtained in the physical space by CTO, and this device is fabricated by using a gradient-index micro-structured optical waveguide technique in our laboratory. The self-focusing property for geometry optics and Talbot effect for wave optics are demonstrated in experiment. Further research shows that the Talbot effect in such a system has a potential application to transfer digital information without diffraction.
2. We achieve effective index potential as analogy of gravity field by CTO. One gaussian beam is transformed to one airy beam in simulated gravity field area, and we observed the reversible beam shaping between Gauss beam and airy beam in the whole sample area. Finally we explained the airy beam in the simulation gravitational field by using the Landau method.
3. Starting from well-known absolute instruments for perfect imaging, we design different types of geodesic lens with conformal coordinate transformation. We demonstrate that light rays confined on geodesic lenses are closed trajectories, and for optical waves, the spectrum of geodesic lens is degenerate and equidistant with numerical methods. Moreover, we fabricate two geodesic lenses, the spindle and the spherical surface, in sub-micrometer scale, where curved light rays are closed with high accurate precision. As an extension part, we introduce the research progress and some preliminary results based on the embedding graph.

Key Words: Photonic Chips, Metamaterials, Transformation Optics (TO), Conformal Transformation Optics (CTO), Talbot Effect, Airy Beam, Beam Shaping, Geodesic Lens

第一章 绪论

1.1 研究背景

150 多年前, 麦克斯韦 (Maxwell) 从理论上总结了之前的所有电磁现象, 定量化地得到了麦克斯韦方程组[1], 并且预言了电磁波的存在。自此, 人们对电磁波研究也投入了更多的热情。光波是一种电磁波, 是信息载体的重要组成部分。近年来光波在信息领域逐渐地变得越来越重要。那么如何更有效地调控光波随即成为重要的研究热点与难点。根据麦克斯韦方程组可知, 调控光波的传播也就相当于调控材料的电介质常数 ϵ 与磁导率常数 μ 或者说调控材料的折射率 n 。由于之前缺乏有效的改变材料折射率的理论和实验技术, 因此相关研究的进度一直相对缓慢。直至上个世纪末[2], 一种新奇电磁材料-超构材料的出现使得任意调控电磁波的传播成为可能。超构材料是通过设计人工功能基元和排列空间序构来实现自然材料所不具备性质的材料, 比如负折射率[3,4]。基于超构材料理论, 人们可以任意设计空间中各点的等效介电常数 ϵ_{eff} 和等效磁导率 μ_{eff} , 进而实现许多新颖的电磁功能。近来, 研究者已经在电磁波多个频段设计出来性能奇特的超材料器件[5-7]。在此背景下, 为了突破已有框架, 实现更好的电磁波调控技术, 2006 年一些理论学者从基础物理原理出发, 提出了变换光学[8,9]的设计范式。人们最初用该方法设计隐身斗篷器件[8,9], 随后在微波频段和可见光频段分别实现了该器件[10-16]。紧接着人们运用该方法实现了各种波导转换器件[17-24]。与此同时, 变换光学也被广泛的运用于纳米聚焦[25-31]、广义相对论现象模拟[32-34]等领域。

1.2 变换光学基本理论与应用

2006 年, J. B. Pendry 及其合作者[8]和 U. Leonhardt[9]同期在美国《科学》(Science) 杂志上分别独立地发表了如何设计隐身斗篷的文章, 而这两篇文章的理论核心就是变换光学。这两篇文章的核心想法都是利用坐标变换思想来实现对

光束传播的自由调控。J. B. Pendry 理论的出发点是麦克斯韦方程组 (Maxwell's Equations), 核心是方程组在坐标变换下的协变性, 一般称为变换光学理论。Leohardt 理论的出发点是赫姆霍兹方程, 核心是方程在特殊共形坐标变换下的协变性, 一般称为共形变换光学或者保角变换光学。那么接下来, 我们将详细介绍下这两套理论以及如何运用这两套理论设计出隐身斗篷。

1.2.1 变换光学理论

根据 Pendry 教授的理论[8], 在笛卡尔坐标系下, 麦克斯韦方程组可表示为

$$\begin{aligned}\nabla \times E &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \\ \nabla \times H &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}\end{aligned}\quad (1.1)$$

其中 ε , μ 分别为空间各点的相对介电常数和磁导率。

假设初始的原坐标系是 x, y, z , 变换之后的新坐标系为 $u(x, y, z), v(x, y, z), w(x, y, z)$, 同时原坐标系下场量 E, H 以及 ε, μ 在新坐标系下可表示为 $E', H', \varepsilon', \mu'$ 。根据理论[8,35,36], 麦克斯韦方程组在坐标变换下是协变的, 因此可得新坐标系下:

$$\begin{aligned}\nabla \times E' &= -\mu' \mu_0 \frac{\partial H'}{\partial t} \\ \nabla \times H' &= \varepsilon' \varepsilon_0 \frac{\partial E'}{\partial t}\end{aligned}\quad (1.2)$$

但是, 新坐标系下空间各点的材料参数 (ε', μ') 发生变化, 且满足:

$$\begin{aligned}\varepsilon' &= \frac{\Lambda \varepsilon \Lambda^T}{\det(\Lambda)} \\ \mu' &= \frac{\Lambda \mu \Lambda^T}{\det(\Lambda)}\end{aligned}\quad (1.3)$$

其中: $\Lambda_{ij} = \frac{\partial x'_i}{\partial x_j}$ 表示由原空间到新坐标空间的雅可比变换矩阵。新空间中场量可表示为: $E' = E / \Lambda^T, H' = H / \Lambda^T$ 。至此, 我们将原空间 (x, y, z) 通过坐标变换变换到一个新空间 (u, v, w), 光在新空间中按预先设计的路线传播。我们只需用满足条件公式 1.3 的材料代替这个新空间, 在实验室制备出这样的材料, 就可

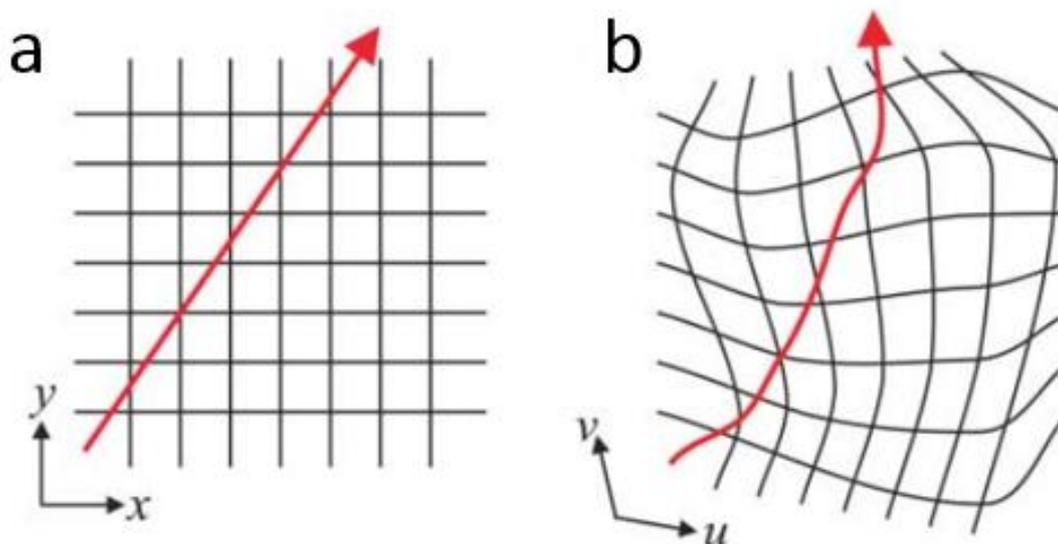


图 1.1 变换光学示意图[1]。a 原坐标系下场线（红色）。b 新坐标系下场线（红色）。黑色网格代表空间特性：a 自由空间，b 扭曲空间。

以达到新空间相同的光线传播。如图 1.1 所示，给出了变换光学理论的空间变换示意图。图 1.1a 展示初始坐标自由空间（黑色网格）和相应的场线（红线），当对原空间进行扭曲操作后就可得图 1.1b 所示弯曲空间（黑色网格），而依附于空间的场线（红线）也发生相应的变化，沿曲线传播，且两空间中光线的光程是相等的。如果我们在实验室能够制备出与弯曲空间相对应的材料，那么我们就能够对电磁波的传播进行相应的调控。

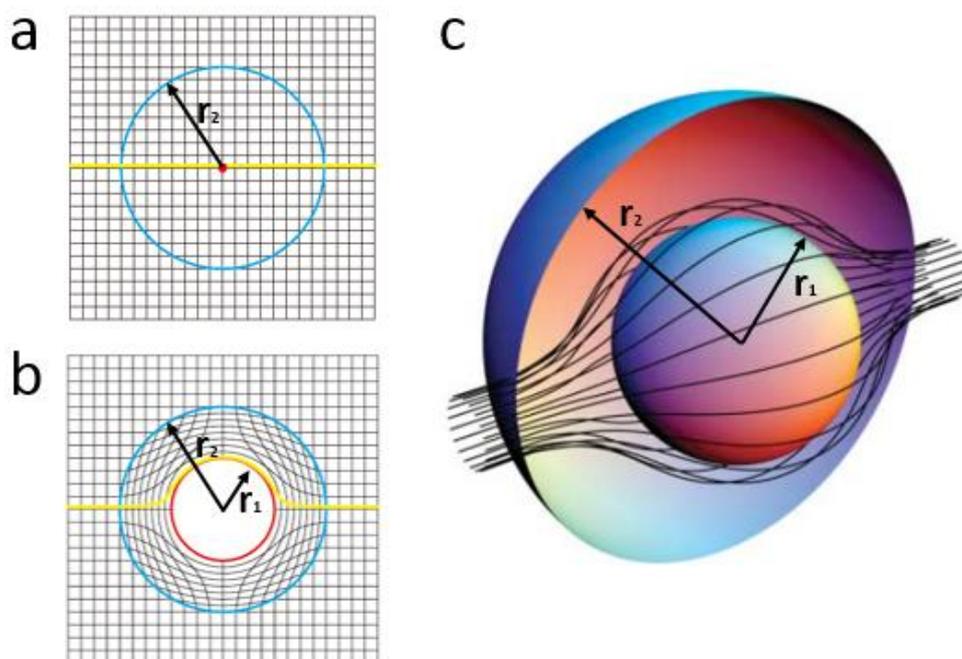


图 1.2 典型的隐身斗篷的示意图[1][37]。a 光（黄线）在自由空间中传播。b 光（黄线）在扭曲空间中传播，红色圆圈内为隐身区域。c 三维隐身斗篷示意图。

基于上述对空间扭曲操作思想，我们可将图 1.2a 中红点拉伸为图 1.2b 中的红圈。由于拉伸作用，使得 b 图中空间（蓝色圈内）发生扭曲，而依附于空间的光线（黄线）轨迹也发生相应变化，缓缓绕过红色圆形区域而不进入，然后到达蓝色边界并沿原方向传播，这样一来，红色圆形区域内物体并没有和外界（黄色光线）发生电磁作用，我们称红色圆内区域为隐身区域。如果我们在红色边界和蓝色边界构成的封闭圆环内，放置满足公式 1.3 所需的材料介质，那么我们就能够在实验室实现如图 1.2c 所示的三维隐身斗篷[37]。该三维隐身斗篷可通过如下坐标变换得到：如图 1.2 所示，我们将一个球形区域 $0 \leq r \leq r_2$ 压缩为一个球壳区域 $r_1 \leq r' \leq r_2$ ，其中 r_1 和 r_2 分别为球内外半径，如图 1.2 所示。 r, θ, φ 和 r', θ', φ' 分别为变换前的初始坐标系和变换后的新坐标系。则在球坐标系下，变换前后空间对应关系为：

$$r' = \frac{r_2 - r_1}{r_2} r + r_1, \theta' = \theta, \varphi' = \varphi \quad (1.4)$$

根据变换光学理论，可知球壳层里的材料参数需要满足公式 1.3，并且在球坐标系下，由原坐标空间 (r, θ, φ) 到新坐标空间 (r', θ', φ') 的雅克比变换矩阵可表示为：

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \frac{\partial r'}{\partial r} & \frac{\partial r'}{r \partial \theta} & \frac{\partial r'}{r \sin \theta \partial \varphi} \\ \frac{r' \partial \theta'}{\partial r} & \frac{r' \partial \theta'}{r \partial \theta} & \frac{r' \partial \theta'}{r \sin \theta \partial \varphi} \\ \frac{r' \sin \theta' \partial \varphi'}{\partial r} & \frac{r' \sin \theta' \partial \varphi'}{r \partial \theta} & \frac{r' \sin \theta' \partial \varphi'}{r \sin \theta \partial \varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r_2 - r_1}{r_2} & & \\ & \frac{r(r_2 - r_1)}{r_2(r - r_1)} & \\ & & \frac{r(r_2 - r_1)}{r_2(r - r_1)} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

该矩阵的行列式为： $\det(\Lambda) = \frac{r^2(r_2 - r_1)^3}{r_2^3(r - r_1)^2}$ ，由于原空间为自由空间，因此该球壳里面所需满足的材料参数为：

$$\mu' = \varepsilon' = \begin{bmatrix} \frac{r_2}{r_2 - r_1} \left(\frac{r - r_1}{r} \right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r_2}{r_2 - r_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_2}{r_2 - r_1} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

至此，我们获得了球形隐身斗篷的材料电磁参数。可知，该参数是以张量形式呈现的，对应于一种各向异性和不均匀的材料，在实验上制备出这种材料是有一定难度的，尤其是在可见光频段，更难以实现。那么接下来，我们将介绍由 Leonhardt 提出的共形变换光学，运用该方法获得的材料折射率是各向同性和非均匀的，这样在实验室就比较容易实现，即使在可见光频段也取得了一些重要的实验成果。

1.2.2 共形变换光学理论

共形变换（又称保角变换）是复变函数的重要内容之一[38]，简单地讲是指一个解析函数 $w = f(z)$ 将物理空间 $z = x + iy$ 平面上的点映射到虚拟空间 $w = u + iv$ 平面，且在 z 和 w 空间中，经过映射点的曲线夹角保持不变，该点的长度放大率（即该点导数模）在变换前后也保持不变。共形变换的物理意义可表示为把 z 平面上一个由力线和等位线构成的区域变换到 w 平面一个由力线和等位线构成的对应区域，并且保持两区域的电容是相等的[39]。常见的共形变换有如下：线性函数变换、幂函数变换、根式函数变换、指数函数变换、对数函数变换、儒阔夫斯基变换、施瓦兹-克利斯多菲变换等。这些变换广泛应用于电磁理论、膜和板的振动、弹性理论、热传输、流体力学等领域，而此处我们将共形变换应用于电磁场理论[9]。考虑电磁波在 z 空间里折射率连续变化的二维介质中传播，此时介质折射率分布为 $n_z = n(x, y)$ 。入射电磁波波矢在 $x - y$ 平面内，且为横电场波，即 TE 波，那么该电磁波振幅 ψ 在 z 空间满足亥姆霍兹方程：

$$(\nabla_z^2 + n_z^2 k_0^2) \psi = 0 \quad (1.7)$$

其中 ∇_z^2 表示 z 空间拉普拉斯量， k_0 表示真空中的波矢。根据共形变换理论，考虑到 z 空间 $z = x + iy$ ，且在该点解析，那么可得其共轭 $z^* = x - iy$ ，模 $|z| = \sqrt{z \cdot z^*}$ ，

该点导数 $f'(z) = \frac{dw}{dz} = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} - i \frac{\partial u}{\partial y}$ 。

又因为虚拟空间，即 w 空间，与物理空间的关系 $w = u + iv, u = u(x, y), v = v(x, y)$ ，以及柯西黎曼条件，所以可得：

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy, dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} &= \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial}{\partial u} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial}{\partial v} \right] + i \left[\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial}{\partial u} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial}{\partial v} \right] \\ &= \left(\frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial}{\partial u} + i \frac{\partial}{\partial v} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} &= \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial}{\partial u} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial}{\partial v} \right] - i \left[\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial}{\partial u} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial}{\partial v} \right] \\ &= \left(\frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial}{\partial u} - i \frac{\partial}{\partial v} \right) \end{aligned} \quad (1.9)$$

因此得：

$$\begin{aligned} \nabla_z^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) \\ &= \left(\frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial}{\partial u} + i \frac{\partial}{\partial v} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial}{\partial u} - i \frac{\partial}{\partial v} \right) \\ &= \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} \right) \end{aligned} \quad (1.10)$$

在 w 空间拉普拉斯量 $\nabla_w^2 = \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2}$ ，且 z 空间中任意点处的长度放大率，即导

数模 $|f'(z)| = \left| \frac{dw}{dz} \right| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial v}{\partial x} \right)} = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2}$ ，将这些方程以及公式

1.10 代入公式 1.7，并化简可得：

$$\left(\nabla_w^2 + \frac{w^2}{c^2} n_w^2 \right) \psi = 0 \quad (1.11)$$

$$n_w^2 = n_z^2 \left| \frac{dw}{dz} \right|^2 \quad (1.12)$$

由共形变换光学理论可知，赫姆霍兹方程在共形变换下形式保持不变，因此公式 1.11 表示电磁波在虚拟空间 w 的演化方程，相应的 n_w 表示虚拟空间的折射率分布，并且该折射率与物理空间 z 的折射率分布 n_z 通过公式 1.12 联系在一起。同时根据费马原理，光在介质中总是沿着光程极值的路径传播[40,41]。那么 w 空间的光程 dl_{u-v} 可表示为：

$$\begin{aligned} dl_{u-v} &= n_w \cdot \sqrt{du^2 + dv^2} = n_w \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy \right)^2} \\ &= n_w \cdot \sqrt{\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] dx^2 + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] dy^2} \\ &= n_w \cdot \sqrt{\left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dx^2 + \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 dy^2} \\ &= n_w \left| \frac{dw}{dz} \right| \sqrt{dx^2 + dy^2} \\ &= n_z \sqrt{dx^2 + dy^2} \\ &= dl_{x-y} \end{aligned} \quad (1.13)$$

而 dl_{x-y} 表示 z 空间光程，由此可知， w 空间光程与 z 空间光程相等。因此，我们再次看到虚拟空间和物理空间联系在了一起，进一步证明了光线在两个空间中传播行为是一致的。至此我们可以通过共形变换光学方法来设计物理空间中介质折射率分布 n_z ，进而达到任意有效调控光束传播的目的。如图 1.3 所示，根据 Leohart 理论[9]，联系物理空间 z 和虚拟空间 w 的是儒阔夫斯基变换（The Zhukowski mapping）： $w = z + a^2/z$ ，经过该变换，物理空间黑色圆圈变为了虚拟空间的弯折线段，物理空间黑色圆圈内区域映射为虚拟空间中不带网格的黎曼面（下面黎曼面），物理空间黑色圆圈外部映射为虚拟空间中带网格的黎曼面（上面黎曼面），其中圆的半径为 a ，弯折线段的长度为 $4a$ ，如果虚拟空间折射率 $n_w = 1$ ，那么物理空间 $n_z = |1 - a^2/z^2|$ 。当光线在该物理空间中传播时，如图 1.3a 中蓝色和绿色光线没有碰到黑色圆圈，这两条光线将平滑地通过黑色圆的周围，并沿着原来入射方

向继续传播，这将使得观察者在这些方向上观察不到黑色圆内的物体，进而达到隐身的效果，对应的 1.3b 中蓝色和绿色光线仍在同一个黎曼面中传播。如果光线（图 1.3a 中红色光线）碰到黑色圆圈，从圆外区域跑入圆内，被原点吸收，对应于虚拟空间红色光线从带网格黎曼面通过弯折分割线进入不带网格黎曼面，并继续向无穷远处传播，图 1.3b 中红色光线。

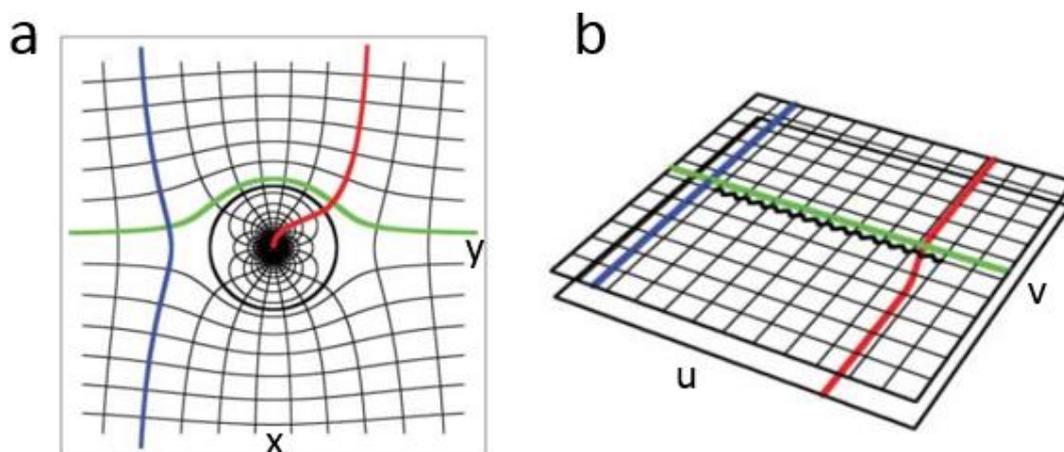


图 1.3 共形变换光学示意图[9]。a 物理空间，黑色圆圈表示分割线，红色线在该空间里传播，碰到分割线后进入圆内部空间，蓝色和绿色线没有触碰到分割线，按照原方向继续向前传播。b 虚拟空间，由两个黎曼面和一条分割线（黑色弯折线段）构成。蓝色和绿色线没有触碰到分割线，仍在带网格黎曼面里传播，红色线碰到分割线，从带网格黎曼面进入到不带网格的黎曼面。

至此我们详细阐述了物理空间和虚拟空间中光线传播行为，两个空间通过共形变换联系在一起。但同时我们也发现了新问题，即物理空间中红色光线进入圆圈后不能再回到圆圈外面，无法做到全方向隐身。如果想实现全方向隐身，就需要使红色光线重新回到圆外部并沿着原来路径传播，因此需要在圆内设计特殊分布的折射率来达到这样效果，如图 1.4a 所示虚拟空间中光线的传播，由于上方黎曼面折射率为 1，所以光线沿着直线传播，如图中蓝色线所示，一旦蓝色光线触碰到分割线，那么就进入到下方黎曼面，由于在黑色圆环内设置了特殊分布的折射率，光线沿着椭圆轨迹传播，并最终碰到分割线，回到原来上方黎曼面，并沿原方向传播，实现全方向的隐身斗篷。根据 Leonhardt 提出的理论，下方黎曼面折射率分布满足：

$$n_w^2 = \begin{cases} 1 - \frac{|w-w_1|^2}{r_0^2} & (\text{Hooke}) \\ \frac{r_0}{|w-w_1|} - 1 & (\text{Kepler}) \end{cases} \quad (1.14)$$

其中 $r_0 = 8a$ ， w_1 为右支割点 $(2a, 0)$ 。以 kepler 折射率分布为例，下方黎曼面以 r_0 为圆心的黑色圆环内折射率按照 kepler 形式分布，光线以闭合椭圆轨迹在圆内传播，经儒阔夫斯基变换，对应到物理空间折射率分布（绿色背景亮暗分布）以及光线（黄线）传播行为（如 1.4b 和 1.4c 所示）。图 1.4b 和 1.4c 中黑色圆对应于图 1.4a 中下方黎曼面黑色圆环外的区域，红色光线无法到达，对应到物理空间，任何物体在黑色圆内部都是被隐身的。如图 1.4b 和 1.4c 所示中黄色光线所示，当光线入射到该折射率特殊分布的隐身衣后，首先会被引导着绕过黑色圆（隐身区域）传播，其次穿过下方黎曼面对应的物理空间边界，最后按照原来的入射方向继续向前传播，那么对于外界观察者来说，此黑色圆区域是完全隐藏起来的，到此我们详细阐述了共形变换光学隐身斗篷物理空间和虚拟空间所需满足的折射率分布条件，这些理论确保了全向斗篷的实现，同时也看到物理空间所需的折射率分布是各向同性的和非均匀的。

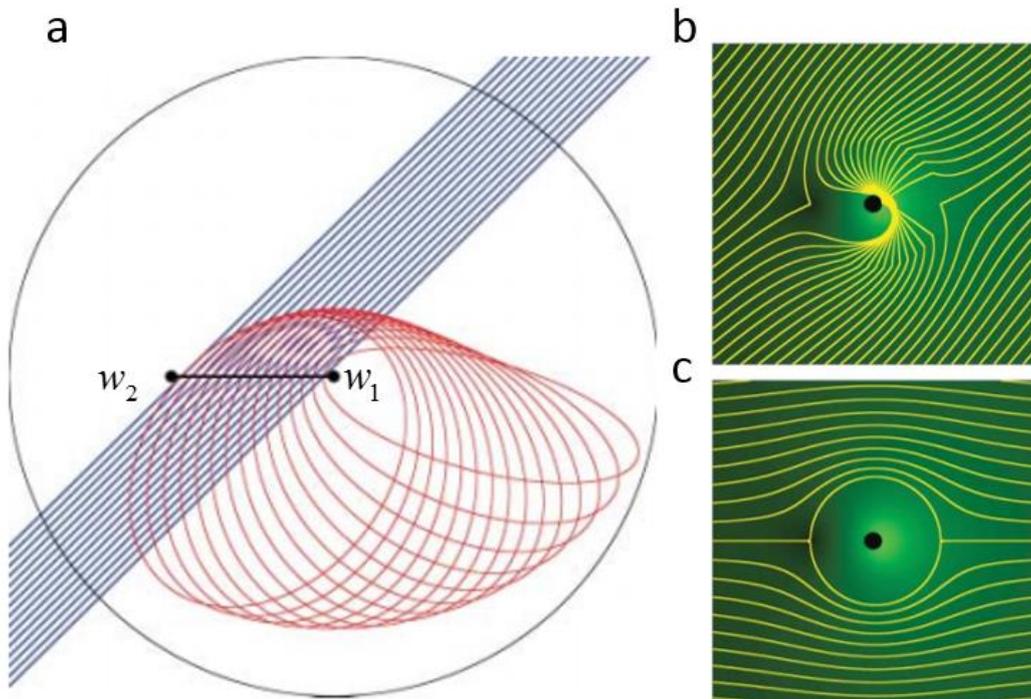


图 1.4 共形变换光学隐身斗篷示意图[9]。a 光线在虚拟空间传播。在上方黎曼面中光线沿直线传播（蓝线），碰到黑色支割线进入到下方黎曼面，并以椭圆轨迹传播（红线）。b 光线斜入射到隐身斗篷。c 光线水平入射到隐身斗篷。

小结一下，Pendry 教授和 Leonhardt 教授的方法已经被我们详细介绍完了，从本质上来说，两种方法都是基于坐标变换下方程的协变性，所不同的是 Pendry 教授的方法适用于三维或者二维器件设计，所需材料参数要满足各向异性和非均匀的条件，而 Leonhardt 教授仅仅适用于几何光学近似下的二维器件设计，所需材料参数是各向同性和非均匀的。近十多年来，随着材料加工技术的显著提高，变换光学领域取得了很多人振奋的成果，那么接下来，我们将详细介绍下这些亮点工作。

1.3 变换光学研究进展

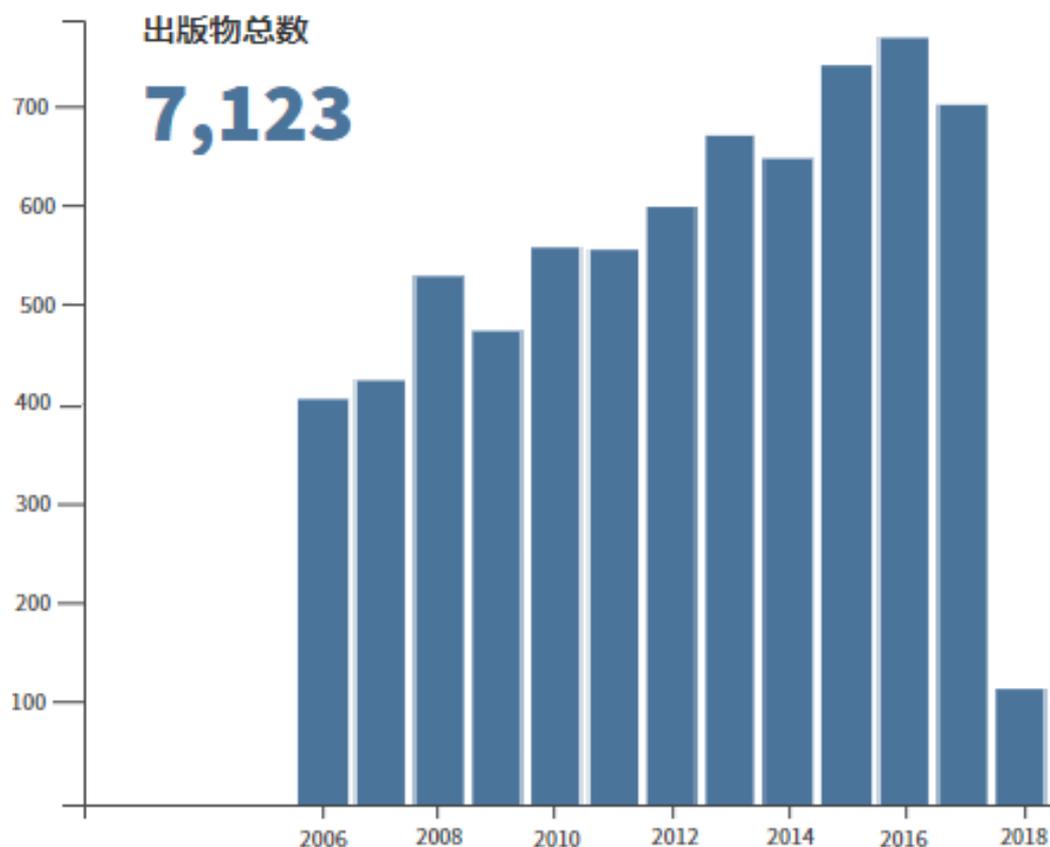


图 1.5 变换光学相关文章发表 (2006-2018)，数据来源 web of science。

自 2006 年提出变换光学思想至今，已有近 7000 多篇相关工作发表，如图 1.5 所示，来自世界各地的课题组用变换光学方法制备了很多功能奇特的器件。在这些变换光学器件里，最诱人的成果就是隐身斗篷，很多课题组也为此器件的实现投入了很多的精力。2006 年时候，来自美国杜克大学的 D. R. Smith 课题组

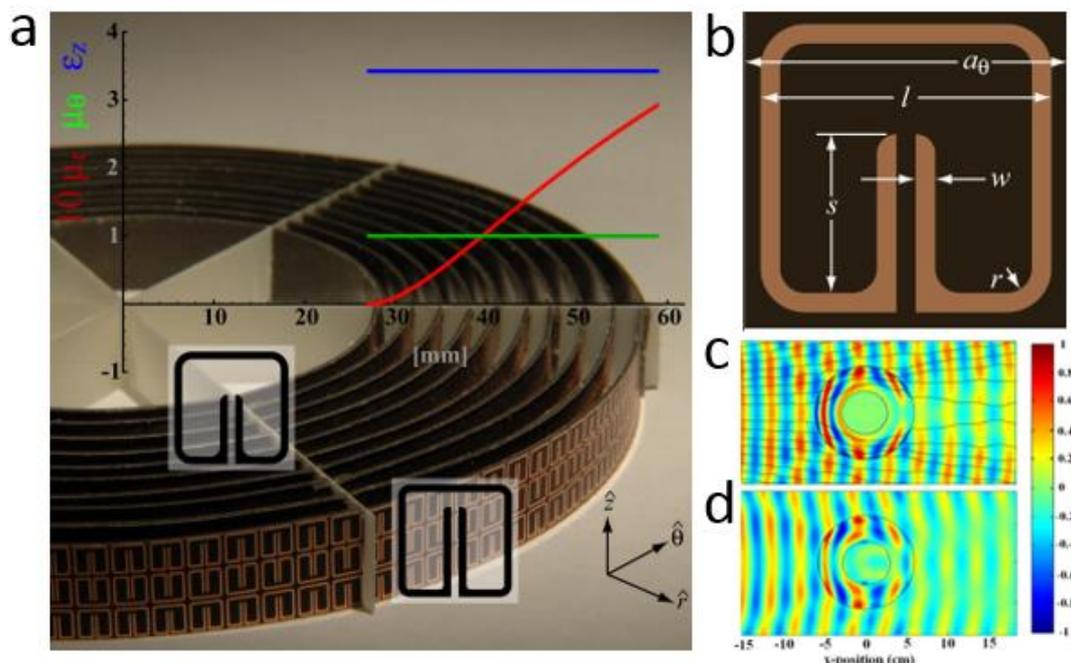


图 1.6 世界上首个微波波段的隐身斗篷[10]。a 二维隐身斗篷样品图，由 10 层人工金属开口环谐振环构成。b 开口环谐振环单元，通过调节结构尺寸，使得每层材料等效参数按 a 中红绿蓝线变化。c 二维隐身斗篷仿真结果。d 二维隐身斗篷实验结果。

根据他们以往制备负折射率材料积累下的经验以及对圆柱隐身斗篷参数约化处理[5,6,42-44]，首次制备出了世界上首个隐身斗篷器件[10]，并被《科学》杂志评为 2006 十大科技进展之一。如图 1.6a 所示，该器件由 10 层印刷电路板构成，每层板上印有周期性的金属开口环谐振环，而层与层之间的结构参数却有略微不同，通过调节图 1.6b 中开口谐振环的参数 s 和 r ，即层与层之间具有不同的结构参数，这样就可以制备出按图 1.6a 中红绿蓝三线分布的等效材料。当 8.5 GHz

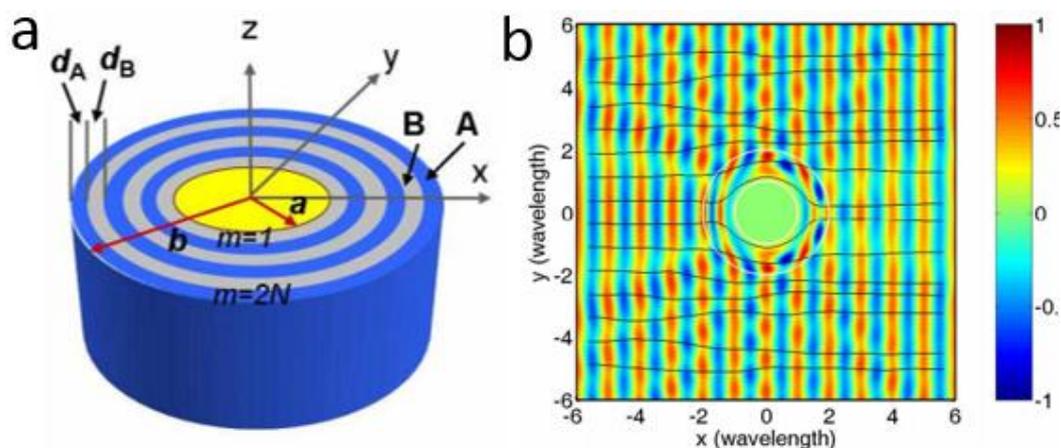


图 1.7 多层膜构成的隐身斗篷[45]。a 样品结构示意图，由两种类型各向同性的介电常数材料交替排列构成。b 隐身斗篷的仿真模拟效果图。入射电磁波为平面波，从左侧入射。

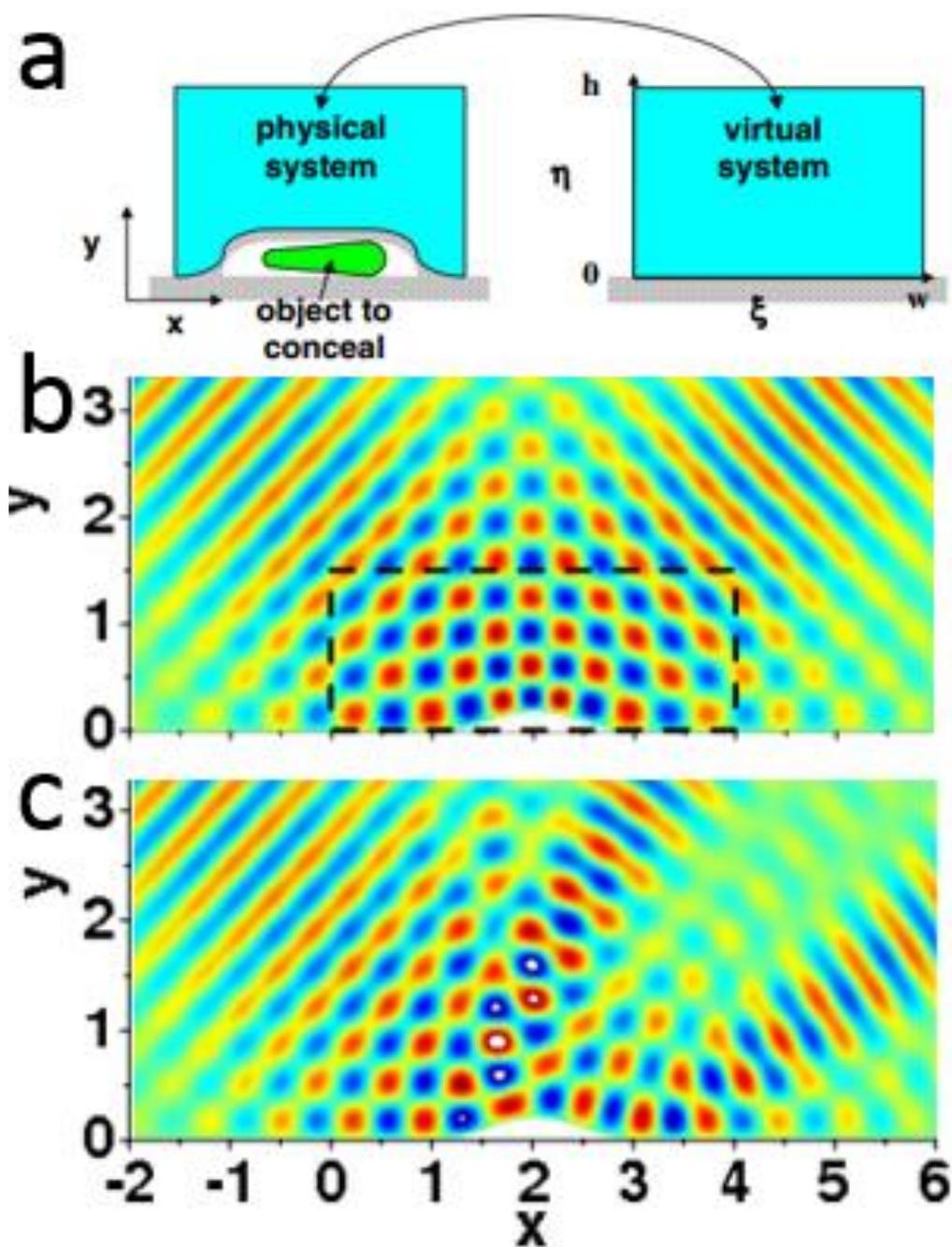


图 1.8 地毯隐身示意图[46]。a 覆盖在目标物体上的隐身地毯和虚拟空间等效平坦平面。b 有隐身地毯时，电场分布。c 未覆盖隐身地毯时，电场分布。其中 b 和 c 入射的均为平面波。

频率的电磁波入射到斗篷上，并且电场偏振沿着 z 轴方向，磁场沿着半径 r 方向，即入射的电磁波为横电磁波，那么电磁波在圆环区域传播时，传播行为将受到 1.6a 中按红绿蓝线分布的参数的调控，其仿真结果和实验结果分别如图 1.6c 和 1.6d 所示，通过比较圆环区域前后电磁波的波前，我们可以很清楚地看到，在圆环内部区域形成一个很好的隐身区域。

自从微波波段的隐身斗篷实现之后,很多研究组就想将其工作频率拓展至可见光波段。但由于金属开口谐振环的共振响应特性,它在可见光波段会造成很大的焦耳损耗,并且工作带宽也很窄,因此为了拓宽隐身斗篷工作带宽,减少材料制备的难度,并期望推广到光学波段,很多研究组投入了大量的精力。2007年,来自南京大学的冯一军教授研究组[45],基于等效介质理论采用多层各向同性非磁性材料设计了圆柱隐身斗篷,样品示意图如图 1.7a 所示。通过仿真(图 1.7b)分析表明,该多层膜结构的隐身斗篷能明显减少电磁波散射,能流也平滑地绕过圆柱区域向前传播,结果表明该器件能对包裹物体(1.7a 中黄色区域)起到很好的隐身效果。2008年, J. Li 和 J. B. Pendry 首次提出地毯隐身[46]的概念,这是一个基于准共形变换方法的隐身斗篷,将传统的封闭隐身区域变为一个不封闭遮盖物,如图 1.8a 所示,将物理空间一块凸起区域通过共形变换等效成虚拟空间一个平面,在物理空间构造折射率渐变的材料覆盖在需要隐藏目标物体上。当电磁波入射到凸起部分后,波的行为就会像入射到平坦的地面上演化,并且不和目标物体发生电磁作用。图 1.8b 和 1.8c 分别表示存在隐身斗篷和不存在隐身斗篷的情况,我们可以明显看到电磁波入射到覆盖有隐身斗篷的凸起后,波前如同在光

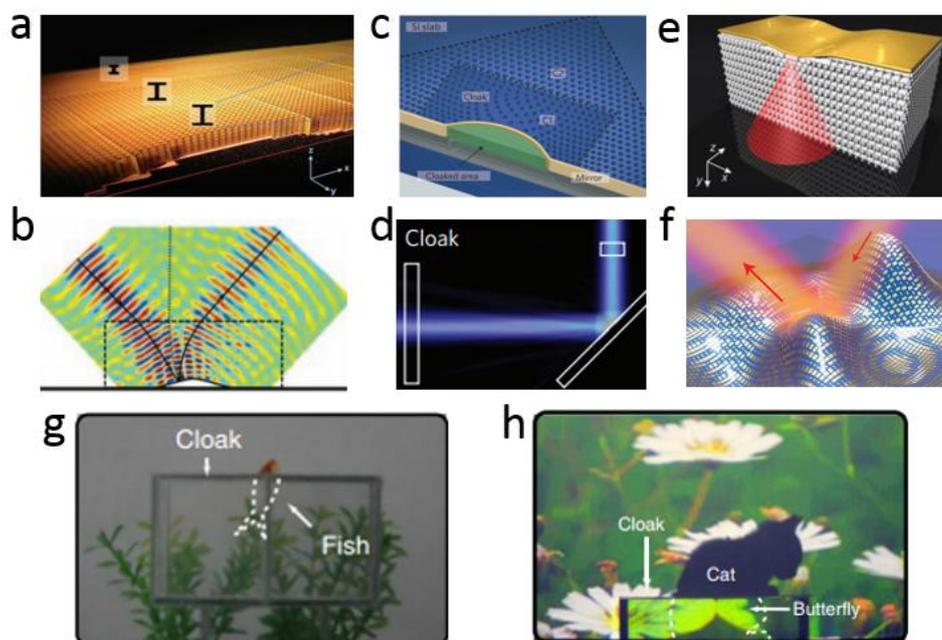


图 1.9 地毯隐身斗篷的实验。a 利用金属工形结构实现的微波波段隐身器件样品图[11]。b 微波波段地毯式隐身器件实验结果[11]。c 近红外波段地毯隐身的示意图[14]。d 近红外波段地毯隐身实验结果[14]。e 堆叠的光子晶体构建的三维隐身斗篷样品示意图[47]。f 由超表面构建的皮肤隐身斗篷样品示意图[16]。g 光线光学隐形斗篷将金鱼隐身实验图[52]。h 光线光学隐形斗篷将黑颜色的猫隐身实验图[52]。

滑镜面上一样反射,目标物体被隐藏了起来,如图 1.8b 所示,而如果电磁波直接入射到凸起上,会产生强烈的散射,如图 1.8c 所示。该隐身斗篷所需材料折射率为有限的,准各向同性的和不均匀的,这就为实验上实现提供了可能。因此该隐身斗篷自提出后,立即引起了很多课题组的注意,他们期望在实验上实现该隐身斗篷。2009 年, D. R. Smith 和崔铁军教授课题组联合在微波波段利用非共振超构材料实现了宽波段的地毯隐身[11],样品如图 1.9a 所示,基本单元为工字型结构,通过调节亚波长结构单元的尺寸,可以在目标物体周围构建等效的渐变折射率分布,其实验结果如图 1.9b 所示,可以在较宽波段(13–16GHz)实现地毯隐身。随后国际上其他课题组也纷纷发表了在光波频段实现的宽波段地毯隐身斗篷的文章[12-15],以美国加州大学伯克利分校张翔教授的研究成果[14]为例,其样品示意图如图 1.9c 所示,整个样品是在绝缘硅(SOI)上制备的,样品分为两个区域,即图中的 C1 和 C2,通过聚焦离子束(FIB)技术刻蚀一些疏密分布的孔洞,图中 C1 为地毯斗篷区,洞的密度不均匀,C2 为背景区,洞的密度均匀。根据等效介质理论可知,孔洞密度越大对应的等效折射率越大大。因此可以通过调节孔洞密度来调控折射率来满足地毯隐身斗篷所需的等效折射率的分布。当光在折射率渐变的 C1 区域传播时,会平滑地绕过绿色的目标物体区域,实现隐身斗篷的效果,其实验结果如图 1.9d 所示,入射光线如同在光滑镜面上一样反射,由于该方案采用是介质材料,因此其传播距离,工作频率以及带宽明显提高,该器件具有从 1400nm 到 1800nm 的工作波段。在同一年,来自美国康奈尔大学的 Lipson 课题组[12]和来自美国科罗拉多大学的 Park 课题组[13]分别独立的实现了近红外 1500nm 附近宽波段的地毯隐身斗篷,通过实验设计出按一定疏密分布排列的 Si 柱子阵列,该阵列可用来提供地毯隐身斗篷所需的渐变折射率分布,从而在实验上实现隐身地毯。以上介绍的都是二维隐身斗篷实验,在 2010 来德国的 Wegener 课题组运用激光直写技术制备了木柴堆积的光子晶体,并将特制的聚合物填充进去,首次实现三维的,并且工作在可见光波段的隐身斗篷[47],实验样品示意图如图 1.9e 所示。2015 年,张翔课题组制备出了可见光波段超表面的皮肤隐身斗篷[16](图 1.9f 所示),该斗篷基于超表面[48,49]技术,他们在任意形状的障碍物外面覆盖一层精心设计的超表面材料,通过控制超表面局部反射的相位来重构出反射波整体波阵面,使得反射波阵面与波入射到平滑镜面的效果一样,最终达到隐身的效果。由于采用超表面技术,该器件具有超薄、轻便等特点,并

且该器件可以适用任意形状三维物体。此外，一些研究组利用自然界已经存在的具有双折射特性的晶体，通过适当的打磨和旋转，在实验室制备出可见光频段的宏观地毯隐身斗篷[50,51]，同样利用自然界中存在的材料，来自浙江大学的陈红胜教授课题利用玻璃构造出了一个空间隐身斗篷[52]，可以实现可见光区的隐身，并在实验中实现了对真实生物体（游动的金鱼和活动的猫）的隐身，实验结果如图 1.9g 和图 1.9h 所示。至此我们介绍了实验上实现 Pendry 教授及其合作者提出的“压缩”隐身斗篷，该类隐身衣的特点是将要隐藏的物体压缩成一个点或者一个面来实现隐身效果。

另外一方面，自 2006 年 Leonhardt 教授提出共形隐身斗篷之后，为了降低所需最大折射率和改善其性能，很多课题组进行了深入的研究[53-58]，在这其中，Leonhardt 教授和 Tomas 教授合作提出了宽波段的非欧几里德隐身斗篷[58]，他们的思路是对弯曲的非欧几里德空间，比如虚拟的球面，进行坐标变换，那么在

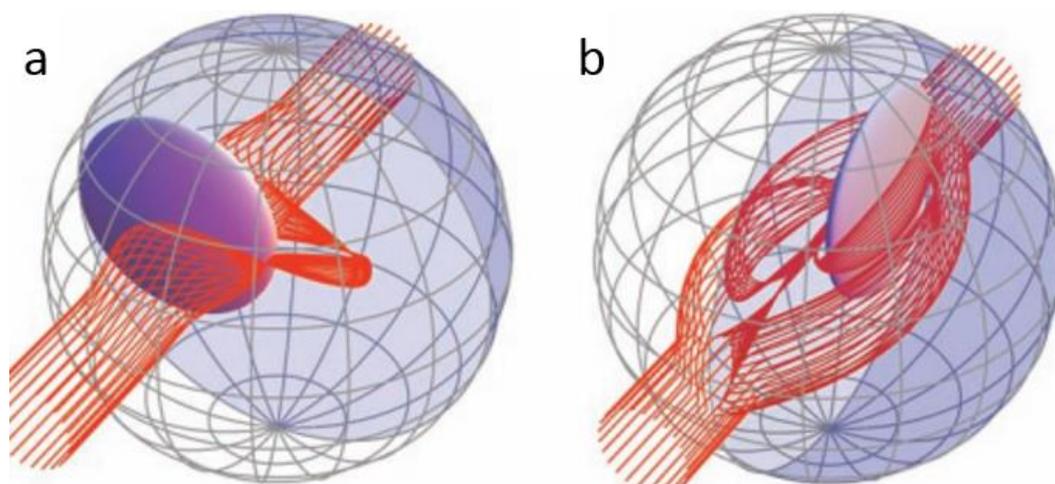


图 1.10 三维非欧几里德隐身斗篷示意图[58]。a 光线（红线）沿着椭球（紫色区域）短边入射，绕过椭球沿着直线传播。b 光线（红线）沿着紫色椭球长边入射，绕过椭球（紫色区域）后沿着直线传播。

物理空间中，我们就可以避免了之前遇到的参数奇点问题，实现了三维全向宽带的隐身斗篷。其隐身效果如图 1.10 所示，在图 1.10a 中，光线沿着紫色椭球短边入射，在隐身区域内弯曲传播，绕过紫色椭球后继续沿着原入射的方向传播。图 1.10b 表示光线沿着椭球的长边入射，光线在椭球外多次旋转而不进入紫色椭球内，最终沿着原入射的方向传播出去，进而达到三维的隐身效果。

至此，我们较详细介绍了来自很多课题组有关电磁波隐身斗篷的研究，除此之外，很多研究者也用变换光学原理去研究其他类型的波场，并提出和设计了其

他类型波的隐身斗篷，例如热流场的隐身斗篷[59-61]，声波的隐身斗篷[62,63]，物质波的隐身斗篷[64]以及弹性波的隐身斗篷[65]等，更有学者提出能够在时间维度上对事件进行隐身的时空隐身斗篷[66]。

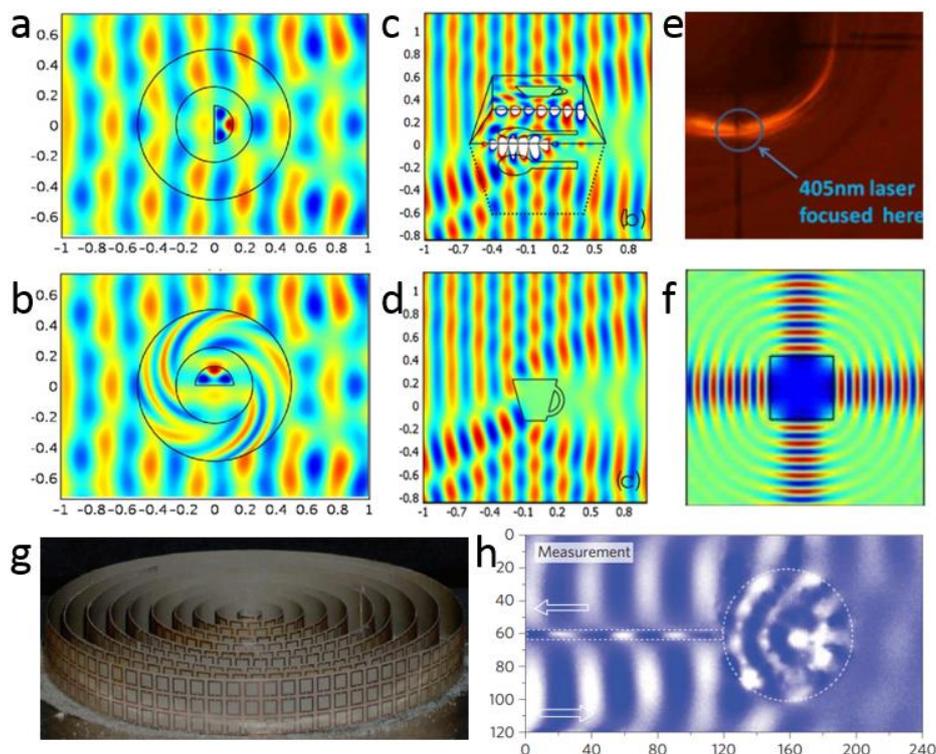


图 1.11 变换光学元器件。a 圆环区域为真空时颗粒电磁散射图[67]。b 圆环区域加载旋转介质时颗粒电磁散射图[67]。c 勺子和幻觉光学器件的电磁散射图[68]。d 水杯的电磁散射图[68]。e 可见光直角转弯[24]。f 光束定向发射器[72]。g 微波波段的伊顿透镜样品图[69]。h 伊顿透镜实验结果[69]。

其实变换光学的魅力不仅仅只体现在可以设计制造隐身斗篷，人们还可以利用它的原理来设计出很多功能奇特的控制电磁波传播的器件。2007 年，厦门大学陈焕阳教授提出了电磁波旋转器[67]，该器件可以旋转电磁波的传播方向。图 1.11a 所示为一束平面波入射到半圆形物体上的电磁散射图，图 1.11b 中将该半圆形物体逆时针旋转 90 度，并在该物体外加载圆环形旋转器后，一束平面波入射后达到的电磁散射图。对比图 1.11a 和图 1.11b，发现两幅图的场分布是一致的，但是物体有了 90 度的旋转。随后苏州大学赖耘教授提出幻觉光学器件[68]，该器件包含恢复材料和互补材料，互补材料的作用是抵消原物体的散射图，恢复材料的作用是产生虚幻物体的散射图。图 1.11c 展示在一个介质勺子旁边放置幻觉光学器件时，当平面波入射时对应的场分布，图 1.11d 展示一个金属杯子在同样平面波照射下所对应的场分布图，通过对比发现，两幅图的场分布是一致的，

但是物体是不一样的，一个是介质勺子，另一个是金属水杯，而这个“魔术”里最重要的就是幻觉光学器件。另外，有些研究者还实现了很多特定功能器件[19,21,24,69-71]，比如我们课题组实现的光束 90 度转弯器件[24]，如图 1.11e 所示，通过渐变介质波导实现光束（黄线）沿着四分之一圆弧传播。图 1.11f 展示了 Werner 教授课题组实现的光束定向发射器[72]，如图 1.11f 所示，一个全向发射的点光源放入结构中心，实现了出射光束沿着 4 个固定方向等幅度传播。图

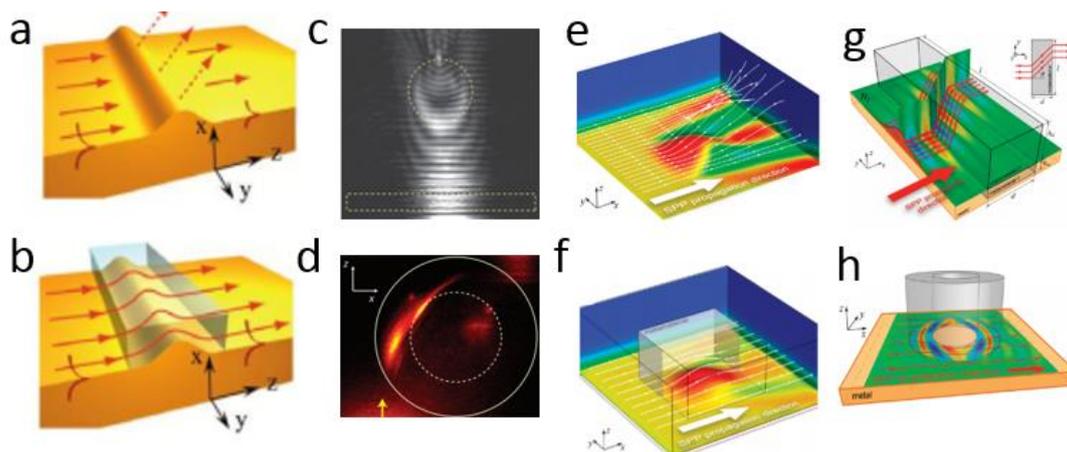


图 1.12 基于变换光学的表面等离子激元光学。a 表面等离子激元在有凸起的金属表面的磁场分布[76]。b 表面等离子激元在 a 图中凸起部分加载变换介质后的磁场分布[76]。c 表面等离子激元 Luneburg 透镜实验测试图[78]。d 表面等离子激元 Eaton 透镜实验测试图[78]。e 表面等离子激元在有三维凸起的金表面的散射图[77]。f 在凸起部分加载隐身地毯后表面等离子激元传播图[77]。g 表面等离子激元平移器[77]。h 表面等离子激元圆柱隐身斗篷[77]。

1.11g 展示了浙江大学马云贵教授课题组[69]设计制备的 8.9 GHz 微波波段的伊顿透镜，该透镜将虚拟空间中的材料奇点转化为超材料的拓扑缺陷，制备了一个全向的反射器，实验结果如图 1.11h 所示。同时近年来，随着微纳加工技术的提高，很多课题组对表面等离子激元[73-75]研究投入了更多的精力，也取得了非常多的成果，而这其中很多重要的成果就和变换光学理论密切相关。由于表面等离子激元是一种在金属与介质界面存在的电磁震荡，其能量在界面法向方向上按指数衰减并且更多分布在介质中。根据此，2010 年，来自美国的张翔教授课题组[76]和来自西班牙的 Garcí'a-Vidal 教授课题组[77]分别独立提出仅通过对金属交界的介质进行变换就能达到调控表面等离子激元传播。图 1.12a 显示，表面等离子激元在凸起表面形成很强的散射波，但是如果将凸起外的介质换成按照变换光学原理设计的材料，那么原来的散射波被明显的抑制住了，如图 1.12b 所示，几乎没有任何表面等离子激元向外部空间中散射。紧接着，张翔教授课题组通过灰度电子束曝

光技术很快制备出了表面等离子激元 Luneburg 透镜和 Eaton 透镜[78]，实验测试图分别如图 1.12c 和图 1.12d 所示。另一方面 Garcí'a-Vidal 教授课题组通过变换与金属接触的介质层，设计出了地毯隐身斗篷（图 1.12f），当不对介质变换时，表面等离子激元在三维金凸起部分传播时，更多能量会被散射到介质中偏离界面传播，如图 1.12e 所示。同时仅针对介质进行变换，可以实现等离子激元光束平移器（图 1.12g）和等离子激元圆柱隐身斗篷（图 1.12h）。

随着表面等离子激元研究的深入，很多学者发现如何在表面等离子激元系统中实现宽带的光谱吸收逐渐成为一个重要的课题，就在此时，Pendry 教授课题组，将变换光学与表面等离子激元宽光谱吸收问题深度结合，提出很多理论方案来实现宽光谱的吸收，其理论想法是这样的，众所周知，对于一般的有特定尺寸的金属纳米颗粒其共振吸收谱的带宽是比较窄的，比如，有限尺寸金属纳米球的共振吸收

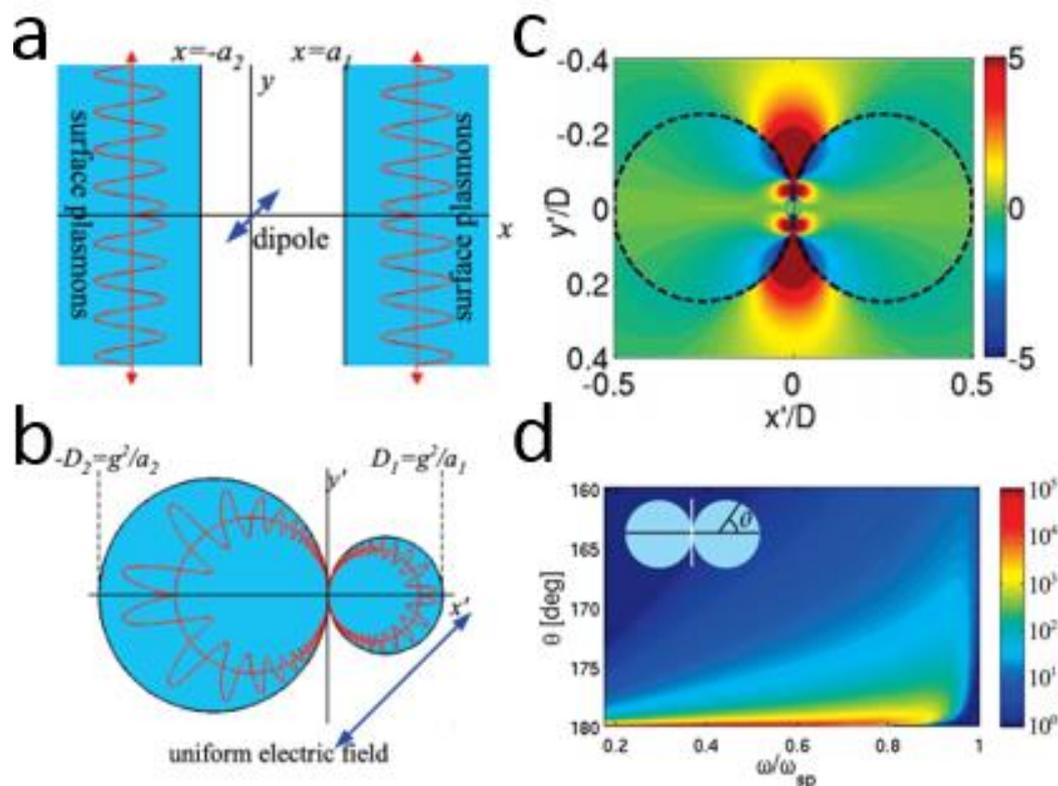


图 1.13 变换光学设计连续宽带等离子激元光吸收器件[25]。a 两个半无限厚金属平板和有限厚介质构成金属/介质/金属波导，一个电偶极子放置于介质中。b 经共形变换，图 a 中两个无限大金属平板变换成两个紧密接触的圆柱体。c 水平方向线偏振平面波沿 y' 方向入射后，所得水平方向电场幅度。d 水平方向偏振平面波沿 y' 方向入射后，电场增强的绝对值。

频谱。而对于物理尺寸无限大的等离子激元系统通常对应着连续宽谱的吸收，比如

半无限大的金属平板所对应的共振吸收频谱[25,27-29,31,79]。因此 Pendry 教授的基本想法首先搭建具有连续宽带吸收频谱的无限大等离激元模型，其次通过共形变换将这种无限大模型变换到有限尺寸的，且具有物理结构[28]奇异点的模型，由于采用保角变换，具有奇异点的模型与原来无限尺寸模型具有相同的频谱，最后在实验室制备这样具有奇异点的结构，就可以实现宽带连续的等离激元光谱吸收。图 1.13a[25]展示了原空间中有两块半无限厚金属板和一块有限厚度介质组成的金属/介质/金属波导，如果将一个电偶极子放入其中，那么由金属表面等离激元色散可知，该波导具有连续宽带的吸收谱，电偶极子辐射出的能量会被表面等离激元捕获并沿着表面传播到无穷远处。经共形变换 $z' = 1/z^*$ ，其中 $z = x + iy$ 表示原空间，其共轭 $z^* = x - iy$ 。而 $z' = x' + iy'$ 表示新空间。我们可以很清晰地看到，经过这个变换，原空间里的无穷远点映射到新空间的坐标原点，而原空间里坐标原点将被映射到新空间的无穷远处，因此原空间里的无限大平板变为两个紧密相切的金属圆柱，而原来的电偶极子中心在新空间将被移动到无穷远处，并激发出均匀的电场，且由于金属电磁参数不变，如图 1.13b 所示。图 1.13c 表示水平方向 (x' 方向) 偏振平面波沿 y' 方向入射到相切金属圆柱体后，入射光将会被圆柱体所捕获并牵引着向接触点传播并且场强增强，群速度逐渐降低甚至为零。图 1.13d 表示在这样入射光照射下，金属周围电场强度随角度和频率分布图，可以清晰看到该结构可以实现连续宽带的能量捕获。进一步研究表明，该方法还可以拓展到三维的等离激元体系[28,79]，金属表面的德瓦尔力[26,30]等。

近年来随着变换光学向类比引力方向的发展，很多课题组利用变换光学原理在实验室做出了很多类比引力的工作。根据变换光学理论，可以通过在实验室构造非均匀分布材料来模拟弯曲空间[80,81]，进而在实验室研究类引力相关现象[82]。很多课题组已经利用变换光学方法模拟了霍金辐射[83-85]，电磁虫洞[86]，黑洞[32,33,87]，引力红移[88,89]，宇宙大爆炸[90,91]等。尤其是随着微纳加工技术提升，很多现象得以在实验室环境模拟观测。例如 2009 年，Kildishev 教授课题组[87]提出了基于 N 型硅和二氧化硅这样各向同性的材料，设计出全向宽光谱的人工黑洞，仿真结果如图 1.14a 所示。紧接着东南大学的崔铁军教授研究组通[33]过设计共振的人工材料实现了微波波段黑洞，样品图如图 1.14b 所示。Genov 等人[32]模拟了天体在引力场中的运动。2010 年，来自厦门大学的陈焕阳教授研究组[33]模拟了 Schwarzschild 黑洞外部的光子运动，如图 1.14c 所示。我们课题

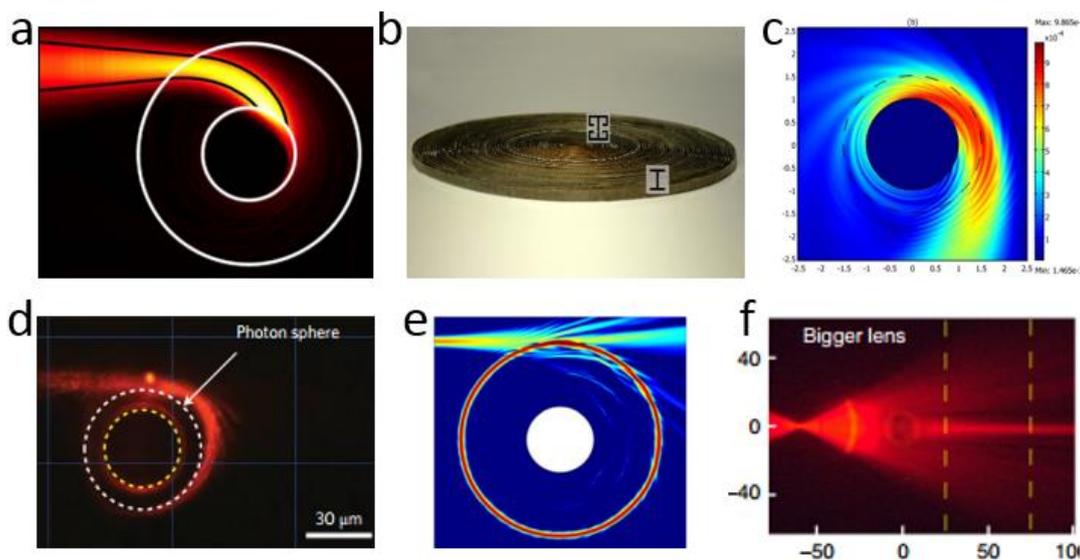


图 1.14 变换光学类比引力研究。a 全向光捕获人工黑洞模型[87]。b 微波人工黑洞实验[33]。c 史瓦西黑洞模拟结果[33]。d 可见光波段人工黑洞实验[34]。e 声波黑洞模型[92]。f 可见光波段模拟爱因斯坦环实验[93]。

组[34]在 2013 年利用渐变波导体系设计并制备出可见光波段人工黑洞，并观测到了光子球视界，实验结果如图 1.14d 所示。2014 年来自南京大学的梁彬教授研究组[92]利用变换光学方法设计了声波的黑洞，其仿真结果如图 1.14e 所示。2016 年我们课题组[93]在先前实验体系上模拟爱因斯坦环现象，实验结果如图 1.14f 所示。另外，与上述通过非均匀材料来模拟弯曲空间现象不同，近些年来一些学者通过构造均匀的弯曲波导来研究电磁波在弯曲空间里的演化，在理论上[94-96]研究了不同曲率的波导对不同光束的影响，在实验上通过微加工或者 3D 打印技术在弯曲表面上构建这样的均匀波导[97-100]，光束在这样均匀弯曲空间里的传播行为可以等效为在均匀空间里受到外界力影响的演化行为。譬如 2010 Peschel 教授课题组[97]在实验上演示了高斯光束在不同高斯曲率表面的传播行为。在图 1.15a 中，高斯光束在正的常高斯曲率球面传播时，当入射光斑尺寸变化时，曲面上的演化光斑会会周期性的聚焦，自成像和非衍射性传播，而图 1.15b 演示了光束在负的常高斯曲率面上传播，发现光斑尺寸呈现指数式扩展。2017 年 Segev 教授课题组[99]研究了高斯光束在 Flamm 面的演化行为，该 Flamm 面是根据 Schwarzschild 度规所设计的，实验样品及耦合示意如图 1.15c 所示，当一束高斯光束入射到这样三维弯曲的旋转曲面波导后，发现高斯光束光斑尺寸变得越来越小，并且最重要的是在最细尺寸位置附近，这种波导里传播的模式辐射到外部空间中，然后再耦合回波导里，继续向前传播，实验结果如图 1.15d 所示，基于此

实验，Segev 教授他们详细分析了高斯光束的相速度以及群速度，观察到了上面隧道穿越现象。紧接着今年早些时候，Segev 教授课题组[100]，进一步实验上演示了艾里光束在正的常曲率球面波导上的演化行为，其实验模拟如图 1.15e 所示。在实验上通过空间光调制器产生艾里光束，并将该特殊光束耦合进这种厚度均匀的球壳波导里，在理论和实验上都观察到加速光束在该曲面上沿着非测地线传播，并且实验上也做了对比实验，将一束高斯光束同样耦合进来，发现高斯光束沿着测地线传播，其实验结果如图 1.15f 所示，实验结果和理论符合的很好，并且直接证明了加速光束在这样的曲面上沿着非测地线传播。

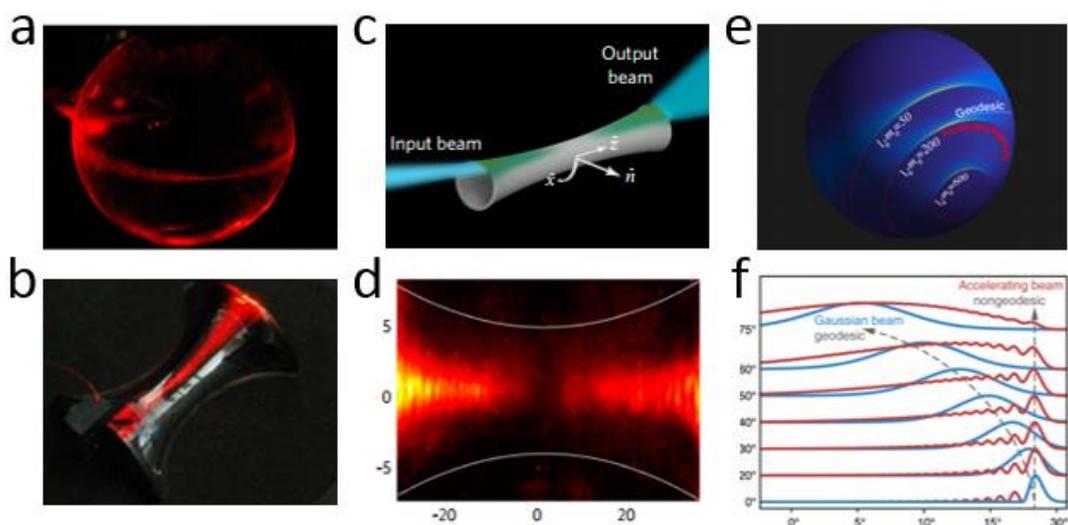


图 1.15 弯曲空间中光束的传播。a 光束在球形曲面波导里传播实验结果[97]。b 光束在马鞍面波导里传播实验结果[97]。c 高斯光束在微纳尺度 Flamm 抛物体波导传播示意图[99]。d 高斯光束在 Flamm 抛物体波导实验结果[99]。e 加速光束在球面波导传播仿真结果[100]。f 加速光束在球面波导传播实验数据分析[100]。

1.4 本论文研究思路和结构

共形变换光学自提出至今已十年有二了，经过这些年理论以及实验上的发展，已经成为调控波传播的重要工具，并获得很大的推广。目前很多工作大多的是器件理论性设计，因为在样品加工上在遇到很多问题，同时可见光频段的实验报道更少了。因此本文研究思路是：采用聚合物薄膜的自组装技术和显微荧光测量技术，在共形变换光学的结构制备和实验测量技术上取得了突破，在光学波段成功实现了共形变换光学结构，并演示了几种特定功能的共形器件。

本文的结构分为以下几章：

第二章，根据共形变换光学理论，首先我们设计出物理空间中的 Mikaelian 透镜。其次我们借助于实验室成熟的渐变波导制备工艺，在超净实验室制备出这样的器件，并测试获得透镜参数。再次我们观察到了几何光学下光线沿着正弦曲线传播和自聚焦效应，紧接着我们将周期性的光源输入到该透镜，观察到了波动光学下的 Talbot 效应，并进行了仿真和解析计算，其结果和实验吻合的很好，发现该共形变换光学波导里周期性光源信息可以无破坏的传递到远方，如果该过程中没有损耗介质，理论上可以传递到无限远的地方，这和传统的 Talbot 效应有很大的进步，因为传统的 Talbot 效应只能在一定有限区域内产生。最后我们通过进一步研究，证明该器件在数据编码传输方面具有潜在的应用价值，可以利用 Talbot 效应进行信息编码并将信息无衍射地传递到远方。该工作证明了共形变换光学材料在光子集成芯片技术方面的广阔应用潜力。

第三章，我们将变换光学波导和广义相对论弯曲空间联系起来，在理论上设计了模拟重力场所需材料的性质，在实验室继续利用之前的渐变波导制备工艺，设计制备出和模拟重力场度规相对应的波导，演示了光束在模拟重力场里的演化行为，实验上观察到模拟重力场中高斯光束和爱里光束之间的可逆演化，进一步分析，发现该艾里光束的产生可以用郎道的模型定量地解释。

第四章，首先我们采用共形变换方法从绝对仪器推导出测地线透镜，其次研究了测地线透镜上的几何光学下和波动光学下的光波演化，再次分析了波动光学下测地线透镜的频谱，最后我们在实验上制备了两个测地线透镜——纺锤体测地线透镜和圆球测地线透镜，并从几何光学角度证明光线在曲面上传播形成闭合的轨迹。与此同时，作为上面实验的延伸部分，我们介绍了基于嵌入图的研究进展和一些初步成果。

第五章，我们简单地总结了所做的工作，并对今后的工作提出展望。

参考文献

- [1] P. G. Bergmann, "A Treatise on Electricity and Magnetism by James Clerk Maxwell," *Scientific Monthly* 80, 326 (1955).
- [2] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena," *IEEE Transactions on Microwave Theory Techniques* 47, 2075 (1999).
- [3] V. G. Veselago, "The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of ϵ and μ ," *Soviet Physics Uspekhi* 10, 509 (1968).
- [4] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, "Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity," *Physical Review Letters* 84, 4184 (2000).
- [5] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz, "Experimental verification of a negative index of refraction," *Science* 292, 77 (2001).
- [6] C. Enkrich, M. Wegener, S. Linden, S. Burger, L. Zschiedrich, F. Schmidt, J. F. Zhou, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, "Magnetic metamaterials at telecommunication and visible frequencies," *Physical Review Letters* 95, 203901 (2005).
- [7] A. Ishikawa, T. Tanaka, and S. Kawata, "Negative magnetic permeability in the visible light region," *Physical Review Letters* 95, 237401 (2005).
- [8] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith, "Controlling electromagnetic fields," *Science* 312, 1780 (2006).
- [9] U. Leonhardt, "Optical conformal mapping," *Science* 312, 1777 (2006).
- [10] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith, "Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies," *Science* 314, 977 (2006).
- [11] R. Liu, C. Ji, J. J. Mock, J. Y. Chin, T. J. Cui, and D. R. Smith, "Broadband ground-plane cloak," *Science* 323, 366 (2009).
- [12] L. H. Gabrielli, J. Cardenas, C. B. Poitras, and M. Lipson, "Silicon nanostructure cloak operating at optical frequencies," *Nature Photonics* 3, 461 (2009).
- [13] J. H. Lee, J. Blair, V. A. Tamma, Q. Wu, S. J. Rhee, C. J. Summers, and W. Park, "Direct visualization of optical frequency invisibility cloak based on silicon nanorod array," *Optics Express* 17, 12922 (2009).

- [14]J. Valentine, J. Li, T. Zentgraf, G. Bartal, and X. Zhang, " An optical cloak made of dielectrics, " *Nature Materials* 8, 568 (2009).
- [15]C. Gladden, M. Gharghi, T. Zentgraf, Y. Liu, X. Yin, J. Valentine, and X. Zhang, " Carpet Cloak Device for Visible Light, " *Nano Letters* 11, 2825 (2011).
- [16]X. Ni, Z. J. Wong, M. Mrejen, Y. Wang, and X. Zhang, *Science* 349, 1310 (2015).
- [17]J. Huangfu, S. Xi, F. Kong, and J. Zhang, " Application of coordinate transformation in bent waveguides, " *Journal of Applied Physics* 104, 1777 (2008).
- [18]W. X. Jiang, T. J. Cui, X. Y. Zhou, X. M. Yang, and Q. Cheng, " Arbitrary bending of electromagnetic waves using realizable inhomogeneous and anisotropic materials, " *Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics* 78, 066607 (2008).
- [19]D. A. Roberts, M. Rahm, J. B. Pendry, and D. R. Smith, " Transformation-optical design of sharp waveguide bends and corners, " *Applied Physics Letters* 93, 1780 (2008).
- [20]M. Rahm, S. A. Cummer, D. Schurig, J. B. Pendry, and D. R. Smith, " Optical design of reflectionless complex media by finite embedded coordinate transformations, " *Physical Review Letters* 100, 063903 (2008).
- [21]R. M, R. DA, P. JB, and S. DR, " Transformation-optical design of adaptive beam bends and beam expanders, " *Optics Express* 16, 11555 (2008).
- [22]N. I. Landy and W. J. Padilla, " Guiding light with conformal transformations, " *Optics Express* 17, 14872 (2009).
- [23]W. Ding, D. Tang, Y. Liu, L. Chen, and X. Sun, " Arbitrary waveguide bends using isotropic and homogeneous metamaterial, " *Applied Physics Letters* 96, 131102 (2010).
- [24]Y. Wang, C. Sheng, H. Liu, Y. J. Zheng, C. Zhu, S. M. Wang, and S. N. Zhu, " Transformation bending device emulated by graded-index waveguide, " *Optics Express* 20, 13006 (2012).
- [25]A. Aubry, D. Y. Lei, A. I. Fernández-Domínguez, Y. Sonnefraud, S. A. Maier, and J. B. Pendry, " Plasmonic light-harvesting devices over the whole visible spectrum, " *Nano Letters* 10, 2574 (2010).
- [26]A. Aubry, D. Y. Lei, S. A. Maier, and J. B. Pendry, " Interaction between plasmonic nanoparticles revisited with transformation optics, " *Physical Review Letters* 105, 233901 (2010).
- [27]D. Y. Lei, A. Aubry, S. A. Maier, and J. B. Pendry, " Broadband nano-focusing of

- light using kissing nanowires, " *New Journal of Physics* 12, 093030 (2010).
- [28] J. B. Pendry, A. Aubry, D. R. Smith, and S. A. Maier, " Transformation optics and subwavelength control of light, " *Science* 337, 549 (2012).
- [29] J. B. Pendry, A. I. Fernándezdomínguez, Y. Luo, and R. Zhao, " Capturing photons with transformation optics, " *Nature Physics* 9, 518 (2013).
- [30] Y. Luo, R. Zhao, and J. B. Pendry, " van der Waals interactions at the nanoscale: The effects of nonlocality, " *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 111, 18422 (2014).
- [31] J. B. Pendry, P. A. Huidobro, Y. Luo, and E. Galiffi, " Compacted dimensions and singular plasmonic surfaces, " *Science* 358, 915 (2017).
- [32] D. A. Genov, S. Zhang, and X. Zhang, " Mimicking celestial mechanics in metamaterials, " *Nature Physics* 5, 687 (2009).
- [33] Q. Cheng, T. J. Cui, W. X. Jiang, and B. G. Cai, " An omnidirectional electromagnetic absorber made of metamaterials, " *New Journal of Physics* 12, 063006 (2010).
- [34] C. Sheng, H. Liu, Y. Wang, S. N. Zhu, and D. A. Genov, " Trapping light by mimicking gravitational lensing, " *Nature Photonics* 7, 902 (2013).
- [35] A. J. Ward and J. B. Pendry, " Refraction and geometry in Maxwell's equations, " *Optica Acta International Journal of Optics* 43, 773 (1996).
- [36] W. MILTON, " On cloaking for elasticity and physical equations with a transformation invariant form, " *New Journal of Physics* 8, 248 (2006).
- [37] D. Schurig, D. R. Smith, and J. B. Pendry, " Calculation of material properties and ray tracing in transformation media, " *Optics Express* 14, 9794 (2006).
- [38] 梁昆淼, 数学物理方法(第四版) (高等教育出版社, 北京, 2010).
- [39] 梁昌洪, 谢拥军, and 官伯然, 简明微波 (高等教育出版社, 北京, 2006).
- [40] U. Leonhardt, " Notes on Conformal Invisibility Devices, " *New Journal of Physics* 8, 118 (2006).
- [41] U. Leonhardt and T. Philbin, " *Geometry and light*, " Dover Publications Inc Mineola Ny, viii (2010).
- [42] S. DR, P. JB, and W. MC, " Metamaterials and negative refractive index, " *Science* 305, 788 (2004).
- [43] S. A. Cummer, B. I. Popa, D. Schurig, D. R. Smith, and J. Pendry, " Full-wave simulations of electromagnetic cloaking structures, " *Physical Review E*

- Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics 74, 036621 (2006).
- [44] B. J. Justice, J. J. Mock, L. Guo, A. Degiron, D. Schurig, and D. R. Smith, " Spatial mapping of the internal and external electromagnetic fields of negative index metamaterials, " *Optics Express* 14, 8694 (2006).
- [45] Y. Huang, Y. Feng, and T. Jiang, " Electromagnetic cloaking by layered structure of homogeneous isotropic materials, " *Optics Express* 15, 11133 (2007).
- [46] J. Li and J. B. Pendry, " Hiding under the carpet: a new strategy for cloaking, " *Physical Review Letters* 101, 203901 (2008).
- [47] T. Ergin, N. Stenger, P. Brenner, J. B. Pendry, and M. Wegener, " Three-dimensional invisibility cloak at optical wavelengths, " *Science* 328, 337 (2010).
- [48] N. Yu, P. Genevet, M. A. Kats, F. Aieta, J. P. Tetienne, F. Capasso, and Z. Gaburro, " Light propagation with phase discontinuities: generalized laws of reflection and refraction, " *Science* 334, 333 (2011).
- [49] X. Chen et al., " Dual-polarity plasmonic metalens for visible light, " *Nature Communications* 3, 1198 (2012).
- [50] X. Chen, Y. Luo, J. Zhang, K. Jiang, J. B. Pendry, and S. Zhang, " Macroscopic invisibility cloaking of visible light, " *Nature Communications* 2, 176 (2011).
- [51] B. Zhang, Y. Luo, X. Liu, and G. Barbastathis, " Macroscopic invisibility cloak for visible light, " *Physical Review Letters* 106, 033901 (2011).
- [52] H. Chen, B. Zheng, L. Shen, H. Wang, X. Zhang, N. I. Zheludev, and B. Zhang, " Ray-optics cloaking devices for large objects in incoherent natural light, " *Nature Communications* 4, 2652 (2013).
- [53] A. J. Danner, T. Tyc, and U. Leonhardt, " Controlling birefringence in dielectrics, " *Nature Photonics* 5, 357 (2011).
- [54] J. Perczel and U. Leonhardt, " Partial Transmutation of Singularities in Optical Instruments, " *New Journal of Physics* 13, 1005 (2011).
- [55] H. Chen, Y. Xu, H. Li, and T. Tyc, " Playing the tricks of numbers of light sources, " *New Journal of Physics* 15, 093034 (2013).
- [56] L. Xu and H. Chen, " Logarithm conformal mapping brings the cloaking effect, " *Scientific Reports* 4, 6862 (2014).
- [57] L. Xu and H. Chen, " Conformal transformation optics, " *Nature Photonics* 9, 15 (2015).
- [58] U. Leonhardt and T. Tyc, " Broadband invisibility by non-Euclidean cloaking, " *Science* 323, 110 (2009).

- [59]U. Leonhardt, " Applied physics: Cloaking of heat, " *Nature* 498, 440 (2013).
- [60]X. H, S. X, G. F, S. H, and Z. B, " Ultrathin three-dimensional thermal cloak, " *Physical Review Letters* 112, 054301 (2014).
- [61]Y. Liu, W. Jiang, S. He, and Y. Ma, " An efficient plate heater with uniform surface temperature engineered with effective thermal materials, " *Optics Express* 22, 17006 (2014).
- [62]S. Zhang, C. Xia, and N. Fang, " Broadband acoustic cloak for ultrasound waves, " *Physical Review Letters* 106, 024301 (2011).
- [63]P. BI, Z. L, and C. SA, " Experimental Acoustic Ground Cloak in Air, " *Physical Review Letters* 106, 253901 (2011).
- [64]Z. S, G. DA, S. C, and Z. X, " Cloaking of matter waves, " *Physical Review Letters* 100, 123002 (2008).
- [65]F. M, G. S, and E. S, " Ultrabroadband elastic cloaking in thin plates, " *Physical Review Letters* 103, 024301 (2009).
- [66]M. W. Mccall, A. Favaro, P. Kinsler, and A. Boardman, " A spacetime cloak, or a history editor, " *Journal of Optics* 13, 24003 (2010).
- [67]H. Chen and C. T. Chan, " Transformation media that rotate electromagnetic fields, " *Applied Physics Letters* 90, 1780 (2007).
- [68]Y. Lai, J. Ng, H. Chen, D. Han, J. Xiao, Z. Q. Zhang, and C. T. Chan, " Illusion optics: the optical transformation of an object into another object, " *Physical Review Letters* 102, 253902 (2009).
- [69]Y. G. Ma, C. K. Ong, T. Tyc, and U. Leonhardt, " An omnidirectional retroreflector based on the transmutation of dielectric singularities, " *Nature Materials* 8, 639 (2009).
- [70]B. B. Oner, M. Turduev, and H. Kurt, " High-efficiency beam bending using graded photonic crystals, " *Optics Letters* 38, 1688 (2013).
- [71]H. W. Wu, F. Wang, Y. Q. Dong, F. Z. Shu, K. Zhang, R. W. Peng, X. Xiong, and M. Wang, " Cavity modes with optical orbital angular momentum in a metamaterial ring based on transformation optics, " *Optics Express* 23, 32087 (2015).
- [72]J. P. Turpin, A. T. Massoud, Z. H. Jiang, P. L. Werner, and D. H. Werner, " Conformal mappings to achieve simple material parameters for transformation optics devices, " *Optics Express* 18, 244 (2010).
- [73]D. K. Gramotnev and S. I. Bozhevolnyi, " Plasmonics beyond the diffraction limit, " *Nature Photonics* 4, 83 (2010).

- [74]P. Berini and I. D. Leon, " Surface plasmon-polariton amplifiers and lasers, " Nature Photonics 6, 16 (2011).
- [75]童廉明 and 徐红星, " 表面等离子激元——机理、应用与展望, " 物理 41, 582 (2012).
- [76]Y. Liu, T. Zentgraf, G. Bartal, and X. Zhang, " Transformational plasmon optics, " Nano Letters 10, 1991 (2010).
- [77]P. A. Huidobro, M. L. Nesterov, L. Martínmoreno, and F. J. Garcíavidal, " Transformation optics for plasmonics, " Nano Letters 10, 1985 (2010).
- [78]T. Zentgraf, Y. Liu, M. H. Mikkelsen, J. Valentine, and X. Zhang, " Plasmonic Luneburg and Eaton lenses, " Nature Nanotechnology 6, 151 (2011).
- [79]A. I. Fernándezdomínguez, S. A. Maier, and J. B. Pendry, " Collection and concentration of light by touching spheres: a transformation optics approach, " Physical Review Letters 105, 266807 (2010).
- [80]J. Plebanski, " Electromagnetic Waves in Gravitational Fields, " Physical Review 118, 1396 (1960).
- [81]U. Leonhardt and T. G. Philbin, " General Relativity in Electrical Engineering, " New Journal of Physics 8, 247 (2006).
- [82]余洪伟 and 胡佳伟, " 类比引力有关问题研究进展, " 科学通报, 2697 (2015).
- [83]T. G. Philbin, C. Kuklewicz, S. Robertson, S. Hill, F. König, and U. Leonhardt, " Fiber-optical analog of the event horizon, " Science 319, 1367 (2008).
- [84]R. Schützhold and W. G. Unruh, " Hawking radiation in an electromagnetic waveguide?, " Physical Review Letters 95, 031301 (2005).
- [85]R. Schützhold and W. G. Unruh, " Comment on "Hawking radiation from ultrashort laser pulse filaments", " Physical Review Letters 107, 203901 (2010).
- [86]A. Greenleaf, Y. Kurylev, M. Lassas, and G. Uhlmann, " Electromagnetic wormholes and virtual magnetic monopoles from metamaterials, " Physical Review Letters 99, 183901 (2007).
- [87]E. E. Narimanov and A. V. Kildishev, " Optical black hole: Broadband omnidirectional light absorber, " Applied Physics Letters 95, 041106 (2009).
- [88]V. Giniis, P. Tassin, B. Craps, and I. Veretennicoff, " Frequency converter implementing an optical analogue of the cosmological redshift, " Optics Express 18, 5350 (2010).

- [89]R. Bekenstein, R. Schley, M. Mutzafi, C. Rotschild, and M. Segev, " Optical simulations of gravitational effects in the Newton-Schrodinger system, " *Nature Physics* 11 (2015).
- [90]I. I. Smolyaninov and Y. J. Hung, " Modeling of time with metamaterials, " *Journal of the Optical Society of America B* 28, 1591 (2011).
- [91]I. I. Smolyaninov, Y.-J. Hung, and E. Hwang, " Experimental modeling of cosmological inflation with metamaterials, " *Physics Letters A* 376, 2575 (2012).
- [92]Z. Zhang, B. Liang, R. Q. Li, X. Y. Zou, L. L. Yin, and J. C. Cheng, " Broadband acoustic manipulation by mimicking an arbitrary potential well, " *Applied Physics Letters* 104, 687 (2014).
- [93]C. Sheng, B. Rivka, H. Liu, S. Zhu, and S. Mordechai, " Wavefront shaping through emulated curved space in waveguide settings, " *Nature Communications* 7, 10747 (2016).
- [94]C. Da and C. T. R., " Quantum mechanics of a constrained particle, " *Physical Review A* 23, 1982 (1981).
- [95]S. Batz and U. Peschel, " Linear and nonlinear optics in curved space, " *Physical Review A* 78, 43821 (2008).
- [96]R. Bekenstein, J. Nemirovsky, I. Kaminer, and M. Segev, " Shape-Preserving Accelerating Electromagnetic Wave Packets in Curved Space, " *Physical Review X* 4, 291 (2014).
- [97]V. H. Schultheiss, S. Batz, A. Szameit, F. Dreisow, S. Nolte, A. Tünnermann, S. Longhi, and U. Peschel, " Optics in curved space, " *Physical Review Letters* 105, 143901 (2010).
- [98]V. H. Schultheiss, S. Batz, and U. Peschel, " Hanbury Brown and Twiss measurements in curved space, " *Nature Photonics* 10, 106 (2015).
- [99]R. Bekenstein, Y. Kabessa, Y. Sharabi, O. Tal, N. Engheta, G. Eisenstein, A. J. Agranat, and M. Segev, " Control of light by curved space in nanophotonic structures, " *Nature Photonics* 11, 664 (2017).
- [100] A. Patsyk, M. A. Bandres, R. Bekenstein, and M. Segev, " Observation of Accelerating Wave Packets in Curved Space, " *Physical Review X* 8, 011001 (2018).

第二章 共形变换光学波导中的自聚焦和 Talbot 效应

2.1 引言

在引力透镜效应中[1], 由于大质量星体会改变其周围空间几何, 因此光子经过星体周围时轨迹会发生弯曲。与此相似, 非均匀介质中光子的轨迹也是弯曲的[2]。基于这种相似性, 人们提出了变换光学理论[3,4], 利用坐标变换的方法来实现对电磁波传播的任意调控[5-7]。从物理上讲, 变换光学的提出加深了我们对光学系统中模拟引力的理解, 紧接着, 一部分研究课题组[8-10]提出了基于光学系统研究模拟广义相对论的理论方案, 另外一部分研究组[11-14]在可见光实验上做出很多有关类比引力方面的出色工作。

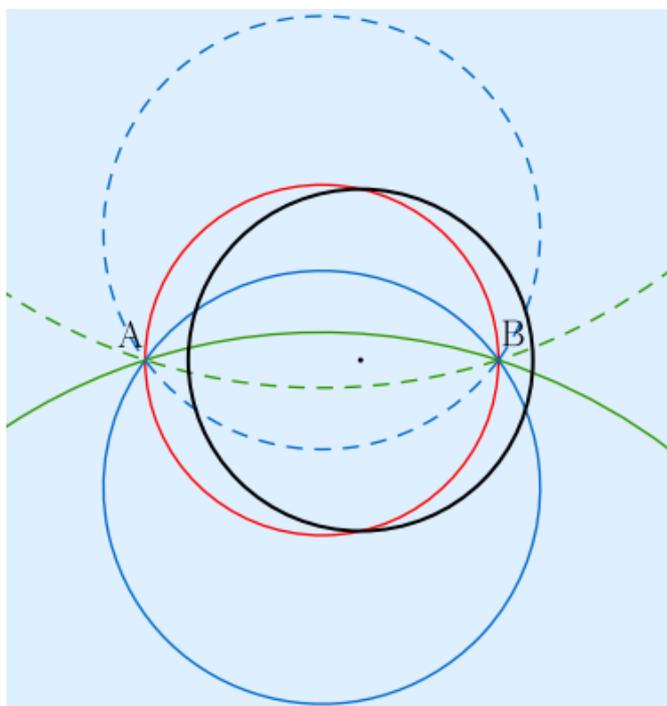
在过去十年中, 得益于材料加工技术的提高, 人们有能力运用变换光学方法来制备出很多精巧的光学器件[6], 这些变换光学器件可以有目的地控制电磁波的传播。此外, 利用变换光学原理也可以用来控制其他类型的波[15-18]。虽然变换光学理论非常优美简洁, 并且基于该原理, 人们从理论上设计出了很多性能奇特的器件, 但是人们要想在实验上完美地制备出这些器件, 仍旧是一件非常有挑战性的工作。比如在早期隐身斗篷[3,19]的工作中, 研究者利用各种不同的开口环谐振单元来调整材料的等效参数, 而这些等效参数通常是非均匀的各向异性张量, 这样的材料制备起来非常困难, 尤其在可见光波段。除此之外, 利用超构材料的思想, 用到的材料基元需要远小于工作波长, 以确保材料参数的等效性, 这样, 器件的大小就不能做得太大, 也不容易在几何光学下和传统的光学对接。因此, 设计出可以同时几何光学和波动光学下工作的器件, 具有重要的基础研究价值[20]。众所周知, 在几何光学近似下, 我们只需关心光束传播过程中的传播轨迹, 但是在波动光学下, 我们除了关心光束传播轨迹, 也还需十分注意光束的相位以及振幅变化。

作为变换光学的分支理论, 共形变换光学(Conformal Transformation Optics, CTO)[4,21]正逐渐受到人们的关注, 因为共形变换光学仅要求材料非均匀但各向同性, 实现起来比较容易。几何光学近似下, 光线在折射率非均匀介质中传播时

将沿着曲线传播。最近一些课题组将共形变换光学从几何光学近似条件下推广到了波动光学领域，并且设计了很多新器件，例如隐身斗篷[22-26]，回音壁腔[27]，宽带的等离激元器件[28,29]，卡西米尔效应[30]和分析电子能量损耗[31]等。因此基于共形变换光学原理，人们有可能设计制备出在几何光学和波动光学下同时工作的器件。

2.2 共形变换波导-Mikaelian 透镜的理论设计

根据共形变换光学理论[4,21]，如果材料折射率 $n_w(u+vi)$ 在二维空间 $w=u+vi$ 中具有非均匀分布，那么在该空间里面传播的光线轨迹将会是弯曲的。与此同时考虑另外一个空间 $z=x+yi$ ，该空间与 w 空间通过共形变换 $w=w(z)$ 联系在一起，因此我们可以在 $u-v$ 空间和 $x-y$ 空间之间构建点对点对应关系。如果 z 空间的折射率 n_z 分布满足公式 1.12，那么光线在 z 空间的传播等价于在光线在 w 空间的传播行为。因此通过公式 1.12，我们可以很清晰地建立两空间光传播的对应关系。接下来我们将基于该理论设计一款共形变换光学器件。



2.1 麦克斯韦鱼眼透镜中光线传播示意图[33]。

早在 1854 年，Maxwell 就研究了著名的鱼眼透镜[32]，它在 w 空间的折射

率分布满足：

$$n_w = \frac{2\alpha}{1+u^2+v^2} \quad (2.1)$$

其中 α 为半径 (u^2+v^2) 为 1 处的折射率，是一个常数。光线在具有这样折射率分布的介质中沿着圆弧传播，轨迹如图 2.1 所示[33]，从 A 点出发的光线，在鱼眼透镜里沿着圆弧曲线到达 B 点，然后沿着剩余圆弧返回 A 点，其轨迹形成一个完美封闭的圆形轨道。

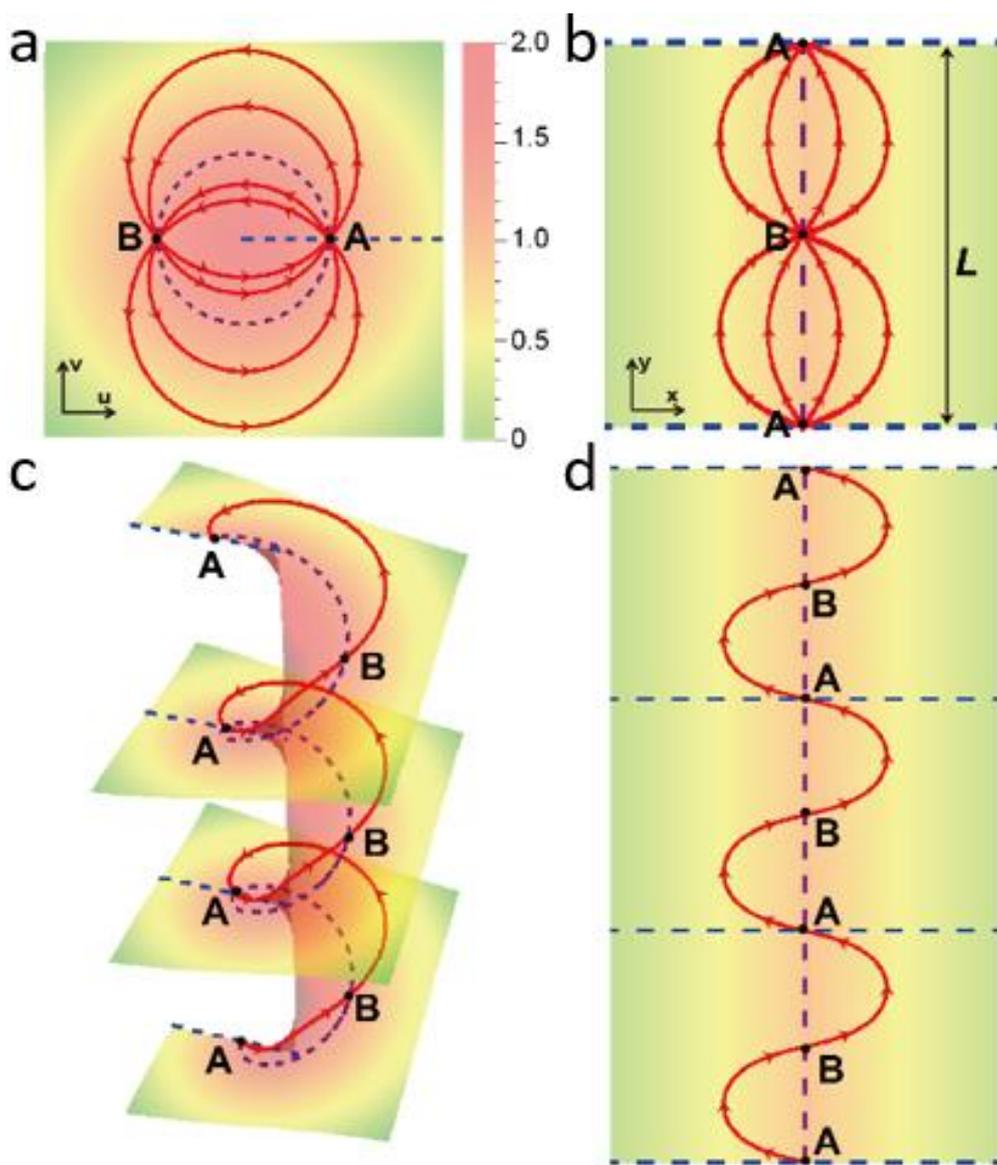


图 2.2 指数共形变换。a 光线在鱼眼透镜中的传播。光线在源点 A 和像点 B 之间轨迹形成封闭的圆。b 光线在单个周期长的 Mikaelian 透镜中传播。源点 A 处发出的光线在 B 处自聚焦，其中 $L=2\pi/\beta$ 是 Mikaelian 透镜单个周期长度。c 黎曼面上螺旋曲线。d 光线在 Mikaelian 透镜里沿正弦函数传播。

近年来, 以 Leonhardt 教授[34,35]为代表的研究者认为该透镜具有实现完美成像的功能。他们给出了鱼眼透镜里的波动解, 进一步提出如果在像点位置(如图 2.1 中的 B 点)放置一个电磁吸收体, 那么源点(如图 2.1 中的 A 点)处的物体在该透镜下将会在像点实现完美成像。尽管随后很多课题组对该问题展开了激烈的争论[36-40], 甚至质疑放置的吸收体将会破坏系统的对称性, 但是不可否认, 鱼眼透镜仍是一个值得深入研究的光学器件, 尤其是想要在微纳米尺度上精确制备出这种折射率分布的透镜, 并且希望它工作在可见光波段, 目前依旧是很有挑战性的课题。然而根据共形变换光学理论, 有研究者发现如果 w 空间和 z 空间之间满足指数函数变换[41], 即满足:

$$w = \exp(\beta z) \quad (2.2)$$

其中 β 为常数, 那么根据公式 1.12, 我们就很快得到 z 空间折射率分布满足:

$$n_z = \frac{n_0}{\cosh(\beta x)} \quad (2.3)$$

其中 $n_0 = \alpha\beta$ 。公式 2.3 所对应的透镜是 Mikaelian 透镜[42,43], 其折射率仅仅是一维变化的函数, 具有轴对称性。为了详细描述两个空间中的光线传播行为间的对应关系, 不妨令 $\alpha = \beta = 1$, 则鱼眼透镜和 Mikaelian 透镜折射率分布分别如图 2.2a 和图 2.2b 所示。我们可以很清楚的看到, 在 w 空间, 鱼眼透镜折射率具有中心对称分布, A 点和 B 点构成一对共轭点, 其轨迹构成封闭圆。我们仅考虑光线从 A 点出发, 在 B 点成像, 然后在沿剩余圆弧返回 A 点这样单个圆长度光程, 那么其在 z 空间中传播行为对应于图 2.2b, 图 2.2b 中的蓝色虚线由图 2.2a 中的分割线(蓝色虚线)变换而来, 我们看到在 $x-y$ 坐标系下, Mikaelian 透镜折射率分布仅沿 x 方向变化, 在 y 方向保持不变, 且两图中紫色虚线上所对应的折射率相等。与图 2.2a 所不同的现象是, 在图 2.2b 中, 从 A 点发出的光线在 $x = 0$ 直线上周期性自聚焦, 周期长度为 $L = 2\pi/\beta$, 在半周期处会聚于 B 点, 在整周期处会聚于 A 处, 相当于回到原来出发时状态。如果光线继续向前传播, 相当于在 y 方向上不断延伸, 这样就构成了无限长的 Mikaelian 透镜, 如果我们仅考虑单根光线传播行为, 发现其轨迹类似于正弦函数震荡, 如图 2.2d 所示。如果回到 w 空间, 该正弦函数轨迹等价于光线沿着封闭圆不停传播, 为了更清晰描述这一现象, 我们可以通过黎曼面来更加形象地阐述这一过程。如图 2.2c 所示, 在 w 空

间,为了说明问题我们仅展示三个黎曼面,并且每个黎曼面折射率按照鱼眼透镜折射率分布,光线首先从最下面黎曼面的 A 点出发,然后在黎曼面的 B 点聚焦,再者回到出发点 A,这时候光线将碰到连接最下面黎曼面和中间黎曼面的支割线(图 2.2c 中蓝色虚线),并随之进入到中间黎曼面,重复上述过程,并通过连接不同黎曼面的支割线在 w 空间传播,最终光线在黎曼面里的传播轨迹呈现出螺旋线轨迹,而该轨迹和 z 空间的正弦函数轨迹是一一对应的,根据共形变换光学原理,通常将 w 空间称为虚拟空间,将 z 空间称为物理空间[4]。

至此我们运用指数共形变换将虚拟空间和物理空间联系在一起,虚拟空间里分布的鱼眼透镜折射率对应于物理空间中的 Mikaelian 透镜折射率分布,通过几何光学近似下光线传播的研究,我们找到了两个空间中传播行为的对应关系,至此我们从理论上构建出了物理空间的 Mikaelian 透镜,接下来我们将结合实验室工艺,在超净实验室制备微纳尺度下的 Mikaelian 透镜,并研究其特性。

2.3 共形变换波导样品制备及结构表征

在共形变换光学理论中, Leonhardt 教授提出可以使用折射率各向同性且非均匀介质来构建共形变换光学器件[4]。根据近年来我们实验室积累起来的介质波导制备工艺[11,12],我们可以很快制备出各向同性非均匀波导,同时用荧光成像测量方法来观测光束在波导里演化行为。

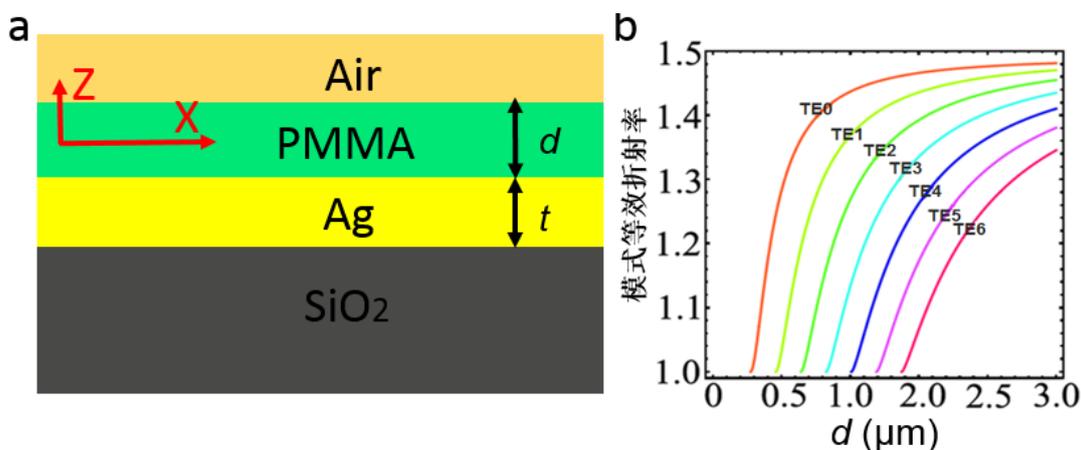


图 2.3 PMMA 介质平板波导。a 介质平板波导截面示意图。该波导由多层介质构成,光束被束缚在 PMMA 层里传播。b 平板波导横电场(TE)色散关系。由于仅考虑 TE 模式,研究发现该模式折射率随波导厚度 d 变化而变化,并且在截止厚度附近变化最剧烈。

通常我们制备的介质波导由空气环境/PMMA/Ag/二氧化硅基底等多层膜组成，如图 2.3 所示，聚甲基丙烯酸甲酯（PMMA）为导波层，令其折射率为 n_1 ，厚度为 d 。导波层上面为无限厚的空气层，折射率为 n_2 。导波层下面为金属银薄膜层，其折射率为 n_3 ，厚度为 t 。整个样品是在基底石英单晶片子上面制备的。由于在可见光波段， n_1 约为 1.49，远大于空气和金属银膜折射率，因此光场在 PMMA 里是震荡场，在空气和银膜层里是衰减场。分析可知该波导支持横电场模式（TE）和横磁场模式（TM）传播，在实验中我们可以通过激发方式选择何种场模式。在这个实验中，我们仅仅激发了横电场模式，所以我们在接下来的分析中，以 TE 波为主，进行分析研究。

对于这样每层都是均匀的平板波导，可得模场的赫姆霍兹方程可以写为：

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + (n^2 k_0^2 - \beta^2) E_y = 0 \quad (2.4)$$

其中 $\beta = n_{eff} k_0$ 为光场在 x 方向等效的传播常数， n_{eff} 为波导模式等效折射率， $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为真空中的波矢。考虑到通常实验中银薄膜层的厚度比较大，可以作为半无限厚处理，因此光场模式在 PMMA 层里所满足的色散方程[44]为：

$$k_1 d = \arctan\left(\frac{k_1}{k_2}\right) + \arctan\left(\frac{k_3}{k_1}\right) + m\pi \quad (2.5)$$

其中， $k_1 = (2\pi/\lambda)\sqrt{n_1^2 - n_{eff}^2}$ ， $k_2 = (2\pi/\lambda)\sqrt{n_{eff}^2 - n_2^2}$ ， $k_3 = (2\pi/\lambda)\sqrt{n_{eff}^2 - n_3^2}$ ， $m = 0, 1, 2, \dots$ ，不同的 m 代表不同的模式。激发波长 460nm 处 PMMA，空气，银膜折射率分别为 1.49, 1, 0.13576，将这些参数带入公式（2.5），就可以获得不同模式（不同 m ）的等效折射率随波导层厚度的变化关系。

图 2.3b 表示 TE 模式下，波导等效折射率随导波层厚度 d 变化的关系图。我们可以清晰地看到，每个模式都对应特定的截止厚度，只有当波导厚度高于此截止厚度时，该模式才允许存在，在截止厚度附近等效折射率变化比较明显，并且该模式的等效折射率随着厚度改变连续变化。因此我们可以通过控制导波层厚度来调控某一模式的等效折射率，有望实现 Mikaelian 透镜所需折射率的分布，进而可以研究光束在该透镜中演化的现象，在实验中我们将波长 $\lambda = 460nm$ 的激光耦合到波导中，并通过改变耦合光栅使得只有 TE_0 模式存在，这样波导系统模式就比较简单，便于后续进一步分析。

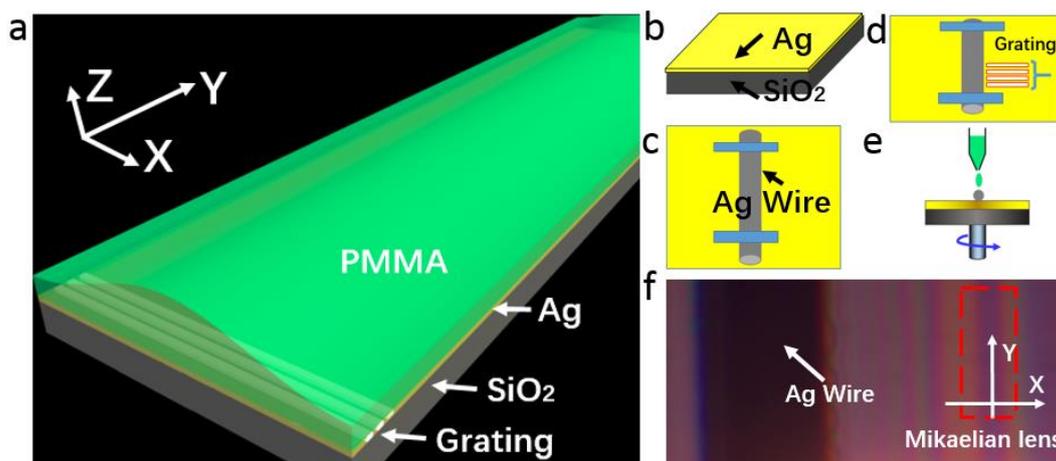


图 2.4 共形变换波导加工流程图。a 共形变换波导示意图。该 Mikaelian 透镜波导从下向上依次由石英衬底、金属银膜、光栅以及聚合物薄膜构成，薄膜厚度关于 y 轴成对称分布。b,c,d,e 波导具体加工流程图。在加工过程中我们分别用到了金属镀膜技术、聚焦离子束技术、以及旋涂镀膜技术。f 样品白光照射下的显微图。我们可以看到已经粘好的金属线，红色方框内为 Mikaelian 透镜波导区域，从干涉条纹可以定性推断出该区域膜厚关于 y 轴成对称分布，波导厚度在 y 方向保持不变。

在实验中，我们利用旋涂工艺制备出了 Mikaelian 透镜波导，波导示意图如图 2.4a 所示，由该三维示意图可知，波导由空气/PMMA/Ag/二氧化硅等多层膜组成，波导厚度沿着 x 方向变化，从原点向两边逐渐递减，并且关于 y 轴对称，其制作流程如下：

第一步：如图 2.4b 所示，取一块洁净的石英单晶衬底，并用溅射的办法在其表面镀上 50 nm 厚的银膜层，银膜层的作用一方面是作为边界束缚光场，另一方面是为了后续在其表面设计耦合光栅。

第二步：如图 2.4c 所示，在刚刚制备好银膜层上面固定一个直径 100 μm 的银线，需要保证银线粘得足够长并且尽量保持一条直线。银线起阻挡层作用，在后续的旋涂过程中，PMMA 胶受阻力将会在距离银线一定距离处聚集成膜，并有可能形成厚度渐变且轴对称分布的波导层。

第三步：如图 2.4d 所示，在刚刚粘好的银线周围，用聚焦离子束（FIB）刻蚀耦合光栅以及我们所需的其他结构图案。

第四步：如图 2.4e 所示，在上述制备好的样品上旋涂一层 PMMA。该过程中我们可以控制滴加 PMMA 溶液浓度，旋涂的转速以及时间，来控制 PMMA 膜厚度，不断优化这些参数，直至获得所需的厚度分布。同时该溶液中已经掺杂了

一定浓度的稀土离子 Eu^{3+} ，稀土离子的作用是为了表征光场在波导里传播。

第五步：将上述制备好的样品放入烤箱中，并保持 70°C ，加热 2 小时来去除残余的溶剂。

通过多次调节 PMMA 溶液浓度、蒸发率和旋涂速率，再结合表面张力作用，我们最终在金属线附近制备了非均匀分布的 PMMA 波导，该波导厚度满足 Mikaelian 透镜折射率所对应的厚度分布，其结构如图 2.4a 所示。图 2.4f 展示了实际制作的波导，通过该图，我们可以大致清晰的看到之前制备样品时粘贴的金属直圆柱，位于图 2.4f 的左侧，在图 2.4f 的右侧，红色虚线框表示 Mikaelian 透镜波导区域。通过分析白光照射下的彩色干涉条纹，我们可以定性的知道，该区域的波导厚度在 x 方向呈对称分布，在 y 方向保持不变，而这样的样品结构，恰好与我们示意图 2.4a 所示的结构膜厚很相似，我们可以定性的说在实验室制备了对称分布的波导膜厚分布。接下来我们将结合其他工具对波导进行更加详细

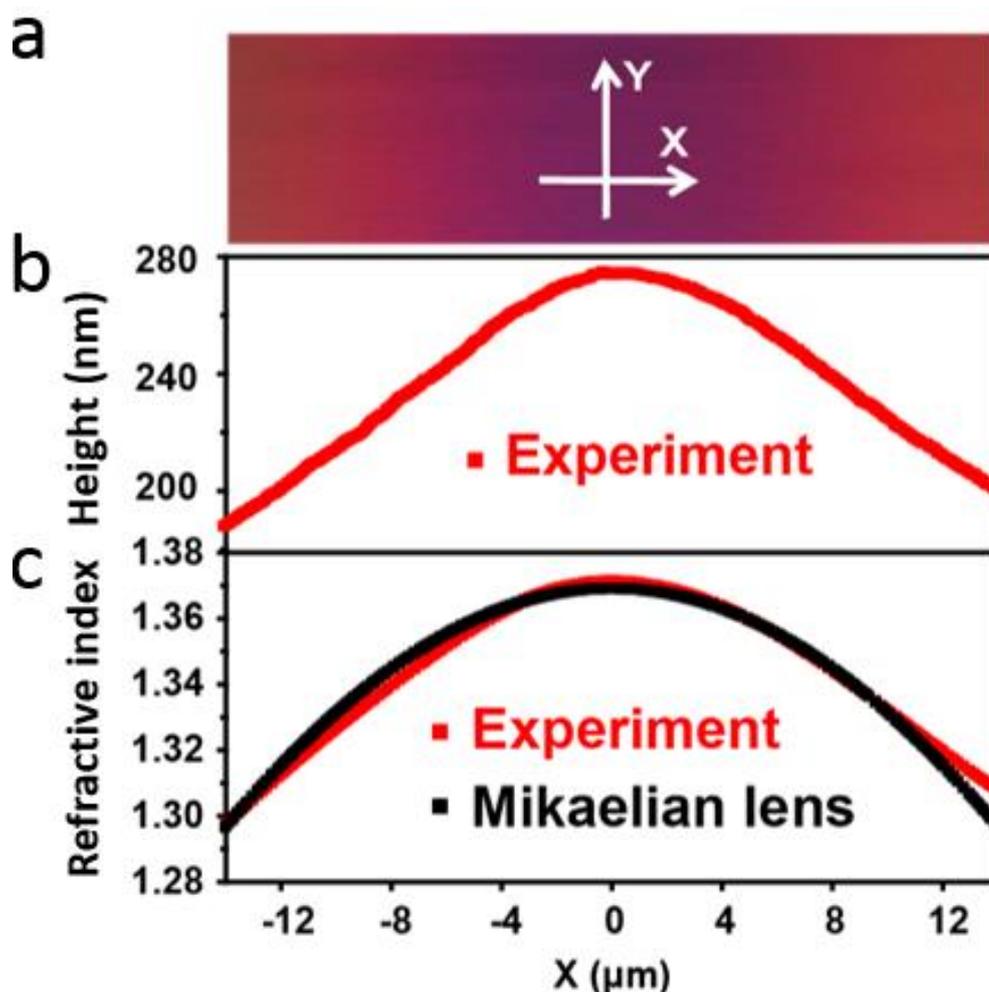


图 2.5 Mikaelian 透镜样品表征。a 样品在白光照射下干涉条纹。b 样品厚度分布。c 样品折射率分布。红线表示通过厚度计算得到折射率，黑线表示 Mikaelian 透镜折射率分布。

的表征。

在光学显微镜下，将一束白光从样品基底照射，观察到了如图 2.4f 所示，我们将红色虚线框里的干涉图样截取出来，展示在图 2.5a 中，从干涉图案我们可知波导厚度在 x 方向是逐渐变化的，在 y 方向保持厚度不变，并且关于 y 轴呈现对称变化。为了定量地测量波导厚度分布，我们用台阶仪测量了波导沿 x 方向的厚度分布，测量结果如图 2.5b 所示。我们可以很清楚地看到波导厚度沿着 x 方向先增大，再减小，并关于 $x = 0$ 点对称分布。通过设计耦合光栅，我们激发了波导的 TE_0 模式，接下来我们将这些数据代入公式 2.5，获得波导折射率分布，如图 2.5c 中红色曲线所示。并用 Mikaelian 透镜折射率公式[42]（公式 2.3）对该折射率进行拟合，拟合结果如图 2.5c 中黑色曲线所示，最终我们获得该透镜参数，如表 2-1 所示。

表 2-1 Mikaelian 透镜折射率拟合参数。

Data type	n_0	$\beta[\mu\text{m}^{-1}]$
拟合结果	1.36918	0.02374

至此，我们借助于渐变折射率光学波导体系，制备出了共形变换光学波导-Mikaelian 透镜，并用不同方法表征了波导参数，接下来我们将在实验室测试该透镜，并分析其演化特性。

2.4 共形变换波导中的自聚焦效应

图 2.6a 和 d 展示了样品测试示意图，我们用周期 310nm 光栅将 460nm 激光耦合到 PMMA 波导中，激光在波导里传播，会激发路径上的稀土离子，稀土离子会重新发射 610 nm 的红光，因此在实验中我们透过滤色片可以看到示意图所示的实验结果。为了观测到光束在波导中的自聚焦现象，我们将入射激光光斑尺寸增大，在实验中看到如图 2.6b 所示的实验结果，宽光束激光耦合入波导后，沿着 y 方向周期性聚焦传播，而这一现象很准确地证明了之前的理论计算，如图 2.2b 所示，同时为了进一步验证我们的发现，我们用时域有限差分法软件 (FDTD solutions) 进行了数值模拟计算，其结果如图 2.6c 所示，该结果和图 2.6b 所得实

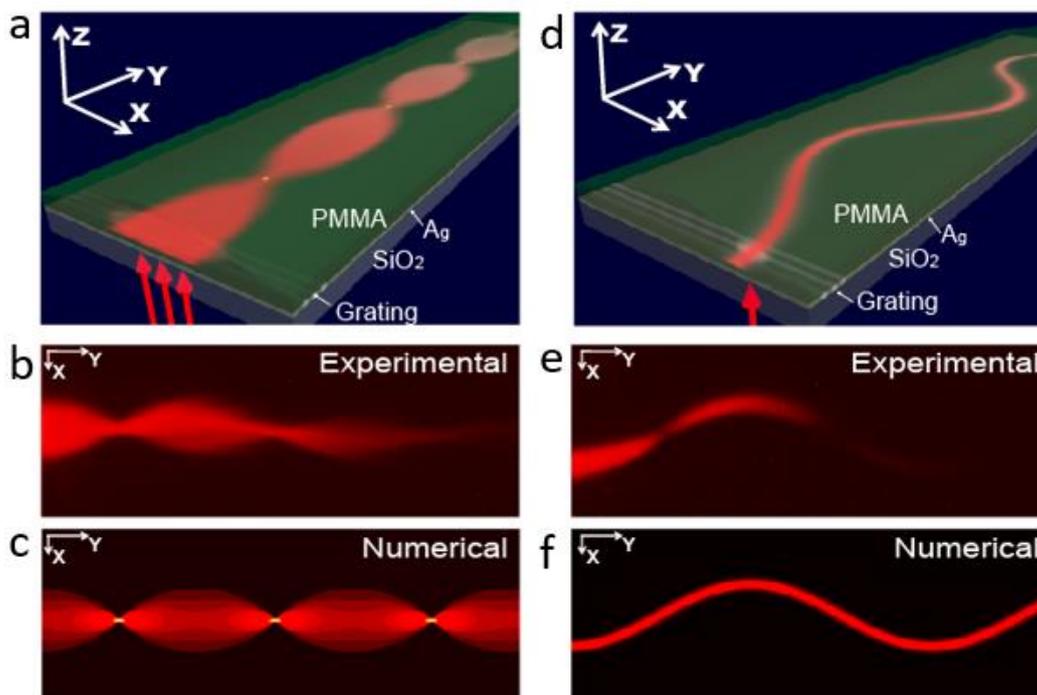


图 2.6 共形变换波导示意图和光学测试结果。a 共形变换波导自聚焦示意图。b 共形变换波导自聚焦实验结果。c 共形变换波导自聚焦数值模拟结果。d 共形变换波导中光线类正弦传播轨迹示意图。e 共形变换波导中光线类正弦传播实验结果。f 共形变换波导中光线类正弦传播数值模拟结果。模拟中使用到的参数均来源于对应地实验。

实验结果吻合的很好。紧接着，我们将入射激光尺寸缩到最小，观察到了如图 2.6e 所示实验结果，此时光束类似一条很细的线，在该波导里沿着类正弦函数轨迹传播，这一现象符合之前的理论结果（图 2.2d），同样的为了验证发现，我们进行了数值模拟，并得到了高度吻合的模拟结果，如图 2.6f 所示。至此我们用实验结果（图 2.6b, 2.6e）验证了之前的理论设计（图 2.2c 和图 2.2d），由于实验中使用了稀土量子点，引入一定的损耗，使得传播距离不是想理论计算那样远，但是这些结果已经从实验上证明了几何光学近似下光线的自聚焦和类正弦函数传播行为。与此同时我们也用数值模拟软件验证了这些实验发现，两者结果吻合的很好。同时，该器件宽度（ x 方向）约为 $35 \mu\text{m}$ ，大概是波长的 65 倍，这意味着该器件远大于波长。因此我们通过 Mikaelian 透镜的自聚焦现象证明了该器件具有几何光学近似下的特性。

2.5 共形变换波导中的非破坏 Talbot 效应

在上述实验中，我们验证了共形变换光学波导几何光学下的特性，得到了

Mikaelian 透镜里的自聚焦效果。最近，我们也注意到共形变换光学已经拓展到了波动光学领域[21-31]。我们就想能否在该器件中实现共形变换光学的一些波动现象呢？答案是肯定的，我们从理论和实验上获得了共形 Talbot 现象，可以将物体信息在传播方向上不断复现，将信息传递到远方，而这是经典 Talbot 现象所不具有的功能。

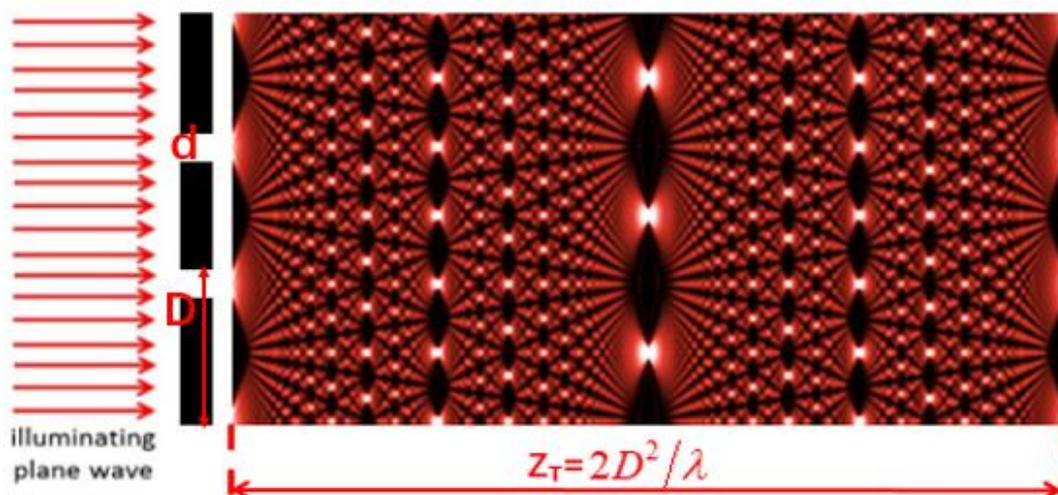


图 2.7 Talbot 现象[56]。

Talbot 现象是重要的光学波动现象，指的是当周期性物体被相干光照射后，在物体后方一定区域该物体的图像会周期性地出现，因此该现象又称为自成像或者无透镜成像。图 2.7 展示了 Talbot 现象，当相干光（红色箭头）照射到周期性物体（黑白相间光栅结构）上，然后向物体右方均匀空间中传播，发现物体信息（周期 D 和狭缝宽度 d ）在沿着传播方向等间隔的位置处复现，该等间隔的长度就是 Talbot 长度（ $2D^2/\lambda$ ），在整数倍的 Talbot 长度处，光场强度呈现出与物体周期结构相同的图像，而在横向方向上，物体后方干涉图样呈现出均匀的分布。

Talbot 现象于 1836 被 Henry Fox Talbot 首次发现[45]，于 1881 年被 Lord Rayleigh 首次从理论上解释[46]，之后很长一段时间没有引起人们的重视，直到 20 世纪上半期，一些研究者[47-55]在实验室重新发现了该现象，才引起人们足够的重视。虽然说 Talbot 效应是很久以前就被发现并且被广泛研究了，但是近年来，随着新领域的兴起，Talbot 效应又焕发了新的生命力[56,57]，例如图 2.8a 展示了表面等离子激元 Talbot 效应[58]，由于表面等离子激元具有更短的传播波长，因此该实验实现了亚波长尺寸的光斑；图 2.8b 展示了超构材料中的 Talbot 效应[59]，当物体（黑色方块）周期具有亚波长尺寸时，如果后方是普通材料，那么

物体在相干光照射下是无法在物体后方成像的,但是作者提出如果将物体后方普通材料替换成具有双曲色散的超构材料,那么物体后方就可以实现 Talbot 现象,复现物体信息;图 2.8c 展示了艾里光束 Talbot 效应[60],利用艾里光束的主瓣和旁瓣传播轨迹弯曲特性,在实验上首次实现了在弯曲轨道上的自成像现象。图 2.8d 展示非傍轴下 Talbot 效应[61],与上述 Talbot 效应不同,作者从理论上提出了非傍轴条件下,大角度弯曲下的 Talbot 效应。

近些年来,随着人们对 Talbot 效应的研究深入,一方面取得了很多重要的共识及成果[62-66],另一方面人们也认识一些问题,即现在研究更多的是物体附近一定区域内形成的 Talbot 效应,因此人们就期望将这种效应推向远方,期望在远场区域复现物体信息[67]。如图 2.9a 所示,理想的入射源具有无限大尺寸,发现物体信息(周期 D 和狭缝宽度 d) 沿着传播方向 (y 方向) 传播,并在等 Talbot

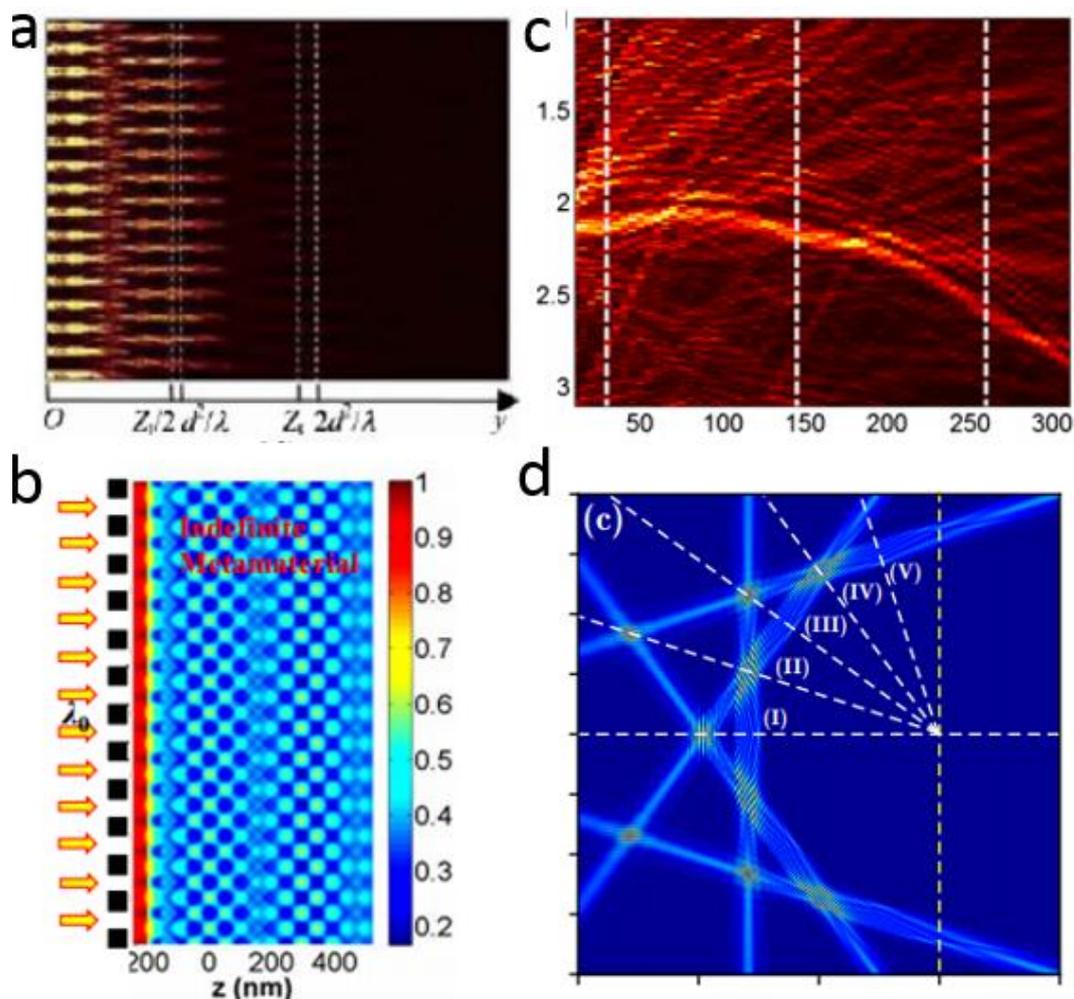


图 2.8 Talbot 效应新应用。a 表面等离激元 Talbot 效应[58]。b 超构材料中的 Talbot 效应[58]。左侧箭头表示入射光束。c 艾里光束 Talbot 效应[60]。入射光源为周期的艾里光束。d 非傍轴 Talbot 效应[61]。

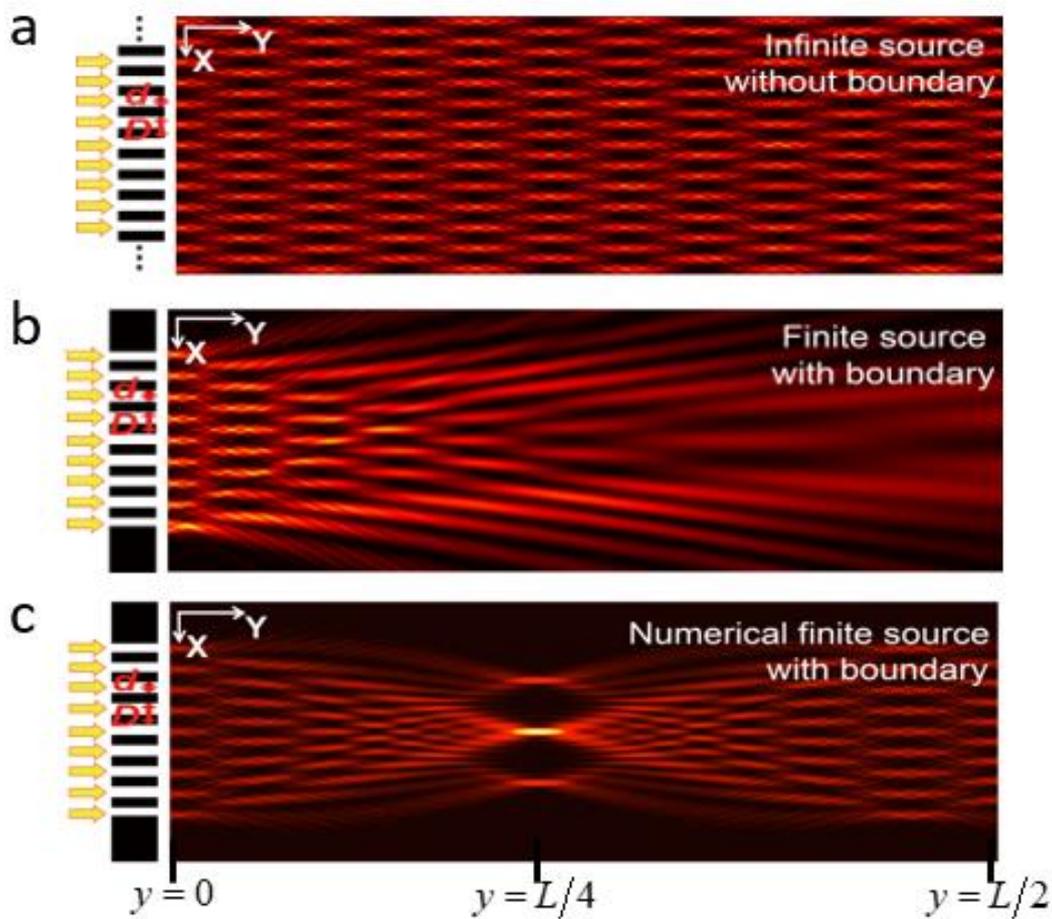


图 2.9 Talbot 效应。a 理想的 Talbot 效应，物体整体尺寸无限大，物体右方空间为自由空间。b 经典 Talbot 效应，物体整体尺寸有限大，物体右方空间为自由空间。c 共形 Talbot 效应理论计算结果，物体整体尺寸有限大，物体右方空间为 Mikaelian 透镜折射率分布空间。黄色箭头表示相干光源，黑白相间光栅结构代表周期性物体。

长度的位置处复现，该处呈现出与物体周期结构相同的干涉图像。同样在横向方向上，干涉图样周期性的均匀分布。但是实际的光源或者物体总是有一定尺寸的，即入射源是有限的，如图 2.9b 所示，对有限的入射源，Talbot 效应只能在物体后方一定区域内产生。这是因为随着传播距离增加，边界衍射效应变得突出，就无法再现物体图像了。但是我们课题组[68]研究发现，如果将该有限入射源入射到 Mikaelian 透镜波导传播，那么物体的图像可以传递到远方，并不断在传播方向上成像，由于 Mikaelian 透镜具有无像差特点[69-71]，因此从理论上保证了我们可以在成像处完美复现物体信息，理论计算结果如图 2.9c 所示，随着传播距离增加，我们观测到了共形 Talbot 现象，我们看到物体信息在横向和纵向方向上表现出压缩现象。当传播了 $y = L/4$ 的距离之后，该光源信息被压缩聚焦到了某些特殊的点，之后压缩的信息被重新释放出来，当传播距离为 $y = L/2$ 时，入射源

信息被完美复现了，并且该现象随着传播距离增加一直循环出现，至此我们看到有限长周期光源信息传递到了远场。由此可见，我们成功地利用 Mikaelian 透镜折射率分布的共形变换光学波导来消除边界衍射效应，即无论入射源多么小，我们都可以将源的信息完美地在 $L/2$ 的整数倍出完美地复现出来。如图 2.10 所示，随着入射源尺寸从 11 个周期长度变为 5 个周期长度，变得越来越小，对于均匀波导里的 Talbot 效应，一方面其产生区域越来越靠近入射源点，另一方面其边界的衍射效应越来越明显，使得无法在远处复现入射源的信息，如图 2.10a 所示。

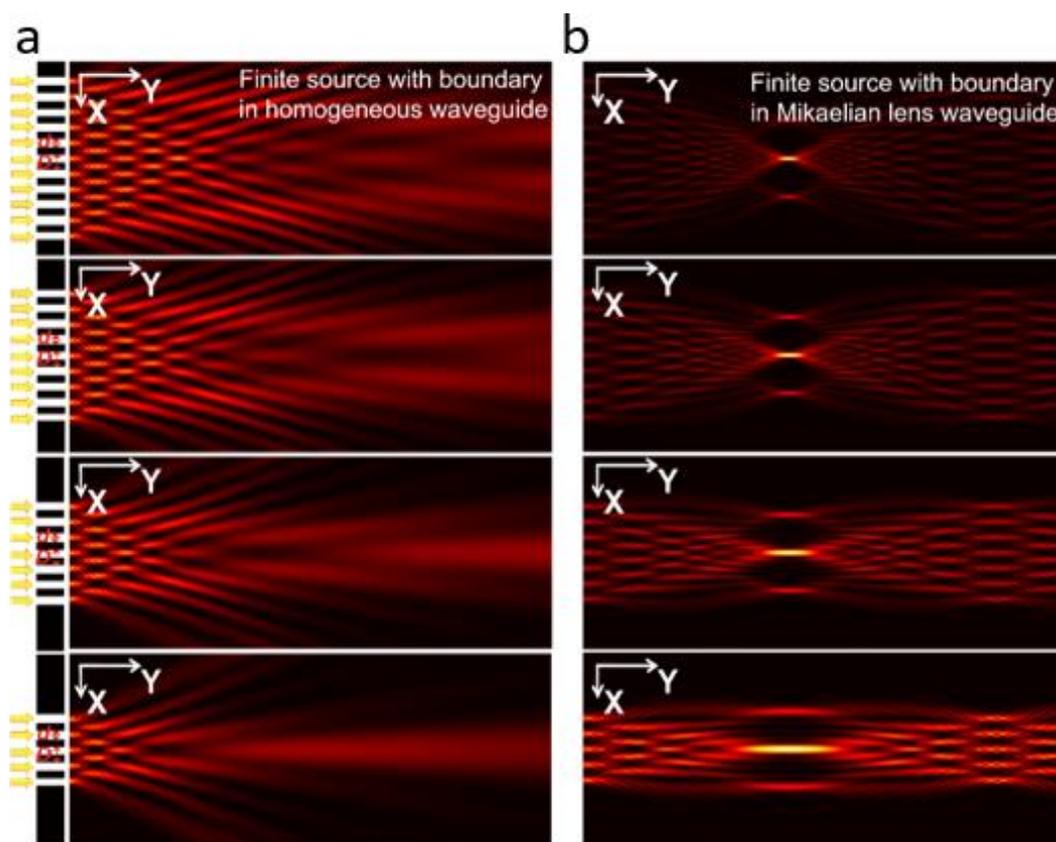


图 2.10 边界衍射效应对 Talbot 效应影响。a 均匀波导里传播的 Talbot 效应。b Mikaelian 透镜波导里传播的 Talbot 效应。从上到下，入射源尺寸分别为 11D, 9D, 7D, 5D，其中 D 和 d 分别为 $4\mu\text{m}$ 和 $2\mu\text{m}$ 。

但是对于 Mikaelian 透镜波导里的 Talbot 效应，无论入射源尺寸多小，都能克服边界的衍射效应，将入射源的信息很好地向远处复现传播，如图 2.10b 所示。

为了证明上面理论的设计，我们通过聚焦离子束重新设计了耦合光栅参数，在 Mikaelian 透镜共形变换光学波导里演示了共形 Talbot 效应，实验结果如图 2.11a 所示，我们通过用聚焦离子束设计了一段有限尺寸（9 个周期长度）的周期性入射源，并将其耦合到 Mikaelian 透镜波导里，我们观察到了入射光场随着传

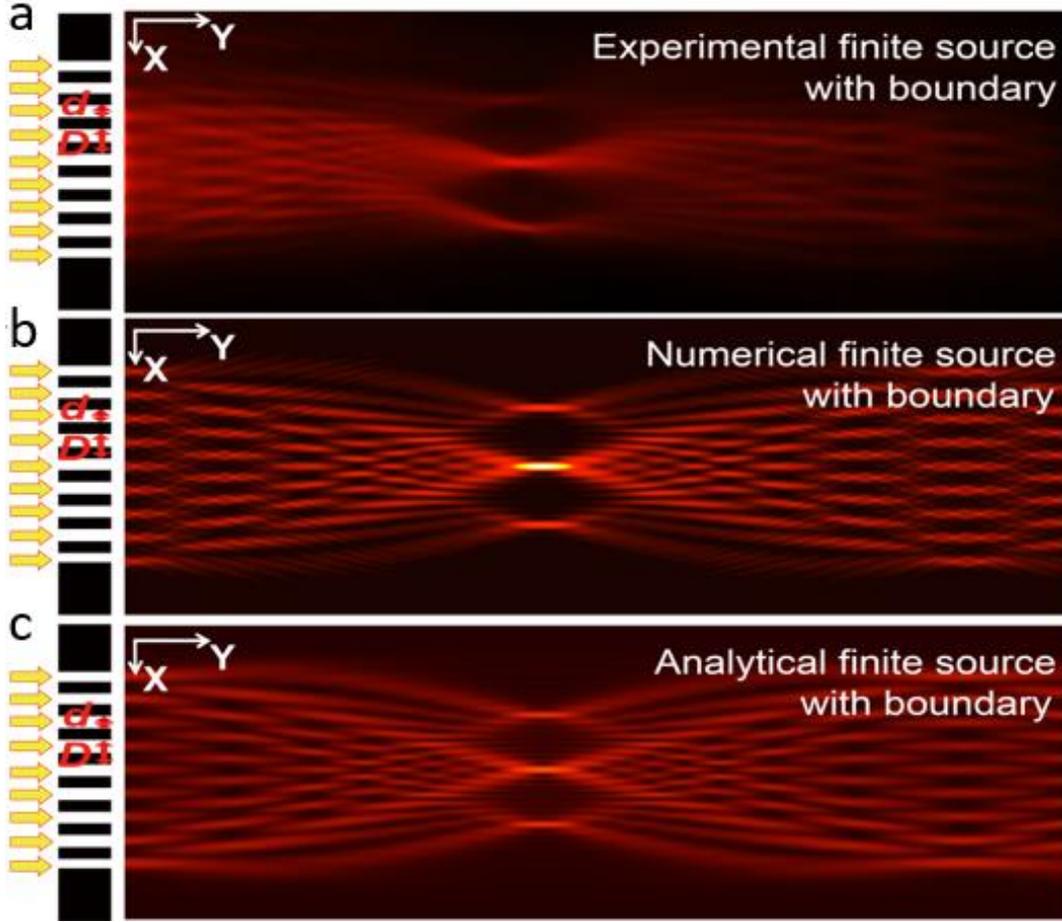


图 2.11 共形 Talbot 效应。a 实验上观测的 Talbot 效应，左侧示意图表示入射光源信息。b 为 FDTD 模拟结果。模拟中所用参数完全从 a 图中提取。c 解析计算结果。计算中所用到的参数完全从 a 图中提取。

播距离增加先是在横向和纵向上不断压缩，并在 $L/4$ 处压缩聚焦，然后这些压缩的信息随着传播距离逐渐释放出来，在 $L/2$ 处复现了入射光源信息。为了验证实验上的结果，我们将实验中波导参数提取出来，然后用商用仿真软件 FDTD solutions 进行模拟仿真，其结果如图 2.11b 所示，对比分析后，我们发现模拟结果和实验结果完全吻合。与此同时为了充分解释实验发现，我们进行了理论解析计算，在解析计算中我们将 Mikaelian 透镜折射率分布带入二维的 TE 波模式下的赫姆霍兹方程[72,73]:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{k_0^2 n_0^2}{\cosh^2(\beta x)} \right] E_z(x, y) = 0 \quad (2.6)$$

因此我们可得该方程的本征模式解:

$$E_z^m(x, y) = \exp(i\beta\gamma y)(1-\eta^2)^{\gamma/2} P_m^{(\gamma, \gamma)}(\eta) \quad (2.7)$$

其中 $\gamma = \left\{ \left[1 + 4(k_0 n_0 / \beta)^2 \right]^{1/2} - (2m+1) \right\} / 2$, γ 是该本征模的传播常数, $\eta = \tanh(\beta x)$, m 为非负整数, $P_m^{(\gamma, \gamma)}$ 雅克比多项式。因此我们很容易得到该方程一般形式下的解:

$$E_z(x, y) = \exp(i\beta\gamma_0 y) \sum_{m=0}^{\infty} C_m \exp(-i\beta m y) \psi_m(x) \quad (2.8)$$

其中 $\gamma_0 = \gamma + m$, $\psi_m(x) = (1 - \eta^2)^{\gamma/2} P_m^{(\gamma, \gamma)}(\eta)$ 。 C_m 为 m 阶模式系数, 并可表示为:

$$C_m = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_m^*(x) E_z(x, 0) dx \quad (2.9)$$

其中 $E_z(x, 0)$ 为入射源在 $y = 0$ 位置处的场分布。由于入射光源关于 $x=0$ 点成对称性分布, 根据积分性质, 我们很容易地知道奇数阶模式系数为零, 而偶数阶模式系数为非零, 其值如表 2-2 所示。最终得到如图 2.11c 所示的解析计算结果, 该结果与实验结果以及仿真结果都符合得很好。再一次验证了我们的实验发现, 证明了所设计的共形变换光学波导-Mikaelian 透镜波导可以将物体的图像无破坏传递到远方, 如果该波导里没有损耗, 那么理论上可以将入射源信息传递到无限远的地方。

表 2-2 偶数阶模式系数拟合。

模式 C_m	C_0	C_2	C_4	C_6	C_8	C_{10}	C_{12}	C_{14}	C_{16}	C_{18}	C_{20}	C_{22}	C_{24}	C_{26}	C_{28}	C_{30}
耦合系数	0.	0.	0.	0.	-	0.	0.	-	0.	0.	0.	-	-	0.	0.	0.
	77	55	39	72	0.	97	40	0.	35	79	47	0.	0.	37	65	59
	48	95	73	39	19	30	22	15	52	32	53	02	03	86	1	06
					09			73				11	96			

至此在上述的实验中, 我们观测到 Mikaelian 透镜共形变换波导里几何光学下光线的自聚焦现象和波动光学下的光场干涉效应-Talbot 现象, 并结合仿真模拟以及解析计算验证了实验上的发现。这些实验结果再次证明了共形变换光学器

件在光子控制方面展现出了巨大能力。接下来，我们将进一步拓展该共形变换光学器件的研究，以期望它能够在光子集成芯片等领域有比较好的应用前景。

2.6 共形变换波导中的编码传输研究

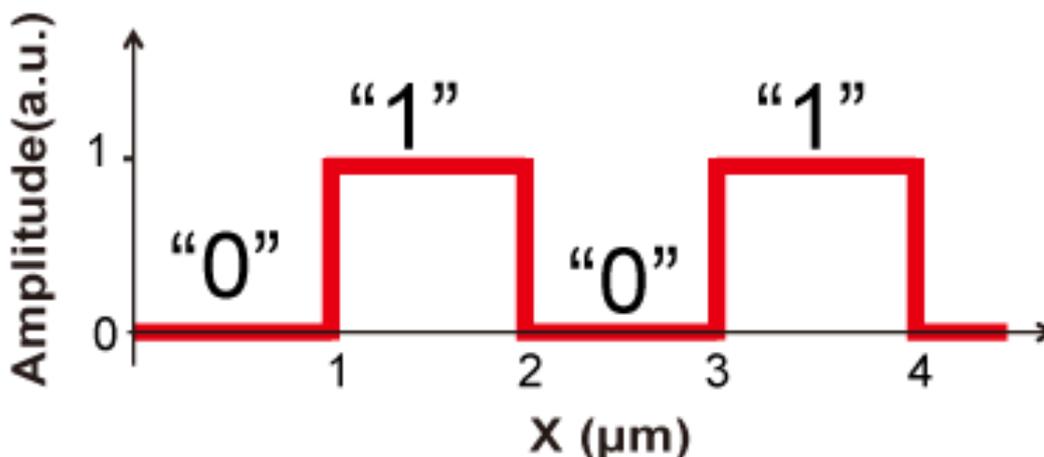


图 2.12 数字编码的基本单元示意图。“0”状态代表幅度为 0 且宽 1 的场信息，“1”状态表示幅度为 1 且宽为 1 的场分布。

众所周知，在计算机科学里所有信息最终都表示为一个二进制的字符串，而每一个二进制位 (bit) 有 0 和 1 两种状态。受此二进制思想的启发，我们提出了数字编码的初步设想。我们期望用共形 Talbot 现象来传递编码的光场信息。理论

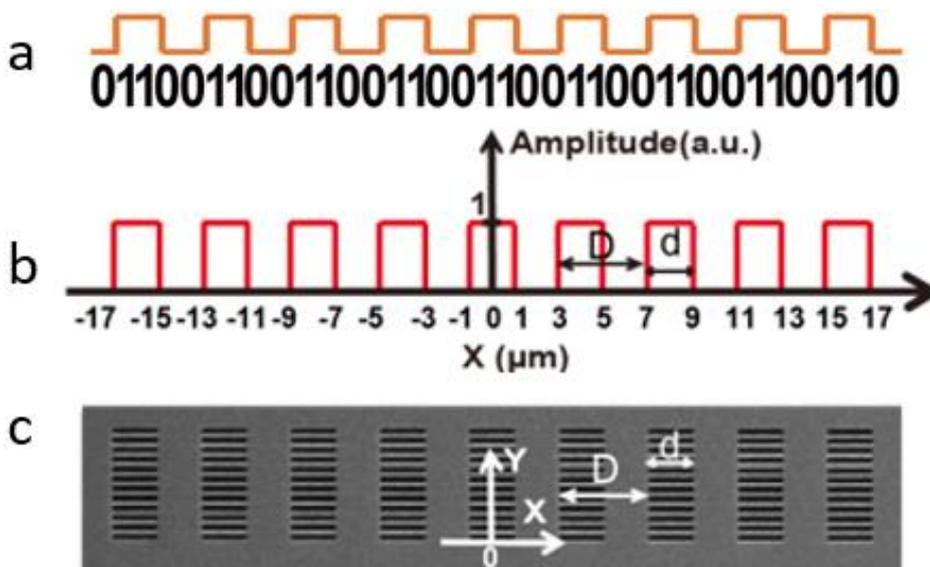


图 2.13 数字编码的举例。a 表示信息流：01100110011001100110011001100110。橘黄色高低电平表示下方二进制数字信号。b 与 a 中信息流相对应编码的场分布。c 与 b 中场分布所对应的物理结构。光源周期为 D ， d 表示场强为“1”状态的宽度。这些结构通过聚焦离子束技术设计，该有限光源的尺寸为 $9D$ 。

上,通过调控光源参数 D 和 d ,我们设计与计算机中 0 和 1 分别对应的两种最基本状态“0”和“1”,如图 2.12 所示,两个状态的宽度都为 $1\mu\text{m}$,所不同的是场振幅大小。基于上述每一位 (bit) 的类比设计,我们以 4 位 (4 bits) 为一个字节 (byte),如图 2.13 所示编码举例,根据上述定义,我们可以很快地将图 2.13a 中信息流转化为图 2.13b 所示场分布,接下来,我们在实验上用聚焦离子束刻蚀出与图 2.13b 中相应的耦合光栅,如图 2.13c 所示,从而就制备出了与图 2.13a 相对应的编码场,紧接着我们从理论上研究了不同编码信息在 Mikaelian 透镜波导中的传输情况,并在距焦平面上得到了有趣的编码结果。图 2.14a-c 展示了 3 种编码信息源 (Input 1, Input 2, Input 3,) 在 Mikaelian 透镜波导中的传播场强分布,信息源经该波导传输,可以很好的在远处复现。图 2.14 d-f 展示了对应的编码信

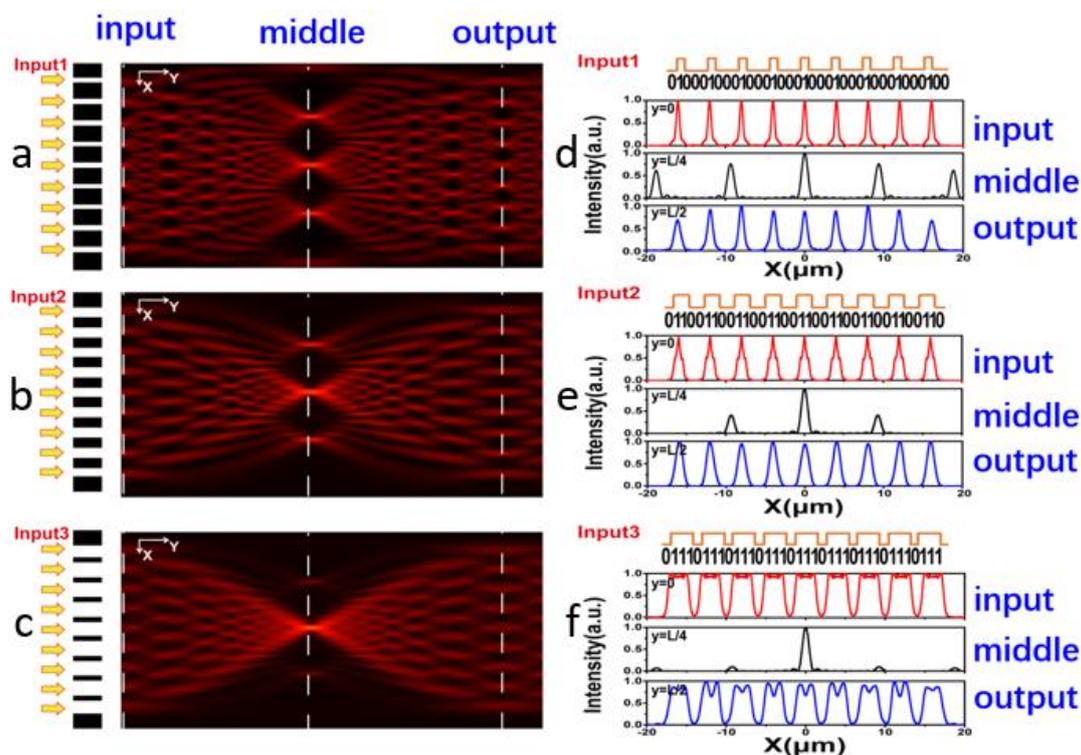


图 2.14 共形 Talbot 效应的数字编码功能演示。a, b, c 编码信息源分别为 01000100010001000100010001000100, 01100110011001100110011001100110 和 01110111011101110111011101110111。左侧黄颜色箭头和黑颜色黑白相间光栅结构代表三种信息源,信息大小为 9 个字节,右侧空间为 Mikaelian 透镜空间。每幅图上白色虚线表示输入端位置,聚焦平面处位置和输出端位置,分别对应着 $y=0, y=L/4, y=L/2$ 。d, e, f 分别展示上述三种编码状态下不同位置处的场分布。红色为入射信号,黑色为聚焦平面上的信号,蓝色为输出平面上的信号。而橘黄色高低电平表示与入射信号相对应的二进制信息流,

息源和编码结果，例如当编码信息源 Input1（在图 2.14d 的上面，橘色和红色线所示）输入波导后，在距焦平面（图 2.14a 中间白色虚线， $y = L/4$ 处）上能够得到对应的编码结果，其场强度分布如图 2.14d 中黑色曲线所示，随着传播距离增加，在 $y = L/2$ 处，入射源信息完美复现，其场分布如 2.14d 中蓝色曲线所示。通过分析图 2.14 d-f 中数据结果，我们发现不同编码信息源在聚焦平面上都得到了特有的编码结果，并且这些编码结果在强度上表现出明显的差异性。随着传播距离再增加，那些源的信息又可以复现。因此，我们是有可能利用 Talbot effect 来进行信息编码的，比如首先可以将要编码的信息存储在聚焦平面上，之后将这些编码信息输入到光学芯片或者波导中传播，最后我们在芯片终端接收这些信息，并将其输入到 Mikaelian 透镜波导中进行解码。至此，我们介绍了 Talbot 现象在数字编码方面潜在的应用，发现该器件在数据编码方面具有潜在的应用价值：我们可以利用 Talbot 效应进行信息编码，并将信息无衍射地传递到远方。该工作再一次证明了，共形变换光学材料在光子集成芯片技术方面的广阔应用潜力。

2.7 本章小结

总结一下，我们利用共形变换光学理论在物理空间中获得了 Mikaelian 透镜，并运用实验室渐变波导技术加工制备了该器件。在实验上演示了光线的自聚焦特性和光场干涉现象-Talbot 效应，为了进一步验证实验，我们进行了模拟计算和解析计算，最终证明了该器件能够在几何光学和波动光学下同时工作。通过深入研究，我们从理论上演示了其在数字编码方面的潜在价值，拓展了共形变换光学器件在光子集成芯片技术方面的应用范围。

参考文献

- [1] A. Einstein, " Lens-like action of a star by the deviation of light in the gravitational field, " *Science* 84, 506 (1936).
- [2] L. Dolin, " To the Possibility of Comparison of Three-Dimensional Electromagnetic Systems with Nonuniform Anisotropic Filling, " *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Radiofiz.* 4, 964 (1961).
- [3] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith, " Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies, " *Science* 314, 977 (2006).
- [4] U. Leonhardt, " Optical conformal mapping, " *Science* 312, 1777 (2006).
- [5] V. M. Shalaev, " Transforming light, " *Science* 322, 384 (2008).
- [6] H. Chen, C. T. Chan, and P. Sheng, " Transformation optics and metamaterials, " *Nature Materials* 9, 387 (2010).
- [7] B. Zhang, " Electrodynamics of transformation-based invisibility cloaking, " *Light: Science & Applications* 1, e32 (2012).
- [8] U. Leonhardt and T. G. Philbin, " General Relativity in Electrical Engineering, " *New Journal of Physics* 8, 247 (2006).
- [9] D. A. Genov, S. Zhang, and X. Zhang, " Mimicking celestial mechanics in metamaterials, " *Nature Physics* 5, 687 (2009).
- [10] H. Chen, R.-X. Miao, and M. Li, " Transformation optics that mimics the system outside a Schwarzschild black hole, " *Optics Express* 18, 15183 (2010).
- [11] C. Sheng, H. Liu, Y. Wang, S. N. Zhu, and D. A. Genov, " Trapping light by mimicking gravitational lensing, " *Nature Photonics* 7, 902 (2013).
- [12] C. Sheng, R. Bekenstein, H. Liu, S. Zhu, and M. Segev, " Wavefront shaping through emulated curved space in waveguide settings, " *Nature communications* 7 (2016).
- [13] R. Bekenstein, R. Schley, M. Mutzafi, C. Rotschild, and M. Segev, " Optical simulations of gravitational effects in the Newton-Schrodinger system, " *Nature Physics* (2015).
- [14] V. H. Schultheiss, S. Batz, and U. Peschel, " Hanbury Brown and Twiss measurements in curved space, " *Nature Photonics* 10, 106 (2016).
- [15] H. Chen and C. Chan, " Acoustic cloaking in three dimensions using acoustic

- metamaterials, " *Applied physics letters* 91, 183518 (2007).
- [16] S. A. Cummer and D. Schurig, " One path to acoustic cloaking, " *New Journal of Physics* 9, 45 (2007).
- [17] S. Zhang, D. A. Genov, C. Sun, and X. Zhang, " Cloaking of matter waves, " *Physical Review Letters* 100, 123002 (2008).
- [18] S. Guenneau, C. Amra, and D. Veynante, " Transformation thermodynamics: cloaking and concentrating heat flux, " *Optics Express* 20, 8207 (2012).
- [19] D. Schurig, J. Mock, B. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. Starr, and D. Smith, " Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies, " *Science* 314, 977 (2006).
- [20] Q. Cheng, T. J. Cui, W. X. Jiang, and B. G. Cai, " An omnidirectional electromagnetic absorber made of metamaterials, " *New Journal of Physics* 12, 063006 (2010).
- [21] L. Xu and H. Chen, " Conformal transformation optics, " *Nature Photonics* 9, 15 (2014).
- [22] H. Chen, U. Leonhardt, and T. Tyc, " Conformal cloak for waves, " *Physical Review A* 83 (2011).
- [23] H. Chen, Y. Xu, H. Li, and T. Tyc, " Playing the tricks of numbers of light sources, " *New Journal of Physics* 15, 093034 (2013).
- [24] H. Li, Y. Xu, and H. Chen, " Conformal cloaks at eigenfrequencies, " *Journal of Physics D: Applied Physics* 46, 135109 (2013).
- [25] L. Xu and H. Chen, " Logarithm conformal mapping brings the cloaking effect, " *Scientific Reports* 4 (2014).
- [26] L. Xu, H. Chen, T. Tyc, Y. Xie, and S. A. Cummer, " Perfect conformal invisible device with feasible refractive indexes, " *Physical Review B* 93, 041406 (2016).
- [27] Y. Kim, S.-Y. Lee, J.-W. Ryu, I. Kim, J.-H. Han, H.-S. Tae, M. Choi, and B. Min, " Designing whispering gallery modes via transformation optics, " *Nature Photonics* 10, 647 (2016).
- [28] Y. Luo, D. Y. Lei, S. A. Maier, and J. B. Pendry, " Broadband Light Harvesting Nanostructures Robust to Edge Bluntness, " *Physical Review Letters* 108, 023901 (2012).
- [29] J. B. Pendry, Y. Luo, and R. Zhao, " Transforming the optical landscape, " *Science* 348, 521 (2015).
- [30] L. Yu, Z. Rongkuo, and J. B. Pendry, " van der Waals interactions at the nanoscale:

- the effects of nonlocality, " Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 111, 18422 (2014).
- [31] M. Kraft, Y. Luo, and J. B. Pendry, " Transformation optics: a time- and frequency-domain analysis of electron-energy loss spectroscopy, " Nano Letters 16, 5156 (2016).
- [32] J. C. Maxwell, " Some solutions of problems, " The Cambridge and Dublin Mathematical Journal 1, 76 (1854).
- [33] T. Tyc, L. Herzanova, M. Sarbort, and K. Bering, " Absolute instruments and perfect imaging in geometrical optics, " New Journal of Physics 13, 4960 (2011).
- [34] U. Leonhardt, " perfect imaging without negative refraction, " New Journal of Physics 11, 093040 (2009).
- [35] U. Leonhardt and P. T. G., " Perfect imaging with positive refraction in three dimensions, " Physical Review A 81, 011804 (2010).
- [36] B. R. J., " Comment on " Perfect imaging without negative refraction ", " New Journal of Physics 12, 058001 (2010).
- [37] M. R., " Comment on " Perfect imaging with positive refraction in three dimensions ", " Physical Review A 82, 057801 (2010).
- [38] L. U., " Reply to comment on "Perfect imaging with positive refraction in three dimensions", " New Journal of Physics 12, 058002 (2010).
- [39] L. U. and P. T. G., " Reply to comment on " Perfect imaging with positive refraction in three dimensions ", " Physical Review A 82, 057802 (2010).
- [40] K. P. and F. A., " Comment on " Reply to comment on "Perfect imaging without negative refraction ", " New Journal of Physics 13, 028001 (2011).
- [41] Z. Nehari, " Conformal mapping. 1952, " McGraw-Hill Book Company, Inc., New York MR 13, 640 (1952).
- [42] A. Mikaelian and A. Prokhorov, " V Self-Focusing Media With Variable Index Of Refraction, " Progress in Optics 17, 279 (1980).
- [43] T. Tyc, H. Dao, and A. J. Danner, " Absolute optical instruments without spherical symmetry, " Physical Review A 92, 053827 (2015).
- [44] K. Okamoto, " Fundamentals of Optical Waveguides, " Academic Press: Burlington. (Second Edition) (2006).
- [45] H. F. Talbot, " LXXVI. Facts relating to optical science. No. IV, " The London and Edinburgh Philosophical Magazine and Journal of Science 9, 401 (1836).
- [46] L. Rayleigh, " XXV. On copying diffraction-gratings, and on some phenomena

- connected therewith, " The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science 11, 196 (1881).
- [47]A. Winkelmann, " Über einige Erscheinungen, die bei der Beugung des Lichtes durch Gitter auftreten, " Annalen der Physik 332, 905 (1908).
- [48]H. Weisel, " Über die nach Fresnelscher Art beobachteten Beugungserscheinungen der Gitter, " Annalen der Physik 338, 995 (1910).
- [49]M. Wolfke, " Über die Abbildung eines Gitters außerhalb der Einstellebene, " Annalen der Physik 345, 194 (1913).
- [50]J. Cowley and A. Moodie, " Fourier Images: III-Finite Sources, " Proceedings of the Physical Society. Section B 70, 505 (1957).
- [51]J. Cowley and A. Moodie, " Fourier images IV: the phase grating, " Proceedings of the Physical Society 76, 378 (1960).
- [52]W. D. Montgomery, " Self-imaging objects of infinite aperture, " Journal of the Optical Society of America 57, 772 (1967).
- [53]A. Lohmann and D. Silva, " An interferometer based on the Talbot effect, " Optics Communications 2, 413 (1971).
- [54]G. Rogers, " Interesting paradox in Fourier images, " Journal of the Optical Society of America 62, 917 (1972).
- [55]K. Patorski, " The Self-Imaging Phenomenon and its Applications, " Progress in Optics 27, 1 (1989).
- [56]J. Wen, Y. Zhang, and M. Xiao, " The Talbot effect: recent advances in classical optics, nonlinear optics, and quantum optics, " Advances in Optics and Photonics 5, 83 (2013).
- [57]T. Gao et al., " Talbot Effect for Exciton Polaritons, " Physical Review Letters 117, 097403 (2016).
- [58]W. Zhang, C. Zhao, J. Wang, and J. Zhang, " An experimental study of the plasmonic Talbot effect, " Optics Express 17, 19757 (2009).
- [59]W. Zhao, X. Huang, and Z. Lu, " Super Talbot effect in indefinite metamaterial, " Optics Express 19, 15297 (2011).
- [60]Y. Lumer, L. Drori, Y. Hazan, and M. Segev, " Accelerating Self-imaging: The Airy-Talbot Effect, " Physical Review Letters 115, 013901 (2015).
- [61]Y. Zhang, H. Zhong, M. R. Belić, C. Li, Z. Zhang, F. Wen, Y. Zhang, and M. Xiao, " Nonparaxial accelerating Talbot effect, " Optics Letters 41 (2016).
- [62]R. Iwanow, D. A. Mayarrioja, D. N. Christodoulides, G. I. Stegeman, Y. Min, and

- W. Sohler, " Discrete Talbot effect in waveguide arrays, " *Physical Review Letters* 95, 053902 (2005).
- [63]H. Ramezani, D. N. Christodoulides, V. Kovanis, I. Vitebskiy, and T. Kottos, " PT-symmetric Talbot effects, " *Physical Review Letters* 109, 033902 (2012).
- [64]J. Jansson and T. Jansson, " Temporal self-imaging effect in single-mode fibers, " *Journal of the Optical Society of America* 71, 1373 (1981).
- [65]Y. Zhang, J. Wen, S. N. Zhu, and M. Xiao, " Nonlinear Talbot effect, " *Physical Review Letters* 104, 183901 (2010).
- [66]K. H. Luo, J. Wen, X. H. Chen, L. Qian, X. Min, and L. A. Wu, " Second-order Talbot effect with entangled photon pairs, " *Physical Review A* 80, 82 (2009).
- [67]J. Azaña and H. G. D. Chatellus, " Angular Talbot effect, " *Physical Review Letters* 112 (2014).
- [68]X. Wang, H. Chen, H. Liu, L. Xu, C. Sheng, and S. Zhu, " Self-Focusing and the Talbot Effect in Conformal Transformation Optics, " *Physical Review Letters* 119, 033902 (2017).
- [69]A. L. Mikaelian, " Self-focusing media with variable index of refraction, " *Computer Science & Communications Dictionary* 41, 195 (1980).
- [70]M. I. Kotlyar, Y. R. Triandaphilov, A. A. Kovalev, V. A. Soifer, M. V. Kotlyar, and L. O'Faolain, " Photonic crystal lens for coupling two waveguides, " *Applied Optics* 48, 3722 (2009).
- [71]F. Sun, M. Y. Gui, X. Ge, and S. He, " Super-thin Mikaelian's lens of small index as a beam compressor with an extremely high compression ratio, " *Optics Express* 21, 7328 (2013).
- [72]M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables* (Courier Corporation, 1964), Vol. 55.
- [73]V. V. Kotlyar, A. A. Kovalev, and V. A. Soifer, " Subwavelength focusing with a Mikaelian planar lens, " *Optical Memory and Neural Networks* 19, 273 (2010).

第三章 共形变换光学波导中重力场的模拟与可逆波前调控

3.1 引言

电磁波波前控制一直以来都是非常活跃的研究方向,这些年来随着新概念新材料的提出以及微纳制备技术的提高,人们已经在诸多材料体系中获得了很多重要成果,比如金属表面等离激元体系、光子晶体体系、超材料与超表面体系等。与此同时,这些成果深刻地影响着我们生活中的诸多方面,比如成像,照明,折射等。随着人们对新信息技术孜孜不断的追求,如何更好地控制光子波前已经成为越来越重要的话题。近些年来,为了突破现有理论框架,实现更好的光子波前调控,理论学者从基础物理原理出发,基于麦克斯韦方程组在任意坐标变换下的形式不变性,提出了变换光学的设计方法[1,2]。在过去的12年中,基于变换光学理论,人们设计了很多控制电磁波的新器件,例如隐身斗篷[3-8],场旋转器[9,10],幻觉光学[11],光子黑洞模拟[12-15],爱因斯坦环模拟[16],Mikaelian透镜[17]以及等离激元纳米聚焦[18-20]等。我们可以看到变换光学正逐渐成为人们调控电磁波的重要手段,与此同时,近年来,艾里光束,有时也称为加速光束,它作为一种新型的光束,在实验上受到人们越来越多的广泛关注,该光束波包在传输过程中具有无衍射特性、自加速特性以及自修复特性。早在1979年,Berry和Balazs研究[21]了质量为 m 的粒子在量子力学自由空间中的演化波包 $\psi(x,t)$,其一维方程形式可表示为:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (3.1)$$

,并进一步发现该方程具有一个特殊解: $\psi(x,t) = Ai[B/\hbar^{2/3}(x - B^3 t^2/4m^2)] \exp(i B^3 t/2m\hbar)[x - (B^3 t^2/6m^2)]$,分布如图3.1a所示,由图可知该粒子具有艾里(Airy)函数的空间分布(拥有一个主瓣和无数多个旁瓣)并且其强度分布在随时间演化中呈现出“不扩展”(主瓣和旁瓣宽度随时间不发生变化)及“自加速特性”(主瓣和旁瓣随时间弯曲),因此该光束称为艾里光束,有时也称为艾里光束。同时该特殊解对应的粒子具有无穷的能量,这样

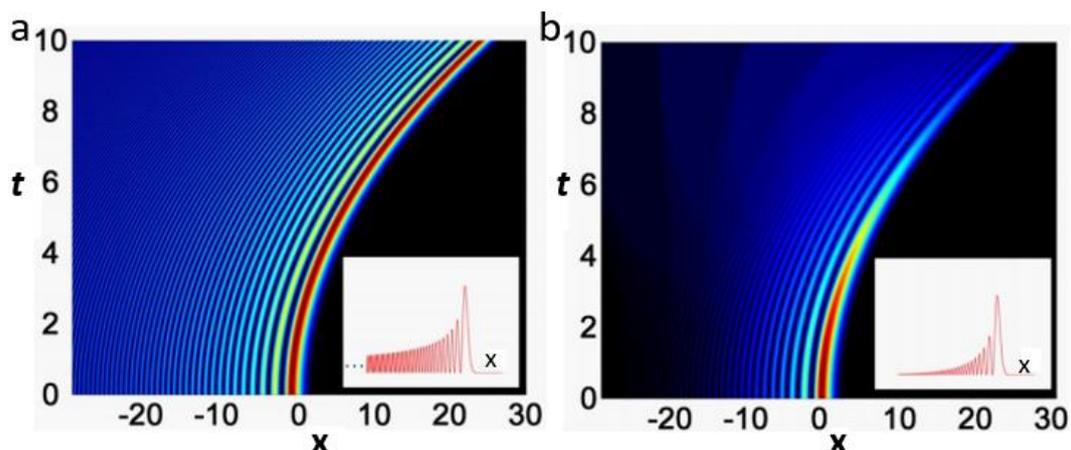


图 3.1 艾里 (Airy) 波包[22]。a 理想 Airy 波包。具有主瓣和很多旁瓣，该波包具有无限能量。b 实际 Airy 波包。具有主瓣和有限多个旁瓣，该波包具有有限能量。波包的主瓣和旁瓣随着传播时间弯曲传播。右下方插图展示初始时刻处场强分布。

的条件在实验上是无法实现的，因此很长一段时间内，鲜有学者对这个特殊解给予足够重视。2007 年, Christodoulides 课题组[22,23]首先从理论上将上述粒子波包引入到光学领域，通过添加衰减因子获得了有限能量的 Airy 波包，如图 3.1b 所示，在 Airy 函数入射端口位置处 ($t=0$ 时刻) 加载指数减小的衰减因子，使得波包能量变得有限 (由插图可知，具有有限个旁瓣)，并且主瓣和旁瓣宽度在一定传播时间范围内保持不变。随后，在实验上，该课题组利用空间光调制器，在入射高斯光束的傅里叶面上加载三次方的相位分布，然后考虑加入衰减因子，

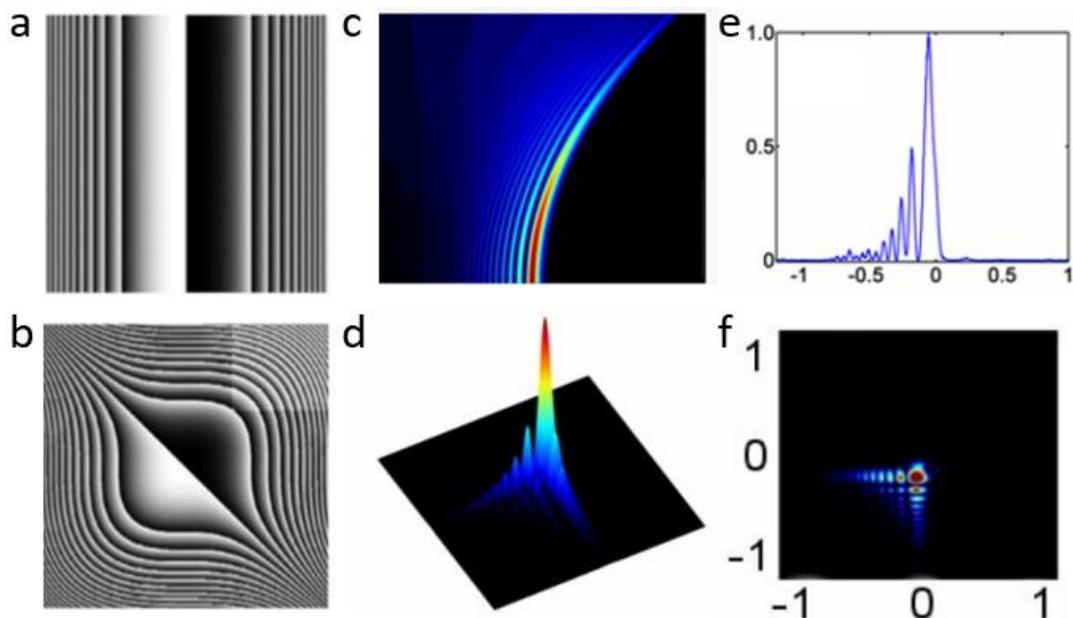


图 3.2 Airy 光束产生过程[23]。a, b 分别为生成一维和二维 Airy 光束所需的动量空间相位。c, d 分别为一维和二维 Airy 光束示意图。e, f 分别为实验上获得的一维和二维 Airy 光束分布。

经过上述过程,分别将高斯光束转化为了一维和二维的艾里光束,如图 3.2 所示,可以在高斯光束的傅里叶面上加载如图 3.2a 和 3.2b 所示的相位分布,即可在实验上获得如图 3.2e 和 3.2f 所示的艾里光束。自 Christodoulides 课题组将理想的加速波包转化为有限能量的加速波包并引入光学领域,获得了一维和二维艾里光束之后,艾里光束凭借它奇特的波前性质,逐渐吸引了人们越来越多的注意力。与此同时,得益于微纳制备技术的提高和新理论不断涌现,人们在艾里光束的自加速、自修复和无衍射特性方面都取得了很多有意义的成果[24-35],例如 2008 年 Dholakia 课题组[34]在实验上利用 Airy 光束的自加速特性,将微米量级大小的二氧化硅粒子从一个区域“扫到”另外一个区域中,如图 3.3a 所示,蓝色区域内的粒子就好像“骑”在艾里光束上一样,沿弯曲轨道运输到绿色区域。2010 年, Wise 课题组[35]实现了具有艾里-贝塞尔波包的光子弹,如图 3.3b 所示,将原来的高斯波包通过加载立方相位转变为艾里-高斯光束,这样可以抑制光束的时域

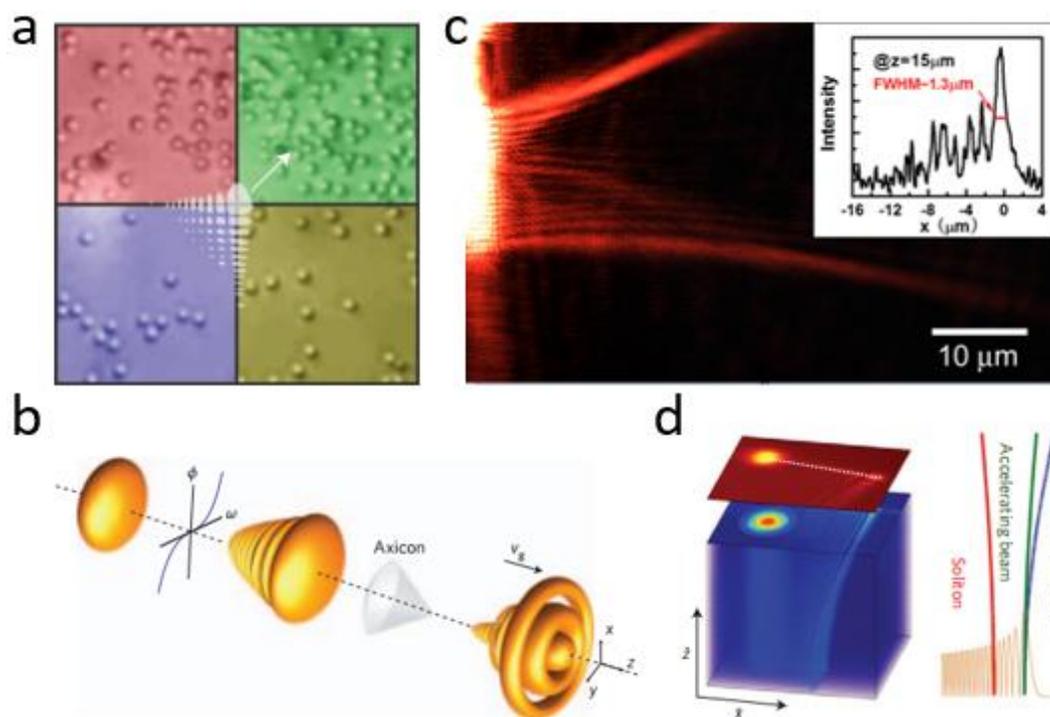


图 3.3 艾里光束应用。a 微粒操控[34]。Airy 光束从底部入射出来,白色箭头指示光束主瓣偏折方向。b 光子弹[35]。左侧的高斯光束经调制变为了 Airy-高斯光束,然后再经锥透镜转化为了 Airy-Bessel 光束。c 表面等离子激元 Airy 光束[31]。插图显示了光束横向方向场强分布,可获得 Airy 光束主瓣宽度。d Airy 光束模拟引力效应[33]。左图红斑和右图红线代表高能量的孤子,用于模拟大质量星体。左图连续亮瓣和右图绿色蓝色均表示 Airy 光束,主瓣都呈现出远离孤子弯曲运动,其中当绿色 Airy 光束入射时加大孤子能量。

色散,然后该波包再经锥透镜作用转变为艾里-贝塞尔光束,抑制其空域衍射,最终得到了可以同时抑制色散和衍射的三维线性光子弹。2011年,南京大学李涛老师课题组[31]在实验上,通过面内小孔阵列衍射获得了表面等离激元艾里光束,如图 3.3c 所示,该图中的表面等离激元呈现出自加速和非衍射特性,另外他们演示了艾里光束的自修复特性。2015年,以色列 Segev 课题组[33]将高能量的光孤子和艾里光束同时输入到非局域的非线性玻璃来模拟引力效应,如图 3.3d 所示,在不同能量强度孤子的环境里,通过观察艾里光束主瓣及旁瓣信息,模拟研究了引力场中的非线性作用过程,在实验上他们分别演示了引力透镜效应、潮汐力效应以及引力红移效应,并通过仿真计算验证了这些实验发现。

尽管艾里光束已经在应用和前沿方向都取得了很多重要的成果,但是这些研究中所产生的艾里光束,都不可避免地面临能量转化效率低、损耗大以及难以芯片集成等问题,另外一方面这些产生的艾里光束是不可逆的,已经生成的艾里光束不可以变回原来的光束,即无法在原光束与艾里光束之间相互转换。因此在实验上如何实现具有高效率、低损耗以及可集成化,并且波前可逆的艾里光束就变得十分有意义。

3.2 共形变换光学模拟重力场理论

为了实现高效、低损耗并可逆的艾里光束,就需要突破现有的理论框架以及实验技术。近年来变换光学的兴起与发展,给了人们提供了更加广阔的理论平台。与此同时,我们课题组[15-17,36]近些年来发展的连续渐变波导制备技术,具有高效、低损耗以及可集成等特点。我们运用变换光学理论获得了模拟的重力场,该模拟重力场在理论上支持了艾里光束的产生,实验上我们运用渐变波导技术制备了该模拟重力场,最终我们在样品测试环节看到了,入射的高斯光束在重力场中转化为艾里光束,然后又转化为高斯光束,即我们获得了可逆的波前调控,实现了高斯光束与艾里光束间不断的转化。

接下来我们将详细介绍下用变换光学理论模拟重力场的理论知识。我们知道,自从爱因斯坦提出广义相对之后,人们对物质能量与时空弯曲有了清晰地认识,我们知道物质使空间发生何种程度的弯曲,也明白了物质在弯曲空间中如何运动。

随后就有学者提出[37]，如果将麦克斯韦方程组用广义坐标表示，可以很快获得电磁波在任何坐标系下满足的亥姆霍兹方程：

$$-\frac{1}{\sqrt{g}}\partial_j\sqrt{g}g^{jk}\partial_k E^i + \frac{1}{\sqrt{g}}\partial_j\sqrt{g}g^{jk}\partial_k E^j + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E^i}{\partial t^2} = 0 \quad (3.2)$$

此时弯曲空间中的本构方程[38]可表示为：

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} + \frac{\vec{w}}{c} \times \vec{H}, \quad \vec{B} = \frac{\mu}{\varepsilon_0 c^2} \vec{H} - \frac{\vec{w}}{c} \times \vec{E} \quad (3.3)$$

其中有：

$$\varepsilon = \mu = -\frac{\sqrt{-g}}{g_{00}} g^{ij}, \quad w_i = \frac{g_{0i}}{g_{00}} \quad (3.4)$$

并且 g_{ij} 表示任意坐标系下的度规张量， g^{ij} 为 g_{ij} 的逆矩阵， $g = \det(g_{ij})$ ，度规表示为 $ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j$ 。因此我们基于麦克斯韦方程组在任意坐标下形式不变，获得了公式 3.4 所示空间度规与材料电磁参数之间的关系。

在这个工作中，我们考虑一维的均匀的重力场[39]，其度规可以表示成如下形式：

$$ds^2 = -(1 + \gamma x) dt^2 + dx^2 \quad (3.5)$$

其中 γ 为常数。因此该重力场空间所对应的材料等效折射率可表示为[12,15]：

$$n(x) = \sqrt{\frac{g_{xx}}{g_{00}}} \quad (3.6)$$

又由于 $g_{xx} = 1$, $g_{00} = 1 + \gamma x$ ，则公式 3.6 可转化为：

$$n(x)^2 = \frac{1}{1 + \gamma x} \quad (3.7)$$

当 γx 为小量，我们忽略掉高次项时[39]，公式 3.7 可简化为：

$$n(x)^2 = 1 - \gamma x \quad (3.8)$$

我们可以看到，材料的等效折射率的平方正好正比于因变量，即 $n(x)^2 \propto x$ ，当光在这样介质中传播时，将会感受到线性的光学势场。进一步研究发现[39,40]，具有公式 3.8 折射率分布的介质，所对应的本征解是艾里函数，关于这一部分的数学解释将会在后面数据分析中详细介绍。接下来，我将首先仔细介绍下，如何在我们的实验体系中制备出公式 3.8 所对应的样品。

3.3 共形变换光学样品制备

在实验上，我们借助于旋涂工艺制备了具有层状结构的 PMMA 波导，如图 3.4 所示，该样品有多层结构构成，其截面示意图如图 3.4a 所示。实验中首先在干净的石英衬底上镀上一层 50 nm 厚的银膜；其次将直径 100 μm 的笔直银圆柱子粘到银膜表面；再次将该样品放入聚焦离子束下，在圆柱周围加工周期为 310nm 的耦合光栅；接下来将带有光栅结构的样品放到旋涂仪器上，并将掺有稀

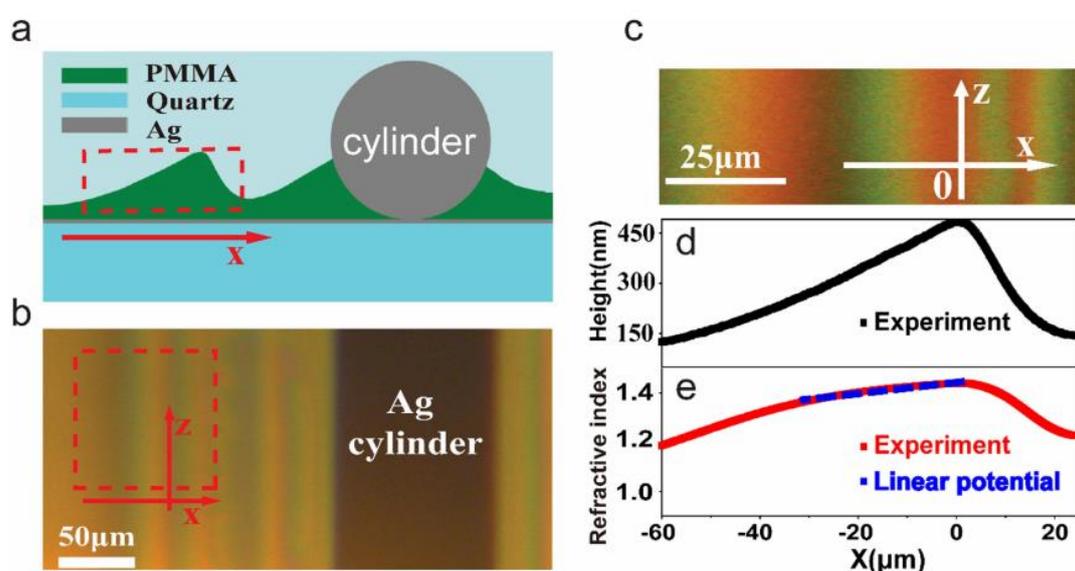


图 3.4 样品结构示意图和表征。a 波导样品截面示意图。该样品从下向上依次由石英衬底、一定厚度银膜、非均匀分布 PMMA 层、银圆柱以及空气环境构成，红色虚线框显示样品工作区域，该区域内等效折射率分布满足模拟重力场，下方箭头示意横向方向坐标轴（x 轴），右侧圆柱是为了形成红色虚线框内厚度分布而特殊设计的。b 样品白光照射下的显微透照片。白光从样品底部入射过来，在横向方向（x 方向）上形成干涉条纹，但在传播方向（z 方向）没有看到干涉条纹，红色虚线框内为工作区域与 a 图中红色虚线框对应。c 工作区域内干涉条纹。该干涉条纹取自图 a 和图 b 中红色虚线框。d 工作区域内波导厚度分布（横向方向，x 方向）。e 波导等效折射率（横向方向，x 方向）。红线为根据色散方程得到的等效折射率，蓝线为线性势场拟合。

土元素的 PMMA 溶液滴加到样品表面，进行旋涂镀膜，由于银圆柱的阻挡作用和表面张力作用，聚合物薄膜在距离圆柱一定距离处形成厚度非均匀分布的 PMMA 层；最后将样品放置于烤箱中，并保持 70 $^{\circ}\text{C}$ ，加热 2 小时来去除残余的溶剂。随后，通过控制 PMMA 溶液浓度以及旋涂转速和时间等参数，并进行多次尝试，我们最终在实验上制备了如图 3.4b 所示的实验样品。通过样品的干涉

图案，我们可以定性的知道：在横向方向（ x 方向）上，样品厚度呈现出连续变化，在传播方向（ z 方向）上厚度不发生变化。通过仔细分析，我们找到了满足模拟重力场所对应的工作区（红色虚线框），然后将该区域内的干涉条纹重新提取出来，显示在图 3.4c 中，根据该图我们可以清晰地看到，工作区里的干涉条纹仅沿着 x 方向连续变化，我们通过颜色变化可以推测出厚度在零点处达到最大值。为了验证干涉条纹信息，我们用台阶仪对工作区样品厚度进行了定量化的表征，结果如图 3.4d 所示，我们看到 PMMA 厚度测量结果和干涉条纹很好的符合起来，在 $x < 0$ 区域，厚度缓慢增加，在 $x > 0$ 区域厚度迅速下降。

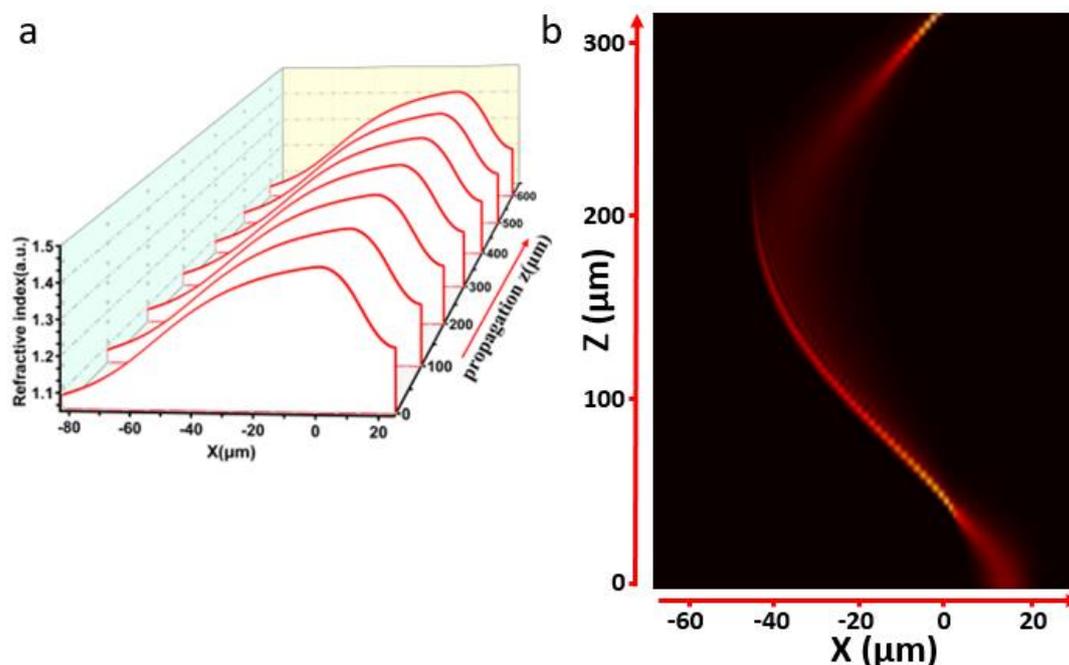


图 3.5 样品仿真模拟结果。a 工作区内的等效折射率分布。b 提取 a 中参数计算得到的模拟结果。入射的高斯光束从 $x > 0$ 区域入射，在 $x < 0$ 区域形成类似艾里光束，形成明显的主瓣和旁瓣，然后经折射率势场作用，光束回到 $x > 0$ 区域，转换回高斯光束。

根据我们组之前的工作[15-17]，变换光学器件所需折射率分布可以由厚度渐变波导获得，这是因为厚度渐变波导里传播的光场可以用等效折射率波导理论来等价描述。如图 3.4a 所示，波导结构为空气/PMMA/银层/石英衬底，由于 PMMA 折射率远大于周围材料，因此光场束缚在 PMMA 层里传播。又因为实验中我们通过耦合条件仅仅激发了波导的 TE_0 模式，因此结合波导色散方程（公式 2.5），我们很容易地获得该波导的等效折射率，如图 3.4e 中红线所示，在 x 方向上，波导等效折射率连续变化，最重要是在 $x < 0$ 区域的局部范围内，等效折射率呈现近似线性势场变化，为了描述这种局部内的变化趋势，我们用公式 $n_{eff}^2 = ax + b$ 进

行了拟合, 其中 a 和 b 为常数, 如图 3.4e 中蓝线所示。然后我们将等效折射率在 x 方向和 z 方向上同时展示出来, 其结果如图 3.5a 所示, 我们看到样品折射率在 z 方向上保持不变, 紧接着我们用波束传播方法(Beam Propagation Method, BPM) 对该样品进行了理论模拟验证, 其结果如图 3.5b 所示, 我们看到由 $x>0$ 区域入射的高斯光束, 在经 $x>0$ 区域折射率作用后, 偏向 $x<0$ 区域传播, 在 $x<0$ 区域形成了类似艾里光束的场强分布, 我们可以清晰地看到主瓣和旁瓣, 然后随着传播距离增加不同位置处的折射率发生变化, 经 $x<0$ 区域折射率梯度作用, 光束又重新回到了 $x>0$ 区域, 并且我们看到场强分布又变回高斯分布。接下来, 我们将在实验上测试这个样品。

3.4 共形变换光学波导中可逆波前调控的实验结果与分析

为了光学测试上述样品, 我们将波长 460 nm 的激光通过光栅耦合到 PMMA 波导里, 并仅仅激发了波导的 TE_0 模式。为了表征激光在波导里的演化行为, 我们在制备 PMMA 溶液时, 就有目的地添加了稀土离子 Eu^{3+} , 当 460nm 激光在 PMMA 波导里传播时, 它就会被路径上的该稀土离子吸收, 然后吸收高能量的稀土离子重新辐射出波长 610 nm 的红光, 经滤色片, 原来的 460 nm 光被滤掉, 610 nm 红光经物镜(Zeiss Epiplan 50X/ HD 0.17, Carl Zeiss Microscopy LLC, USA) 收集成像在 CCD 上。实验中我们通过改变激发光斑位置, 观察到了如图 3.6a 所示的荧光实验结果, 发现在不同激发条件下光束具有一些共同特征: 上下震荡现象以及光斑尺寸先展宽后收缩等现象。另外这些光束在激发位置为 16、18 和 22 μm 条件下也展示出一些特殊的现象, 发现在光束展宽的位置处, 其横截面强度分布类似于艾里光束分布, 而该强度分布所在区域正好位于 $x<0$ 区域。为了证实上述我们在实验中观察到的现象, 我们将实验中的折射率分布和激发条件提取出来, 然后用全波连续模拟方法(BPM)[41]进行仿真模拟, 其结果如图 3.6b 所示, 结果表明模拟理论与实验现象吻合的非常好。

为了更加仔细、全面的研究上述发现的特殊现象-艾里光束强度分布, 我们不妨将 $x_0=18\ \mu\text{m}$ 激发条件下光束的演化行为提取出来, 如图 3.7 所示, 通过重新画图, 我们可以很容易地看到类似艾里光束的强度分布。图 3.7a 展示了实验所

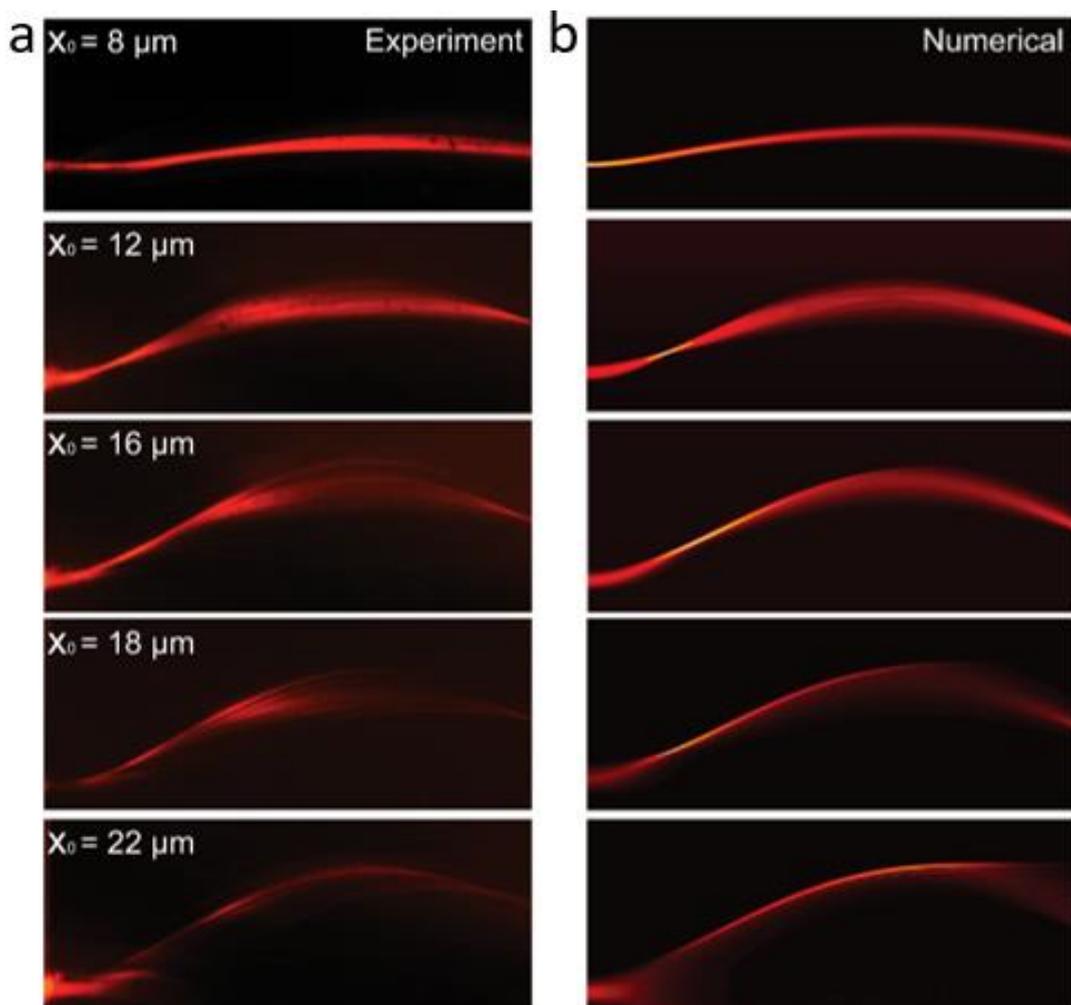


图 3.6 样品实验测试结果。a 样品实验结果。光束在模拟重力场中传播，在截面上展示出 Airy 光束强度分布，定义 x_0 为入射光束位置，从上到下入射位置分别为 8、12、16、18 和 $22\mu\text{m}$ 。b 仿真计算结果。仿真方法为光束传播法 BPM 方法，所用参数来源于 a 中实验数据。

得到的荧光结果，一方面我们可以看到光束在上下方向的震荡现象，另一方面我们也看到了在光束展宽区域形成了类似艾里光束主瓣和旁瓣的场分布，图 3.7b 展示了所对应的数值模拟结果，参数完全来自于图 3.7a 中实验数据。为了更清晰地刻画强度分布，我们将传播路径上不同位置处的强度分布图提取出来，并用红线和黑线分别表示实验数据和数值模拟结果，如图 3.7c 所示，在 $z=5\mu\text{m}$ 处光束呈现出高斯形状，当传播至 $z=73\mu\text{m}$ 时，光束波包已经展现出类似艾里光束强度，并且这个场分布包络在 $z=97\mu\text{m}$ 和 $z=130\mu\text{m}$ 得到进一步加强，我们可以看到很明显的艾里光束分布，当传播至 $z=290\mu\text{m}$ 时，之前的艾里光束分布已经消失，取而代之的是高斯分布。总结起来我们发现高斯光束被耦合进波导之后，便很快在外部作用力下加速偏折，当到达模拟重力场作用环境下，其光束宽度变宽

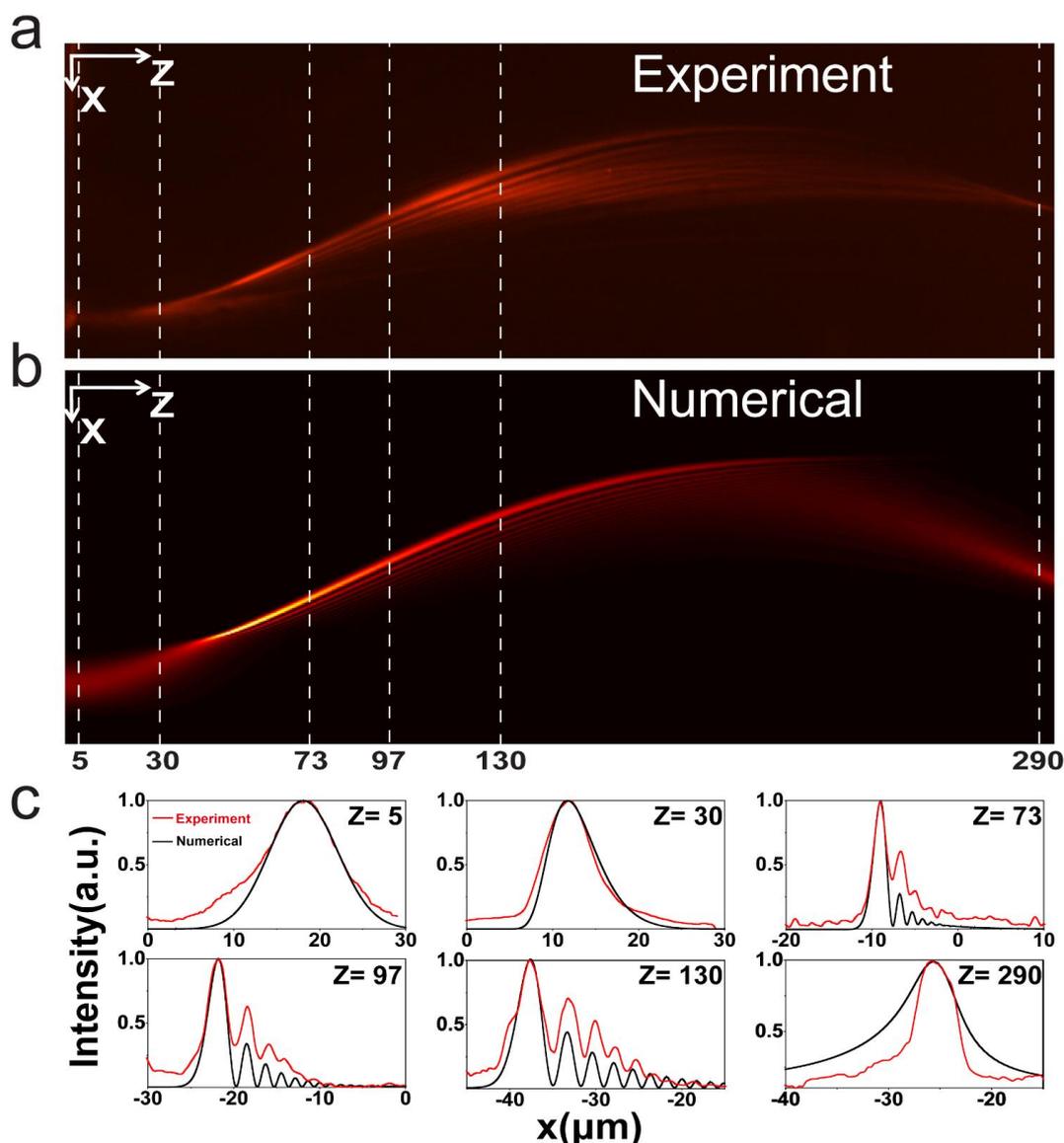


图 3.7 激发条件 $x_0=18 \mu\text{m}$ 下光场强度分布图。a 实验结果。入射的高斯光束逐渐展宽，在 $x<0$ 区域形成艾里光束强度分布，然后又转变回高斯光束。b 基于实验图 a 参数的数值模拟结果。c 光束在不同传播位置的强度分布图。从左到右，从上到下传播位置依次为 5, 30, 73, 97, 130 和 290 μm 。实验结果用红线描述，黑线表示数值模拟结果。

了，光束包络也发生了变化，当光束宽度展宽到最大值，一个清晰艾里光束强度分布展现出来了，这之后随着光束传播距离不断增加，光束的宽度却开始逐渐收缩，与此同时艾里光束的包络也逐渐转化为高斯包络，至此我们实现了高斯光束和艾里光束之间相互转化的过程。同时在这里我们先给出该过程的定性解释：由于样品在 $-30 \mu\text{m}<x<0$ 区域内（如图 3.4e 中蓝线所示）呈现线性势场变化，根据朗道方法[40]，该区域的本征解是艾里函数，然而样品在 $-60 \mu\text{m}<x<-30 \mu\text{m}$ 区域展现出略微偏离原来区域（ $-30 \mu\text{m}<x<0$ ）的线性变化，正是由于这种连续缓慢偏

离（随着传播距离增加，势场缓慢的变化），方程的解随着传播距离也逐渐发生变化，这是因为不同传播位置处具有不同的折射率势场分布。在经过折射率势场连续缓慢变化之后，光束在折射率梯度作用下一方面向 $x>0$ 方向传播，另一方面逐渐转变回高斯光束。接下来我们将定量解释模拟重力场中艾里光束的产生。

3.5 模拟重力场中艾里光束的产生理论模型

在朗道《连续介质中的电磁场》一书中[40]，专门有一节讨论了光场在线性分布势场作用下的演化行为，并求得了方程所对应的稳态解-艾里函数。而根据变换光学理论[12,15,38]，该光学体系可以用来模拟重力场中波包粒子的演化行为，因此有可能用模拟重力场中波包粒子演化行为，来定量解释图 3.7 中 $x<0$ 区域出现的类艾里光束。

众所周知，傍轴近似下描述光场演化的赫姆霍兹方程和描述粒子波包几率分布的薛定谔方程在形式上具有相似性[42]，因此我们可以得到：

$$i \frac{\partial \psi(x, z)}{\partial z} = -\frac{1}{2n_0 k_0} \frac{\partial^2 \psi(x, z)}{\partial x^2} - \frac{(n_{eff}^2(x) - n_0^2) k_0}{2n_0} \psi(x, z) \quad (3.9)$$

其中 $\psi(x, z)$ 表示缓慢近似下的电场， x 为横向坐标， z 为传播方向坐标， k_0 为真空中的波矢， n_0 为激发光斑处的等效折射率， $n_{eff}^2(x)$ 为波导的等效介电常数。如果仅仅关注公式 3.9 所对应的稳态解，即 $\psi(x, z) = \varphi(x)$ 并且 $n_{eff}^2(x)$ 在局部范围内呈现出对 x 的线性以来，即 $n_{eff}^2(x) = a + bx$ ，那么公式 3.9 可以简化为：

$$\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + (n_{eff}^2(x) - n_0^2) k_0^2 \varphi(x) = 0 \quad (3.10)$$

如果我们定义新变量 $\xi = -(x + \frac{b - n_0^2}{a})$ 用来代替变量 x ，则方程 3.10 转化为：

$$\frac{d^2 \varphi(\xi)}{d\xi^2} - (ak_0^2) \xi \varphi(\xi) = 0 \quad (3.11)$$

我们很容易获得方程 3.11 的解： $\varphi(\xi) = \frac{Ai(\alpha^{1/3} \xi) C}{\alpha^{1/6}}$ ，其中 $Ai(x)$ 为艾里函数，

$\alpha = ak_0^2$ ， C 为常数。因此我们得到方程 3.10 解：

$$\varphi(x) = \frac{Ai(-\alpha^{1/3}(x + (b - n_0^2)/a))C}{\alpha^{1/6}} \quad (3.12)$$

紧接着，我们首先将实验中某个传播位置处的折射率提取出来，其次将这些数据代入公式 3.12，并绘制出函数强度分布，再次将实验中该处场强提取出来绘制图表，最后我们将该处的理论结果与实验结果进行对比分析。为了证明该理论方法的正确性同时节约篇幅空间，我们不妨在产生艾里光束区域任意选取一处传播位置，用于展示分析结果。图 3.8 展示了传播位置 $z=73\mu\text{m}$ 处的分析结果，我们提取了该处模拟重力场区域 ($-15\mu\text{m} < x < 0$) 折射率拟合参数，然后用红色曲线和黑色曲线分别表示出实验中场强分布和理论计算场强分布，对比发现两者计算结果符合的非常好。在该图中，我们清晰的看到了艾里光束的主瓣以及有限的旁瓣，该结果进一步表明我们运用朗道方法可以产生艾里光束。

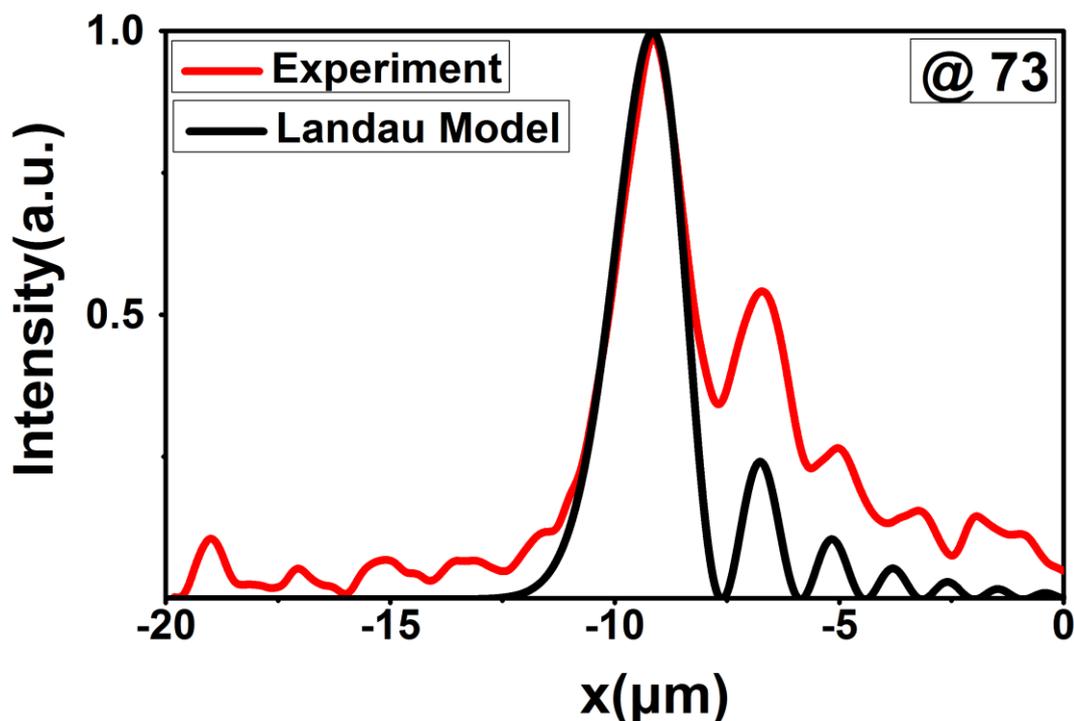


图 3.8 传播距离 $z=73\mu\text{m}$ 处光束横向强度分布。红线表示实验数据，黑线为根据朗道方法计算得到的场分布。

3.6 本章小结

本节中我们在实验上首次观测到了可逆的波前调控，即高斯光束与艾里光束不断转换，据我们所知，以前很多实验都是讲高斯光束转化为艾里光束，很少看

到转化后的艾里光束在转变回入射光束。总结一下，首先，理论上我们基于变换光学原理构建了模拟重力场，并用非均匀等效折射率分布来模拟该重力场；其次，实验上我们运用荧光成像方法观测到了高斯光束在模拟重力场区域转变为了艾里光束；再次，我们提取实验中的参数，运用光束传播方法（BPM）对实验现象进行了模拟仿真验证，结果表明理论和实验符合得非常好，进一步证明我们的实验发现；最后我们运用朗道方法对模拟重力场中的艾里光束进行了理论分析，发现该理论可以很好地解释实验中的艾里光束。本节中我们所用来产生高效、低损耗以及可逆波前的方法有望应用于光学集成芯片，来达到控制光束波前目的，并且希望运用该技术制备新颖的光学器件。

参考文献

- [1] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith, " Controlling Electromagnetic Fields, " Science 312, 1780 (2006).
- [2] U. Leonhardt, " Optical conformal mapping, " Science 312, 1777 (2006).
- [3] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith, " Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies, " Science 314, 977 (2006).
- [4] U. Leonhardt and T. Tyc, " Broadband invisibility by non-Euclidean cloaking, " Science 323, 110 (2009).
- [5] J. Li and J. B. Pendry, " Hiding under the carpet: a new strategy for cloaking, " Physical Review Letters 101, 203901 (2008).
- [6] W. Cai, U. K. Chettiar, A. V. Kildishev, G. W. Milton, and V. M. Shalaev, " Non-Magnetic Cloak without Reflection, " ArXiv:0707.3641v1.
- [7] R. Liu, C. Ji, J. J. Mock, J. Y. Chin, T. J. Cui, and D. R. Smith, " Broadband ground-plane cloak, " Science 323, 366 (2009).
- [8] S. I. I, S. V. N, K. A. V, and S. V. M, " Anisotropic metamaterials emulated by tapered waveguides: application to optical cloaking, " Physical Review Letters 102, 213901 (2009).
- [9] H. Chen and C. T. Chan, " Transformation media that rotate electromagnetic fields, " Applied Physics Letters 90, 1780 (2007).
- [10] Y. Luo, H. Chen, J. Zhang, L. Ran, and J. A. Kong, " Design and analytically full-wave validation of the invisibility cloaks, concentrators, and field rotators created with a general class of transformations, " Physical Review B-Condensed Matter 77, 125127 (2007).
- [11] Y. Lai, J. Ng, H. Chen, D. Han, J. Xiao, Z. Q. Zhang, and C. T. Chan, " Illusion optics: the optical transformation of an object into another object, " Physical Review Letters 102, 253902 (2009).
- [12] D. A. Genov, S. Zhang, and X. Zhang, " Mimicking celestial mechanics in metamaterials, " Nature Physics 5, 687 (2009).
- [13] E. E. Narimanov and A. V. Kildishev, " Optical black hole: Broadband omnidirectional light absorber, " Applied Physics Letters 95, 041106 (2009).
- [14] Q. Cheng, T. J. Cui, W. X. Jiang, and B. G. Cai, " An omnidirectional

- electromagnetic absorber made of metamaterials, " *New Journal of Physics* 12, 063006 (2010).
- [15] C. Sheng, H. Liu, Y. Wang, S. N. Zhu, and D. A. Genov, " Trapping light by mimicking gravitational lensing, " *Nature Photonics* 7, 902 (2013).
- [16] C. Sheng, R. Bekenstein, H. Liu, S. Zhu, and M. Segev, " Wavefront shaping through emulated curved space in waveguide settings, " *Nature Communications* 7, 10747 (2016).
- [17] X. Wang, H. Chen, H. Liu, L. Xu, C. Sheng, and S. Zhu, " Self-Focusing and the Talbot Effect in Conformal Transformation Optics, " *Physical Review Letters* 119, 033902 (2017).
- [18] J. B. Pendry, A. Aubry, D. R. Smith, and S. A. Maier, " Transformation optics and subwavelength control of light, " *Science* 337, 549 (2012).
- [19] H. Choo, M. K. Kim, M. Staffaroni, T. J. Seok, J. Bokor, S. Cabrini, P. J. Schuck, M. C. Wu, and E. Yablonovitch, " Nanofocusing in a metal-insulator-metal gap plasmon waveguide with a three-dimensional linear taper, " *Nature Photonics* 6, 838 (2012).
- [20] J. B. Pendry, A. I. FernándezDomínguez, Y. Luo, and R. Zhao, " Capturing photons with transformation optics, " *Nature Physics* 9, 518 (2013).
- [21] M. V. Berry and N. L. Balazs, " Nonspreading wave packets, " *American Journal of Physics* 47, 264 (1979).
- [22] G. A. Siviloglou and D. N. Christodoulides, " Accelerating finite energy Airy beams, " *Optics Letters* 32, 979 (2007).
- [23] A. Dogariu, D. Christodoulides, G. Siviloglou, and J. Broky, " Observation of Accelerating Airy Beams, " *Physical Review Letters* 99, 213901 (2007).
- [24] S. Jia, J. C. Vaughan, and X. Zhuang, " Isotropic 3D Super-resolution Imaging with a Self-bending Point Spread Function, " *Nature Photonics* 8, 302 (2014).
- [25] A. Chong, W. H. Renninger, D. N. Christodoulides, and F. W. Wise, " Airy|ndash|Bessel wave packets as versatile linear light bullets, " *Nature Photonics* 4, 103 (2010).
- [26] D. Abdollahpour, S. Suntsov, D. G. Papazoglou, and S. Tzortzakis, " Spatiotemporal airy light bullets in the linear and nonlinear regimes, " *Physical Review Letters* 105, 253901 (2010).
- [27] B. F. M. A, F. J, N. DN, and L. S, " Manipulation of Airy surface plasmon beams, " *Optics Letters* 38, 1443 (2013).

- [28] P. Rose, F. Diebel, M. Boguslawski, and C. Denz, " Airy beam induced optical routing, " *Applied Physics Letters* 102, 046602 (2013).
- [29] P. Zhang, S. Wang, Y. Liu, X. Yin, C. Lu, Z. Chen, and X. Zhang, " Plasmonic Airy beams with dynamically controlled trajectories, " *Optics Letters* 36, 3191 (2011).
- [30] A. Minovich, A. E. Klein, D. N. Neshev, and Y. S. Kivshar, " Generation and near-field imaging of Airy surface plasmons, " *Physical Review Letters* 107, 116802 (2011).
- [31] L. Li, T. Li, S. M. Wang, C. Zhang, and S. N. Zhu, " Plasmonic Airy beam generated by in-plane diffraction, " *Physical Review Letters* 107, 126804 (2011).
- [32] Y. Lumer, L. Drori, Y. Hazan, and M. Segev, " Accelerating Self-Imaging: The Airy-Talbot Effect, " *Physical Review Letters* 115, 013901 (2015).
- [33] R. Bekenstein, R. Schley, M. Mutzafi, C. Rotschild, and M. Segev, " Optical simulations of gravitational effects in the Newton-Schrodinger system, " *Nature Physics* 11, 872 (2015).
- [34] J. Baumgartl, M. Mazilu, and K. Dholakia, " Optically mediated particle clearing using Airy wavepackets, " *Nature Photonics* 2, 675 (2008).
- [35] A. Chong, W. H. Renninger, D. N. Christodoulides, and F. W. Wise, " Airy-Bessel wave packets as versatile linear light bullets, " *Nature Photonics* 4, 103 (2010).
- [36] Y. Wang, C. Sheng, H. Liu, Y. J. Zheng, C. Zhu, S. M. Wang, and S. N. Zhu, " Transformation bending device emulated by graded-index waveguide, " *Optics Express* 20, 13006 (2012).
- [37] J. Plebanski, " Electromagnetic Waves in Gravitational Fields, " *Physical Review B-Condensed Matter* 118, 1396 (1960).
- [38] U. Leonhardt and T. G. Philbin, " General Relativity in Electrical Engineering, " *New Journal of Physics* 8, 247 (2006).
- [39] S. Hacyan, " Physical optics in a uniform gravitational field, " *Physical Review D* 85, 024035 (2012).
- [40] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii, *Electrodynamics of continuous media : volume 8 of Course of Theoretical Physics* (Pergamon, 1982).
- [41] K. Kawano and T. Kitoh, *Introduction to Optical Waveguide Analysis: Solving Maxwell's Equations and the Schrödinger Equation* (J. Wiley, 2002).
- [42] S. G. Krivoshlykov, *Quantum-theoretical formalism for inhomogeneous graded-index waveguides* (Akademie Verlag, 1994).

第四章 共形变换测地线透镜中光场演化现象

4.1 引言

1916年，爱因斯坦提出了著名的广义相对论，至此人们可以定量的解释时空与物质相互作用关系。最近100多年来，人们尽管在实验样品制备技术上已经取得很大的进步，但还是很难在实验室环境下，研究弯曲时空中电磁波的复杂动力学问题。基于爱因斯坦广义相对论，光子在弯曲时空中轨迹是弯曲的，与之相似，非均匀介质中光子的轨迹也是弯曲的，基于这种相似性，人们提出了变换光学[1,2]，将光学介质中的材料参数与弯曲时空度规联系起来[3-5]。变换光学给人们提供了一种思路，即在光学实验平台上研究复杂弯曲时空现象的新方法，随着新材料的出现以及加工技术的提高，人们研究了许多弯曲时空里光场的复杂动力学问题，在理论和实验上都取得很大的成功[5-14]，例如在实验上，2008年Leonhardt课题组[6]用特殊的光纤体系模拟了白洞视界周围的蓝移现象，如图4.1a所示，先入射的脉冲光，具有速度慢、强度高的特点，该光束可以通过介质

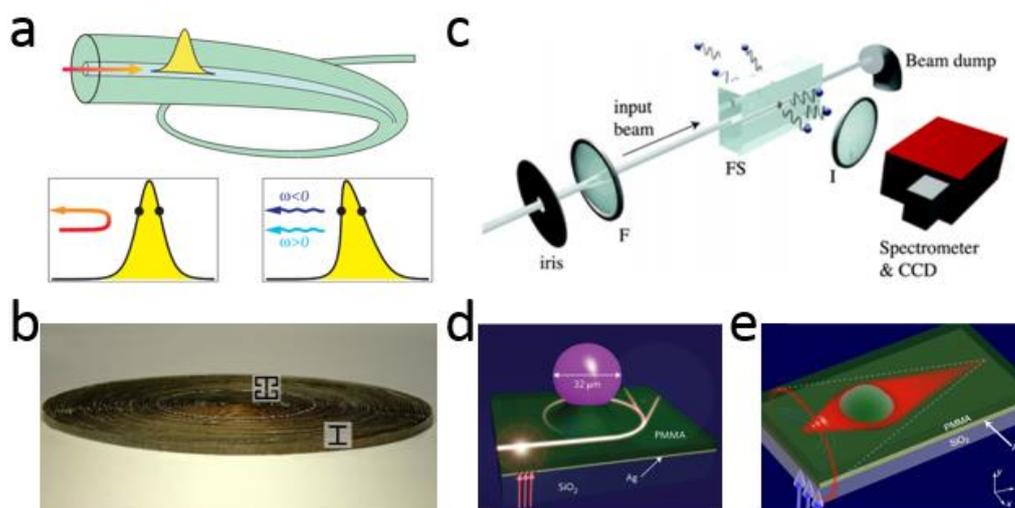


图 4.1 光学实验模拟广义相对论现象。a 光纤体系模拟白洞视界蓝移现象示意图[6]。上图为实验体系示意图，黄颜色波包代表速度慢的超快脉冲，可通过光纤介质的克尔效应改变折射率分布，红颜色箭头代表速度快强度弱的探测光。左下图为经典的视界，左侧为白洞视界，右侧为黑洞视界。右下图表示光量子对的产生。b 微波波段人工黑洞样品[8]。c 超短激光模拟霍金辐射现象实验示意图[14]。d 可见光波段人工黑洞实验示意图[15]。e 爱因斯坦环现象可见光波段模拟实验示意图[16]。

克尔效应来调控光纤折射率分布,后来再入射进来一束速度快、强度弱的探测光,探测光在逐渐靠近脉冲光的过程中,速度会逐渐减慢,无法超过脉冲光,因此在脉冲左右两侧分别形成白洞和黑洞的视界,并且该课题组在白洞视界处观测到了蓝移现象。2010年,崔铁军教授研究组[8]通过设计非共振和共振混合超构材料在实验上首次实现了微波波段人工黑洞,实验样品如图4.1b所示。同年,Belgiorno等人[14]将超短脉冲入射到透明的熔融二氧化硅玻璃中来改变折射率的分布,如图4.1c所示实验上观测到了Hawking辐射现象。2013年我们课题组[15]利用渐变波导体系来改变波导等效折射率,示意图如图4.1d所示,在实验上制备了光波段的人工黑洞。接近着2016年,我们课题组[16]运用类似技术,在实验上模拟了可见光波段的爱因斯坦环现象,实验示意图如图4.1e所示。

尽管人们已经在实验上取得了一定的成绩,但是制备出具有特定非均匀参数分布的材料仍然是一个重大挑战,特别是在可见光波段下。近年来有学者提出另外一个途径来研究弯曲时空中的电磁波运动,他们希望通过设计空间本身的几何形状来创造弯曲的空间,在这个体系中,光束被约束在物体表面厚度均匀的波导里,并且约束光束的材料折射率是不变的,光束在物体表面的演化仅仅受物体的几何形状影响。而该方法可追溯至1981年,在那时Costa教授[17]研究了粒子在弯曲表面上的运动问题,发现粒子的运动轨迹由曲面几何形状决定。随后Batz和Peschel将该理论引入到光学领域[18],将四维时空问题简化为二维曲面问题,并

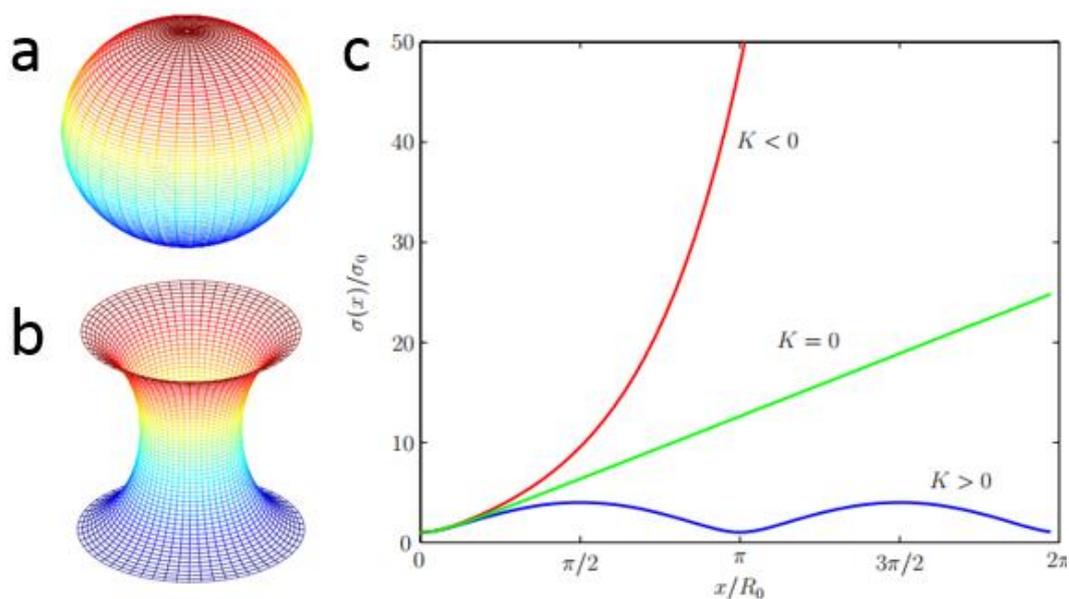


图 4.2 弯曲表面光场演化理论[18]。a 高斯曲率(K)为正常数的球面。b 高斯曲率(K)为负常数的双曲面。c 一定宽度的光束入射到3种高斯曲率表面上,其光束宽度的演化特性。

研究了光在曲面上的传播。具体研究了波动光学下，光束在正高斯曲率和负高斯曲率表面传播演化行为，图 4.2a 展示了球面类型的曲面，其高斯曲率为正的常数，图 4.2b 展示了双曲形状的曲面，其高斯曲率为负的常数。图 4.2c 展示了，将相同有限宽度的光束入射到不同高斯曲率表面上的演化行为，研究发现当光入射球面上传播时，其光斑会不断周期性聚焦，如蓝线所示，当入射到双曲形状的表面时，其光斑呈现指数式展宽，如红线所示，当入射到平面上时，其光斑线性展宽。随后，他们在实验上通过在球面和双曲面上镀一层厚度均匀且折射率高的介质薄膜来约束光束，发现实验结果[19]和上述理论计算结果很好的符合起来，紧接着他们又将该实验与天文学中用来测量星体尺寸的 HBT 技术结合起来[20]，从理论上和实验上研究了，在恒定正、负高斯曲率的二维表面上散斑图样的演化，其结果否定了光在自由空间传播中总是获得空间相干性的观点，并且该研究为探测时空曲率提供新的思路。与此同时，以色列的 Segev 教授课题组在该研究方向上也取得了非常好的研究成果[21-23]，分别于去年和今年连续发表两篇实验文章，观察到 Flamm 双曲面上的电磁隧穿现象[22]和验证了加速光束在弯曲球面上的非测地线传播[23]。目前我们课题组也在这方面开展了有意思的实验工作，还处在实验优化中，不过我将在后续拓展部分作详细介绍。

至此，我们看到了基于弯曲表面波导层，来研究弯曲时空中电磁波复杂动力学问题的热潮，而这些研究的实验基础就是通过构造与不同弯曲时空理论相对应的弯曲表面，然后在弯曲物体表面构造一层能够束缚光束的介质，进而研究光束在不同弯曲时空的演化行为。另外一方面，基于该项实验技术，人们也设计了精

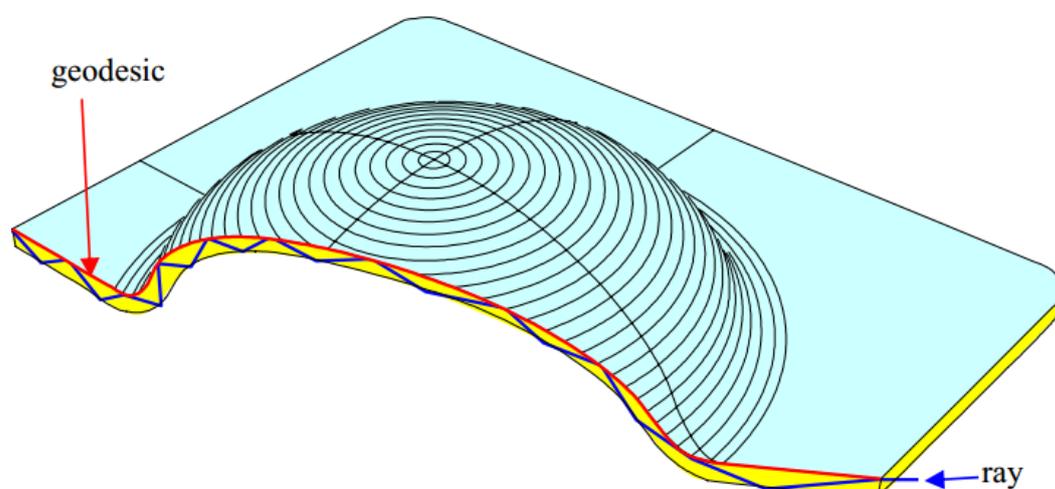


图 4.3 测地线透镜示意图 28。该透镜由均匀厚度的弯曲介质波导构成，蓝色光线在波导里上下震荡传播，并且轨迹沿着测地线（红色曲线）。并且该弯曲面具有旋转对称性。

密的光学器件，比如测地线透镜(geodesic lens) [24-28]，如图 4.3 所示[28]，蓝色光线在弯曲介质波导里传播，该波导具有旋转对称性，我们可以看到光线的轨迹符合测地线，因此该类器件称之为测地线透镜或者短程透镜。一般的透镜都是通过改变折射率来操控光束传播，但是测地线透镜却是通过控制弯曲波导的形状来调控光束传播。该透镜于 1957 年由意大利人 Francia 首次提出[29]，当时他正在研究微波辐射技术，发现该透镜理论可以很好的解释具有完美成像功能的微波透镜问题。由于测地线透镜具有焦距短、数值孔径大、焦斑尺寸小、无像差和无需进行波导模式转换等特点，因此在集成光学系统，它可以实现光线转折、准直、聚焦、傅里叶变换和相位变换等功能，由于该透镜具有这些特殊的功能，该透镜近些年来引起了人们的注意，并且在光学计算、声光频谱分析、光纤陀螺以及非成像光学等方面取得了重要成果，例如石邦仁教授课题组[30]基于测地线透镜实现的声光芯片，如图 4.4a 所示，测地线透镜在该芯片中极其重要的耦合和准直光束作用，该芯片可用于精密的光纤陀螺仪中。Miñano 等人[28]将测地线透镜用于光照明领域，如图 4.4b 所示，该文章里的测地线透镜可以起到光混频器的作用。

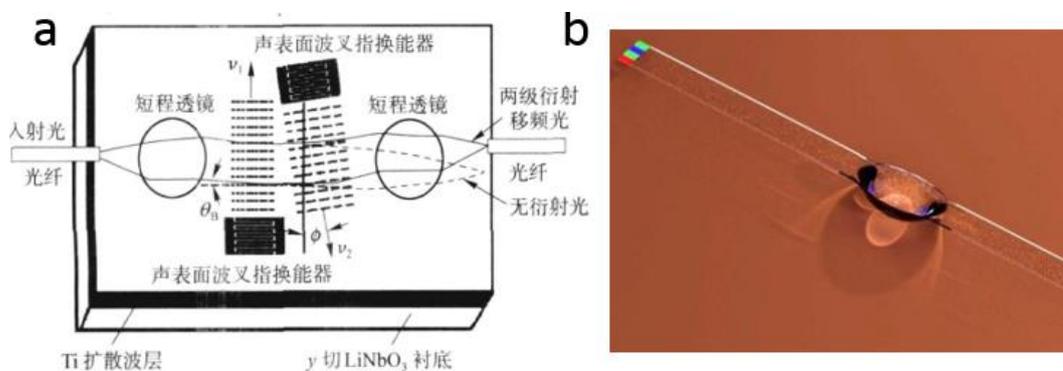


图 4.4 测地线透镜应用举例。a 集成声光芯片中的应用[30]。b 非成像光学中的应用

4.2 通过共形变换理论设计测地线透镜

在这个工作中，我们通过共形坐标变换找到测地线透镜和绝对仪器 (Absolute instruments) 之间对应关系[27,31]。与测地线透镜比起来，虽然绝对仪器[32-36]具有明显的非均匀折射率分布，但是同样可以使光源出射的光线无像散的成像，从几何光学的角度讲实现了完美成像。我们所熟知的麦克斯韦鱼眼透

镜、伊顿透镜、伦伯透镜和隐形透镜等都是绝对仪器[34]。如图 4.5a-d 所示，我们分别展示了麦克斯韦鱼眼透镜[37]、广义的麦克斯韦鱼眼透镜[34]、不可见透镜[38]和逆不可见透镜[36]，可以看到他们都具有中心对称的折射率分布， S 表示每个透镜中心点，在图 4.5a 和图 4.5b 中，由源 A 处发出的光线经圆弧轨迹在像 B 处成像，在图 4.5c 和图 4.5d 中，由源 A 处发出的光线经圆弧轨迹传播后在 A 处自成像，图 4.5a-d 中传播轨迹是根据哈密顿光学理论计算得到的[39]，我们看到在绝对仪器中光束轨迹形成闭环，实现了完美成像。不妨假设上述绝对仪器的折射率分布为 $n = n(r)$ ，那么经共形坐标变换[27]：

$$\begin{aligned} \rho &= n(r)r \\ dh &= n(r)dr \end{aligned} \tag{4.1}$$

其中 $n(r)$ 和 r 是绝对仪器里的参数， ρ 和 h 都是测地线透镜中的参数， ρ 表示半径方向坐标， h 表示从测地线透镜北极开始沿着子午线测量的长度。根据公式 4.1，我们将图 4.5a-d 里中心对称的折射率分布变换为折射率恒定的测地线透镜，如图 4.5e-h 所示，同时结合表 4-1，我们可以清晰地看到，通过共形坐标变换得到的

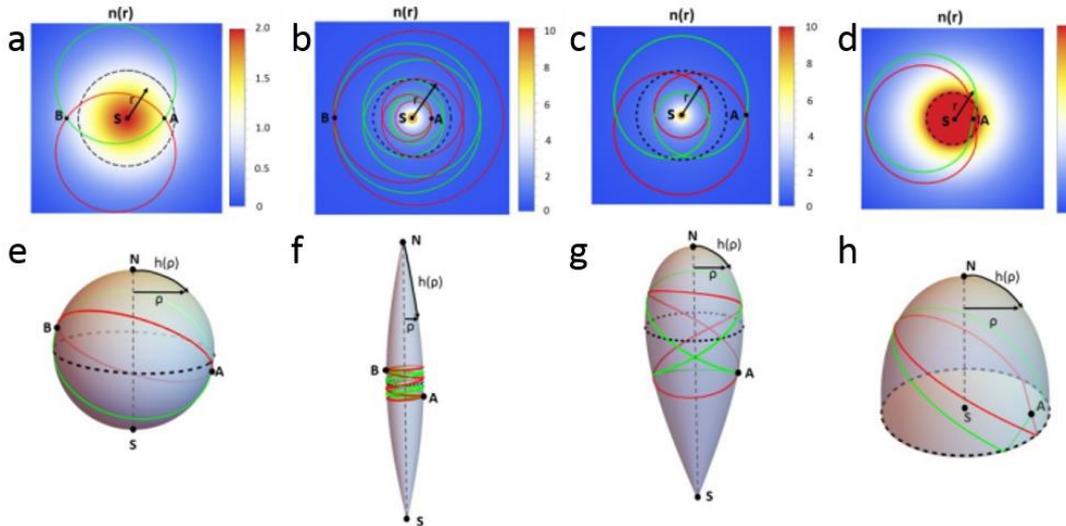


图 4.5 绝对仪器（上面一行）和测地线透镜（下面一行）。a 麦克斯韦鱼眼透镜。b 广义的麦克斯韦鱼眼透镜（ $M=5$ ）。c 不可见透镜。d 逆不可见透镜。e 球形测地线透镜。f 纺锤形测地线透镜。g Tannery 梨形测地线透镜。h 截断的 Tannery 梨形测地线透镜。

测地线透镜都具有不同的形貌和频谱，因此光束在测地线透镜上演化行为就等价于在折射率非均匀分布的绝对仪器中的传播行为，接下来我们将从理论上详细研究光束在测地线中的演化行为。

表 4-1 绝对仪器和对应测地线透镜参数。

绝对仪	绝对仪器折射率分	测地线	测地线透镜曲面形	测地线透镜频谱
-----	----------	-----	----------	---------

器	布	透镜	貌	
麦克斯韦鱼眼透镜	$n(r) = \frac{2}{1+(r/r_0)^2}$	圆球形	$h(\rho) = \arcsin(\rho)$	$\frac{\omega r_0}{c} = \sqrt{(N+m)(N+m+1)}$ $\approx N+m+0.5,$
广义麦克斯韦鱼眼透镜	$n(r) = \frac{2(r/r_0)^{1/M-1}}{1+(r/r_0)^{2/M}},$ $M = 2, 3, 4, \dots$	纺锤形 [36]	$h(\rho) = \arcsin(M\rho),$ $M = 2, 3, 4, \dots$	$\frac{\omega r_0}{c} = \frac{\sqrt{(N+M \cdot m)(N+M \cdot m+1)}}{M}$ $\approx \frac{N+0.5}{M} + m,$
不可见透镜	$(r/r_0)n^{3/2} + (r/r_0)n^{1/2} - 2 = 0$	Tannery 梨形 [40]	$h_1(\rho) = -\rho + 2\arcsin(\rho),$ $h_2(\rho) = \rho + 2\arcsin(\rho)$	$\frac{\omega r_0}{c} \approx \frac{N+0.5}{2} + m$
逆不可见透镜	$(r/r_0)n^{3/2} + (r/r_0)n^{1/2} - 2 = 0; r > r_0$ $n = 1; r < r_0$	截断的 Tannery 梨形 [41]	$h_1(\rho) = -\rho + 2\arcsin(\rho),$ $h_2(\rho) = 2 + \pi - \rho$	$\frac{\omega r_0}{c} \approx N + m + 0.5$

4.3 共形测地线透镜上的光场演化理论模型

在上一部分，我们通过共形坐标变换得到了与绝对仪器对应的测地线透镜，分析得知，该透镜与绝对仪器最大的区别的是，该透镜具有恒定的折射率，光场正是被束缚在这样一层厚度均匀的弯曲波导里。为了全面研究光场在该透镜里的演化，接下来我们将分别从几何光学和波动光学角度仔细研究测地线透镜。

从几何光学角度上，我们可以将光束传播看做粒子的运动，只需考虑光束传播的轨迹，我们又知道粒子在弯曲表面是沿着测地线传播的，并且表 4-1 已经给出了测地线透镜的形貌参数，因此我们可以通过求解测地线方程获得光束在测地线透镜上的传播，而粒子测地线方程表示为：

$$\frac{d^2 x^\lambda}{d\xi^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \frac{dx^\mu}{d\xi} \frac{dx^\nu}{d\xi} = 0 \quad (4.2)$$

其中 ξ 是测地线参数， $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ 是坐标系统 $(x^\lambda; \lambda=1,2)$ 的 Christoffel 符号。因为测地线透镜参数 $\rho(h)$ 具有旋转对称性，所以 Christoffel 符号可以表示为：

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\rho(h)\rho'(h) \end{pmatrix}_{\mu\nu} \\ \begin{pmatrix} 0 & \frac{\rho'(h)}{\rho(h)} \\ \frac{\rho'(h)}{\rho(h)} & 0 \end{pmatrix}_{\mu\nu} \end{pmatrix}_\lambda \quad (4.3)$$

其中我们用 (h, θ) 代替坐标系统 $(x^\lambda; \lambda=1, 2)$ 。将上述参数带入公式 4.2, 我们可得:

$$\begin{cases} h''(\xi) - \rho[h(\xi)]\rho'[h(\xi)]\theta'(\xi)\theta''(\xi) = 0 \\ \theta''(\xi) + 2\frac{\rho'[h(\xi)]}{\rho[h(\xi)]}h'(\xi)\theta'(\xi) = 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

通过求解方程组 4.4, 我们得到了如图 4.5e-h 中所示的测地线透镜上的光束传播轨迹, 其中红色和绿色代表从源 A 处发出不同出射条件下的轨迹, 在图 4.5e 和 4.5f 中 A 处发出的光线在 B 处实现完美成像, 刚好分别与图 4.5a 和 4.5b 中的完美成像对应起来, 在图 4.5g 和 4.5h 中实现完美自成像, 也与图 4.5c 和 4.5d 中现象一致。由此我们可以看到, 通过共形坐标变换[27], 我们将绝对仪器的性能映射到测地线透镜上, 在几何光学下实现了测地线透镜的完美成像。

从波动光学角度, 测地线透镜上的光场满足赫姆霍兹方程:

$$\tilde{\nabla}^2\psi + \frac{\omega^2}{c^2}\psi = 0 \quad (4.5)$$

其中 ψ 为波函数, ω 为本征频率, $\tilde{\nabla}^2$ 为二维弯曲表面的拉普拉斯算符。由于测地线透镜具有旋转对称性, 我们不妨假设波函数具有如下形式:

$$\psi(h, \varphi) = R(h)e^{im\varphi} \quad (4.6)$$

其中 m 表示角向周期数, R 是 h 的函数。紧接着我们将公式 4.6 代入方程 4.5, 可得:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial h^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial h} \frac{\partial R}{\partial h} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{m^2}{h^2}\right)R = 0 \quad (4.7)$$

因此我们很容易获得方程 4.7 的本征解, 发现对于不同的角向周期数 m , 其频率 ω 是简并的, 并且可以用非负整数 N 拟合, N 表示沿着半径径向方向上的节点数, 我们定义 ψ_{Nm} 和 ω_{Nm} 分别为本征函数和本征频率, 计算得到的本征频谱如表 4-1 所示。而且本征频率 ω_{Nm} 还可以表示为:

$$\omega_{Nm} = a s_{Nm} + b \quad (4.8)$$

其中 a 和 b 为常数, 对于所有本征函数 s_{Nm} 为整数。因此我们可以得知测地线透镜的频谱是简并和等间距的, 并且我们将这些测地线透镜的某些本征函数展示出来, 如图 4.6 所示。

与此同时, 公式 4.8 是频谱很自然就满足的方程, 只有满足这个公式, 测地

线透镜上的光波经历一个周期 T 之后才会回到原来状态。对于一般形式的波函数具有形式： $\psi = \sum_{Nm} c_{Nm} \psi_{Nm}$ ，当存在上述 T 满足 $T = 2\pi/a$ 时，我们可得：

$$\psi(T) = \sum_{Nm} \psi_{Nm}(T) = \sum_{Nm} \psi_{Nm}(0) e^{-i\omega_{Nm}T} = e^{-2\pi i b/a} \psi(0)，其本征函数演化满足$$

$\psi_{Nm}(t) = \psi_{Nm}(0) e^{-i\omega_{Nm}t}$ 。所以对于测地线透镜上脉冲光源的演化是周期性的。

另外一方面如果考虑质量为 m 粒子在自由空间里的演化，并令定态薛定谔方程参数 $\hbar = m = c = 1$ ，我们可得简化后的薛定谔方程：

$$-\frac{1}{2} \tilde{\nabla}^2 \psi = E \psi \quad (4.9)$$

如果粒子能量 $E = \omega^2/2$ ，那么公式 4.5 和式 4.9 就形式上等价了。这就为我们求出测地线透镜上自由粒子的能级：

$$E_{Nm} = \frac{\omega_{Nm}^2}{2} \quad (4.10)$$

这暗示了测地线透镜上量子波函数的演化是周期性的。

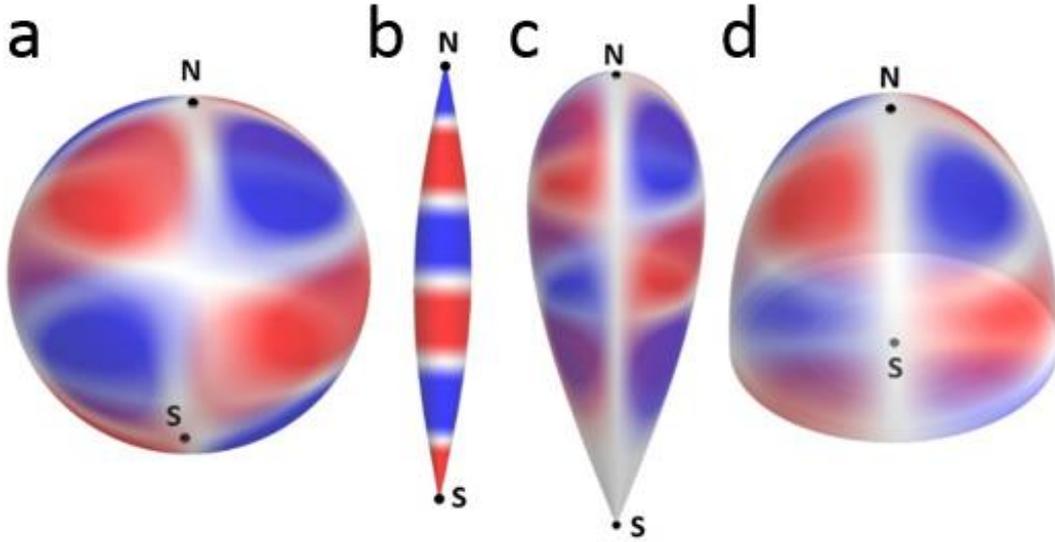


图 4.6 测地线透镜上本征波函数实部分布。a 本征波函数 ψ_{52} 在球面上的分布。b 本征波函数 ψ_{50} 在纺锤形曲面上的分布。c 本征波函数 ψ_{52} 在 Tannery 梨形曲面上的分布。d 本征波函数 ψ_{52} 在截断的 Tannery 梨形曲面上的分布。

4.4 两种类型测地线透镜的制备及光学测试

为了验证测地线透镜的闭合轨迹，我们在实验上制备了两个测地线透镜，一

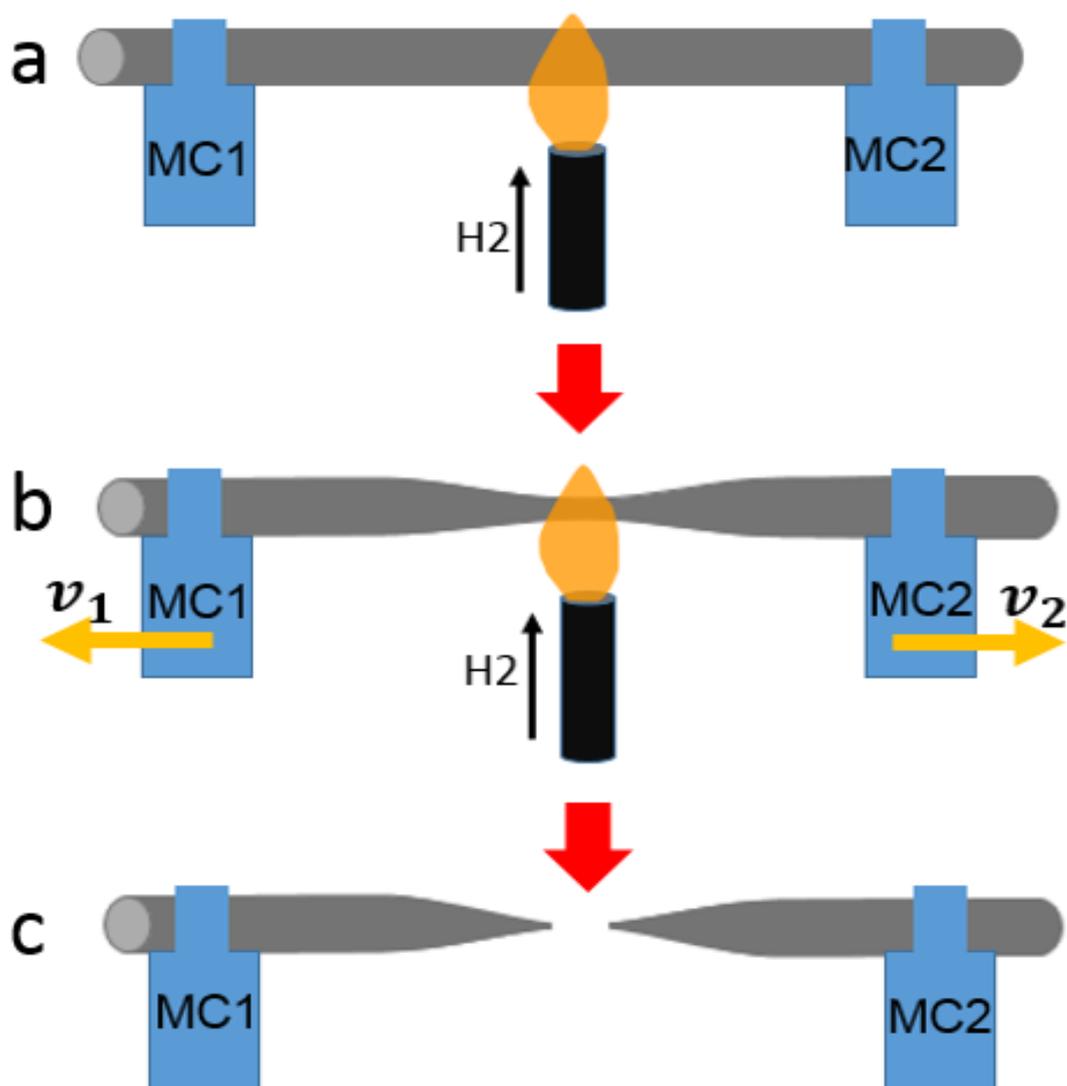


图 4.7 金属熔融拉锥过程示意图。a 银圆柱、位移控制台以及氢气火焰相对位置。一条直的银线固定在电脑程序控制的位移平台 MC1 和 MC2 上，然后再将氢气火焰放置在银圆柱下方正中间。b 银柱融化拉锥过程。通过电脑控制位移台速度，使得融化的银柱变细。c 银锥制备结束。原来的银柱从中间断开，得到两个金属圆锥。

个是纺锥形测地线透镜，对应于参数 $M=5$ 的广义麦克斯韦鱼眼透镜，另一个圆球形测地线透镜，对应于麦克斯韦鱼眼透镜。实验上，我们通过聚合物的自组装技术，在纺锥形和圆球形物体外面沉积厚度均匀且较厚的 PMMA 波导层，然后在用荧光成像方法来观测表征光束演化。

整个样品制备过程大概要经历 3 个过程：金属熔融拉锥、聚焦离子束微加工以及旋涂镀膜。接下来我们将以纺锤体结构为例详细介绍一下该测地线透镜的样品制备过程。金属熔融拉锥过程：图 4.7 简要展示了这个过程，首先，将直径 $400\ \mu\text{m}$ 的银质圆柱固定在两端位移平台上，然后将氢气火焰慢慢移到圆柱中间正下

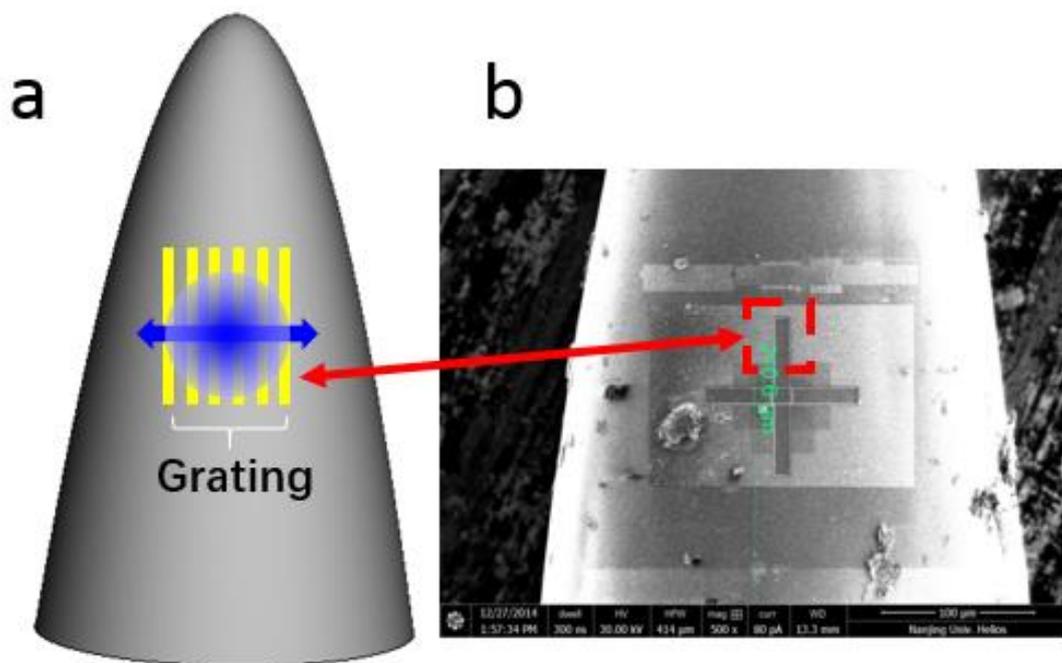


图 4.8 聚焦离子束微加工过程。a 耦合光栅和样品形貌示意图。黄色方块阵列表示耦合光栅，蓝色渐变圆斑表示激发光斑大小，蓝色箭头表示激光耦合到波导里传播方向。b 耦合光栅和样品实物图。其中红色虚线框内即为 a 图中的耦合光栅。

方位位置（如图 4.7a 所示）。其次，通过计算机程序控制两侧位移平台速度，使得

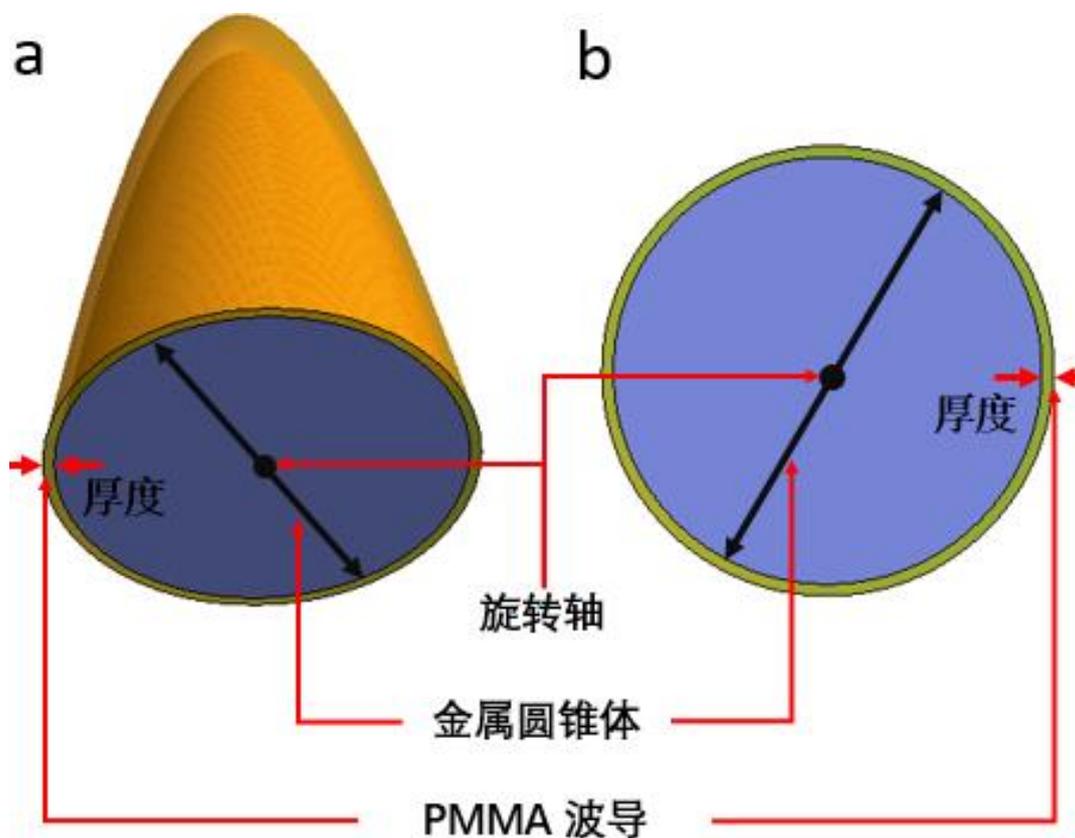


图 4.9 样品示意图。a 金属圆锥波导侧视示意图。b 金属圆锥波导截面示意图。

圆柱中间区域逐渐变细（如图 4.7b 所示）。最终，当银柱中间区域在一定情况下断开，形成两个金属圆锥（如图 4.7c 所示）。聚焦离子束微加工过程：如图 4.8 所示，将图 4.7c 中获得的金属圆锥安装在载物台上，并用聚焦离子刻蚀技术（FEI Strata FIB 201, 30 keV, 11 pA）制备出周期为 310 nm 的耦合光栅，光栅和金属圆锥示意图如 4.8a 所示，图 4.8b 展示了样品以及光栅结构。旋涂镀 PMMA 膜技术：将带有耦合光栅的金属圆锥结构放置于掺有稀土 Eu^{3+} 的 PMMA 溶液中一段时间，然后经过多次旋涂，PMMA 溶液将会沉积在金属圆锥表面，形成一层波导膜，然后再将样品放置于恒温箱里，并保持 70°C ，加热 2 小时来去除残余的溶剂。最后，我们制备出一个三维的金属波导，样品示意图如图 4.9 所示，中间蓝色区域为金属圆锥，外面橘黄色区域为 PMMA 波导。我们可以清楚地看到，金属波导由金属体和具有均匀旋转对称的 PMMA 波导组成。实验中，通过控制金属丝两端的牵引速度、金属丝材料以及与氢气火焰间距，可以改变金属圆锥的形状。通过改变 PMMA 溶液的溶解度和旋涂参数等，可以改变聚合物层的厚度和均匀性。最终运用上述实验工艺，我们在实验中制作了一个纺锤形波导，如图 4.10b 所示。该波导厚度均匀且足够厚，可以把它看作块体材料，折射率约为 1.52。

图 4.10 展示了实验中的观测装置示意图、纺锤体金属波导以及纺锤体金属

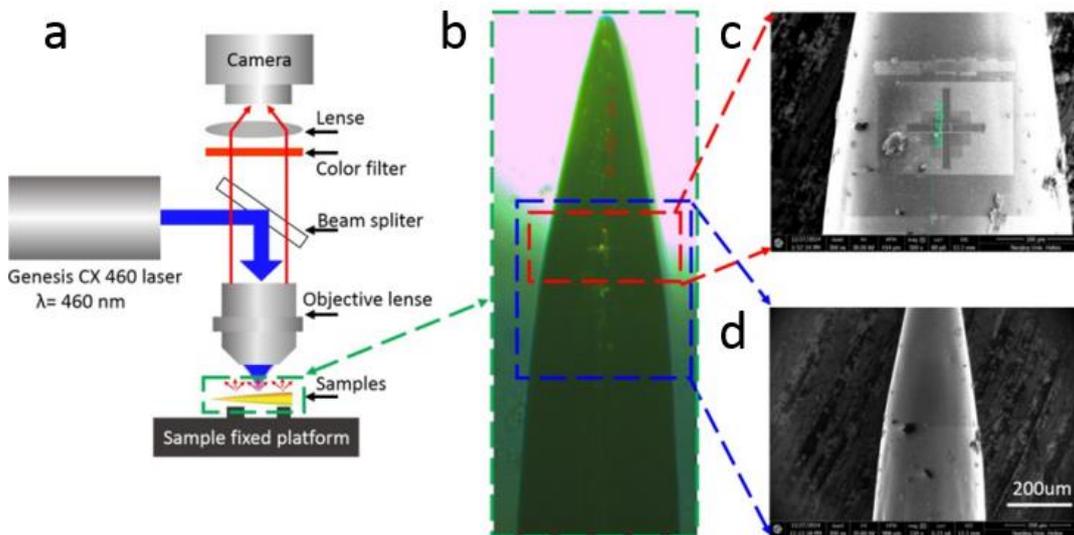


图 4.10 观测耦合装置示意图以及样品介绍。a 观测耦合装置示意图。激光从金属波导顶部入射，入射到耦合光栅上，在波导里传播，激发稀土元素。稀土元素辐射出来的红光经过滤色片被相机收集。b 金属弯曲波导形貌图。白光从波导底部照射过来。c 金属弯曲表面扫描电子显微镜图。耦合光栅已经加工好，改图所占区域大致对应于 b 中红色虚线框内。d 金属弯曲表面未加工时扫描电子显微镜图。该区域大致对应于 b 中蓝色区域。

表面。图 4.10a 展示了实验中的观测装置，波长 460nm 的激光从顶部入射到金属波导上，然后通过耦合光栅在波导里传播，在激光传播路径上的稀土元素吸收激光，并发射出波长 610 nm 左右的辐射光，该辐射光经物镜透镜收集，再经过滤

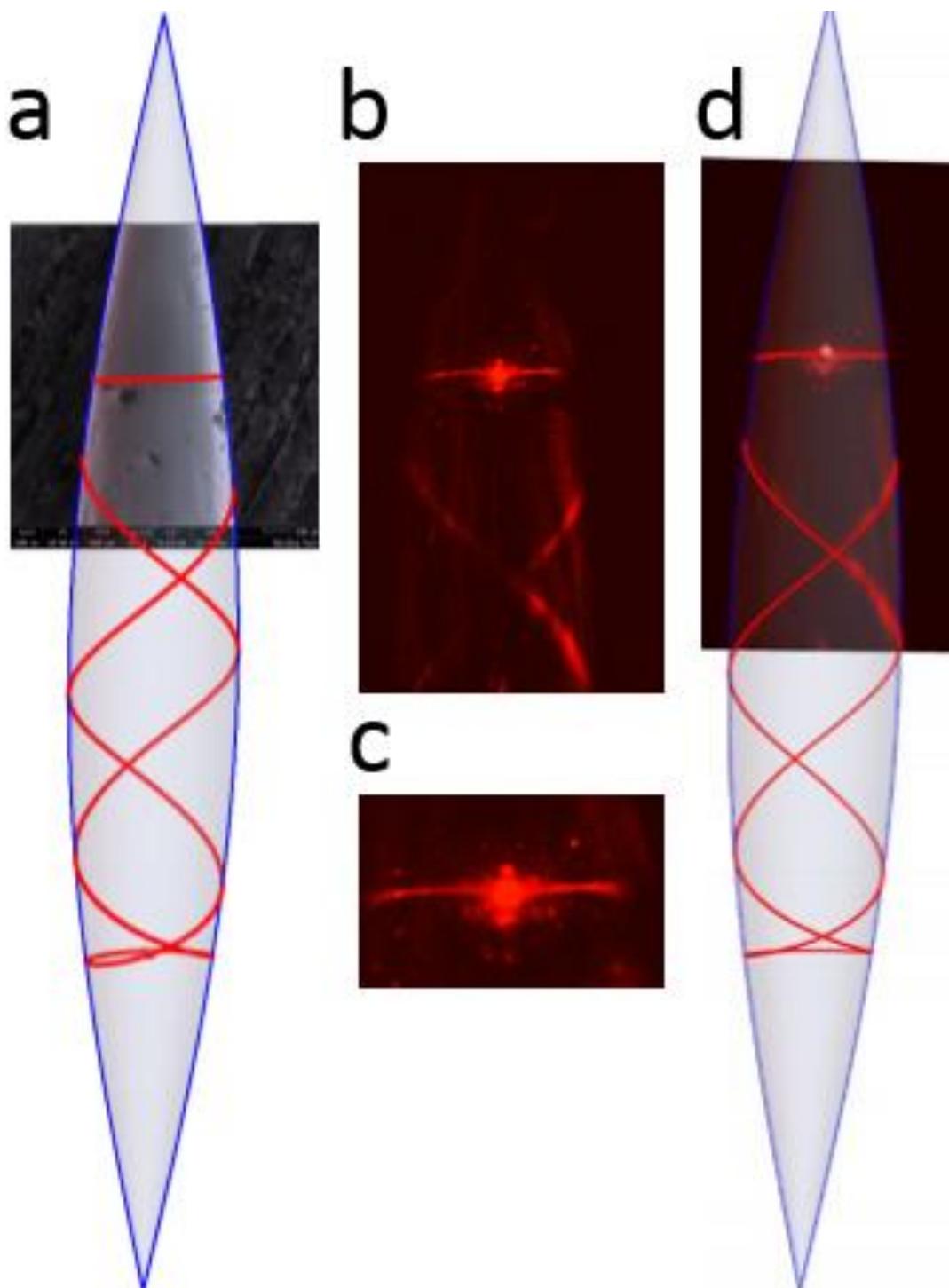


图 4.11 纺锤体结构 ($M=5$) 的光学测试以及数据拟合结果。a 金属弯曲表面拟合结果。该表面形状符合表 4-1 中 $M=5$ 的纺锤体。b 实验测试结果。c 激光耦合过程。d 理论计算 $M=5$ 纺锤体结构表面测地线。

色片过滤掉 460 nm 的背景光，最终成像在相机上。图 4.10b 展示了样品在白光照射下的波导形貌图，图 4.10c 和 4.10d 为沉积 PMMA 之前的扫描电子显微镜图，图 4.10c 显示小区域照片且有耦合光栅结构，图 4.10d 为更大区域样品形貌，该图是在刻蚀光栅结构前拍摄的，基于图 4.10d 我们可以很精确地获得样品形貌参数。我们提取出图 4.10d 中三维弯曲表面参数，通过表 4.1 纺锤体公式拟合发现该曲面满足 $h(\rho) = \arcsin(M\rho)$ ，其中 $M = 5$ 。由于制备出完整微米量级 $M=5$ 的纺锤体很是十分困难的，因此实验上我们仅仅制备出该纺锤体结构的一部分区域，但是图 4.11 中的蓝线显示了拟合的、完整的纺锤体结构，我们可以看到拟合结果（蓝线）与实验样品形貌很好的符合起来，与此同时我们也根据测地线方程（公式 4.4），计算了该结构上某些初始条件下的测地线轨迹。为了验证这些轨迹，我们在实验上进了光学测试，通过耦合光栅将 460 nm 的蓝色激光耦合进金属弯曲波导，并随即激发路径上的稀土量子点，实验结果如图 4.11b 所示，光栅耦合如图 4.11c 所示，由图 4.11c 我们看到垂直入射的激光被耦合光栅转化为水平向左和水平向右两个方向传播的光束，之后两个光束在金属弯曲波导里沿着测地线传播，正如图 4.11b 所示，在曲面上不断的相交，由于完整纺锤体样品的制备十分困难，所以我们在此仅能观测到光束在其部分结构区域的演化行为。为了能够观察到完整光线演化行为，我们对其进行了理论计算，其结果如图 4.11d 所示，我们将实验中的光线初始条件以及样品形貌导入理论计算，获得了和实验结果一致的结果，我们看到光线在该纺锤体波导里沿着测地线传播，并且形成了闭合的路径，在表面上的每一个相交点可以看做一次成像点，因此根据前面理论分析我们在纺锤体弯曲波导里实现了完美成像。

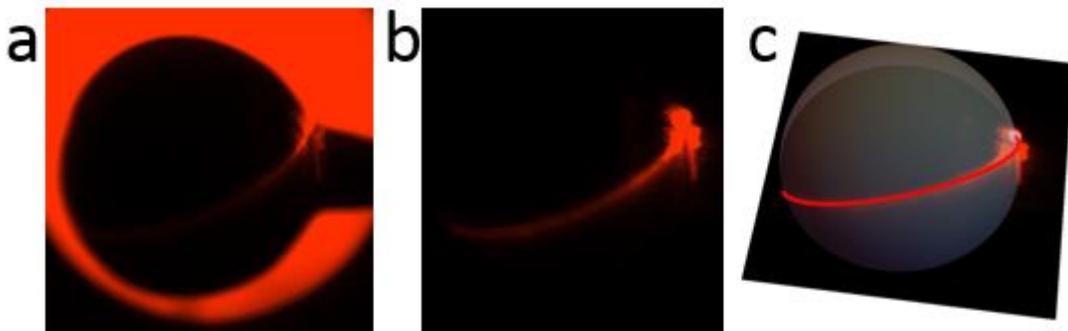


图 4.12 圆球结构的光学测试以及拟合计算结果。a 圆球波导样品实物图。环境光白光从样品底部照射，透过滤色镜呈现为图中颜色。b 实验样品测试图。环境光已经关闭，此时可以看到清晰的传播轨迹。c 拟合计算结果。拟合数据来源于实验。

另外,我们在实验上还制备了一个与麦克斯韦鱼眼透镜对应的金属圆球波导测地线透镜,如图 4.12a 所示,该图为白光照射下,透过滤色片看到样品整体形貌图,该金属圆球由铁材料制备而成,半径为 1 mm,并且圆球固定在细铁丝上,该细铁丝可以起到固定样品作用。同样的我们通过旋涂法在圆球体表面沉积一层 PMMA 波导层。手柄附近蚀刻了耦合光栅,实验中我们将 460 nm 的激光通过光栅耦合到球面波导中,光线在球面上形成了闭合的轨迹,如图 4.12b 所示。为了进一步证明实验中的发现,我们根据测地线方程做了理论计算,计算中我们从图 4.12a 和图 4.12b 中提取实验数据,计算结果如图 4.12c 所示,通过对比实验结果(图 4.12b)、理论计算结果(图 4.5e 和图 4.12c),我们发现三者的结果很好地吻合起来。至此我们详细介绍了实验室制备的两个测地线透镜。

4.5 基于弯曲空间嵌入图控制光场演化

正如本章引言部分所介绍,现在国际上很多研究组正基于弯曲表面来研究弯曲时空中电磁波复杂动力学问题,在这里,我们将用一节来详细介绍一下,我们在这个研究方向领域取得的一些初步实验结果,而这一部分内容也是我们以后研究的重点方向,并且也是我们上面介绍工作的一个拓展和延伸,因此想在这里提前向大家介绍一下。

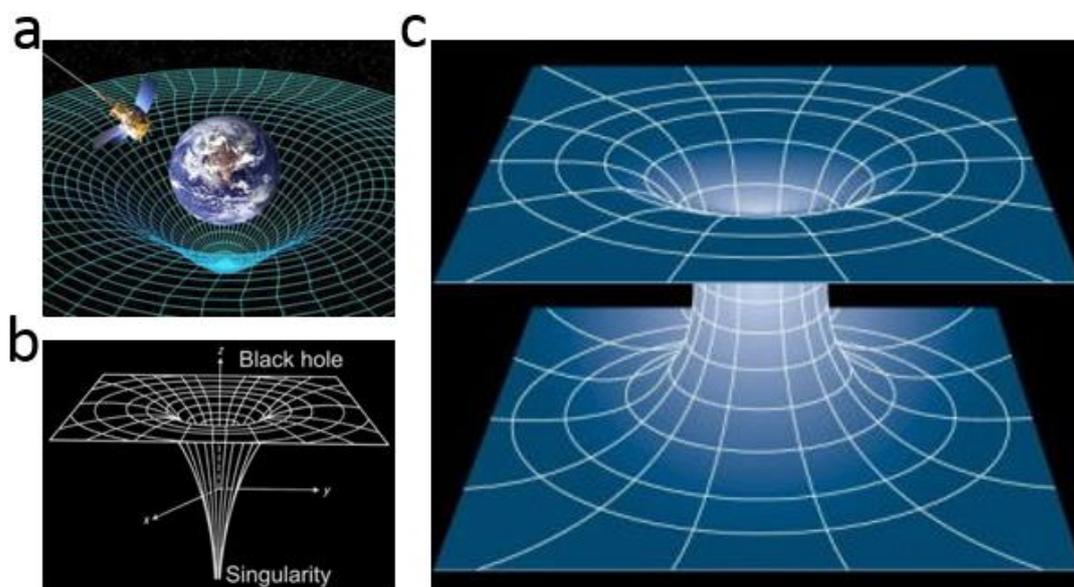


图 4.13 弯曲空间嵌入图示例[42][43]。a 地球周围弯曲空间嵌入图。b 黑洞周围弯曲空间嵌入图。c 虫洞周围嵌入图。

我们知道广义相对论讨论的空间是弯曲的，但是它是不可见，没有物理图像对应，在这里我们介绍一种可以直观表达空间弯曲属性的工具——嵌入图[42,43]，如图 4.13 所示，我们先展示了几个常见弯曲空间的嵌入图，图 4.13a 为地球周围赤道面上的嵌入图，它是一张弯曲的二维曲面。图 4.13b 为黑洞赤道面上的嵌入图，我们可以看到这张二维弯曲表面在原点呈现奇异性。图 4.13c 为虫洞周围的嵌入图。这些图片我们经常可以在相对论的很多研究文献中看到，它们以各自特异的弯曲二维面展示着对弯曲空间的直观表述。有了它们的帮助，一方面我们在研究理论问题时就有了清晰的物理图像，另一方面由于不同的弯曲表面对应着不同的弯曲空间，因此我们可以在实验上制备这些弯曲的二维面，进而来研究弯曲空间的属性。在介绍具体实验之前，我们先介绍下如何从理论上得到这些嵌入图。

我们知道在广义相对论中，弯曲时空线元作如下表示：

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (4.11)$$

其中 $g_{\mu\nu}$ 为度规张量， $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ 。如果我们研究静态球对称恒星，那么在球坐标系下线元可简化为：

$$ds^2 = g_{00} dt^2 + g_{11} dr^2 + g_{22} d\theta^2 + g_{33} d\varphi^2 \quad (4.12)$$

对于每个等 t 面 Σ_t ，该项 $dt = 0$ ，进一步我们可以得到只含有空间部分的度规表达式：

$$ds^2 = g_{11} dr^2 + g_{22} d\theta^2 + g_{33} d\varphi^2 \quad (4.13)$$

我们接下来将基于上述公式，表述弯曲空间的弯曲属性。不妨假设星体具有球对称性，那么我们可以仅仅关心星体外围赤道平面上的空间弯曲属性，即研究 $\theta = \pi/2, d\theta = 0$ ，那么公式 4.13 可简化为：

$$ds^2 = g_{11} dr^2 + g_{33} d\varphi^2 \quad (4.14)$$

如图 4.14a 所示，物体限制在赤道面 P 内运动，如图物体沿着半径线 L 从 $P1$ 运动到 $P2$ ，在运动的过程中处处感受到空间的弯曲，为了描述二维空间 P 面上的内禀弯曲性，我们借助三维欧式空间来直观地表现出这种黎曼空间里的弯曲属性。黎曼空间从 $P1$ 到 $P2$ 的运动，可以等效为欧式空间从 $Q1$ 到 $Q2$ 的运动。原因是我们知道在三维欧式空间在柱坐标系下度规可表示为：

$$ds^2(\text{欧}) = dz^2 + dr^2 + r^2 d\varphi^2 \quad (4.15)$$

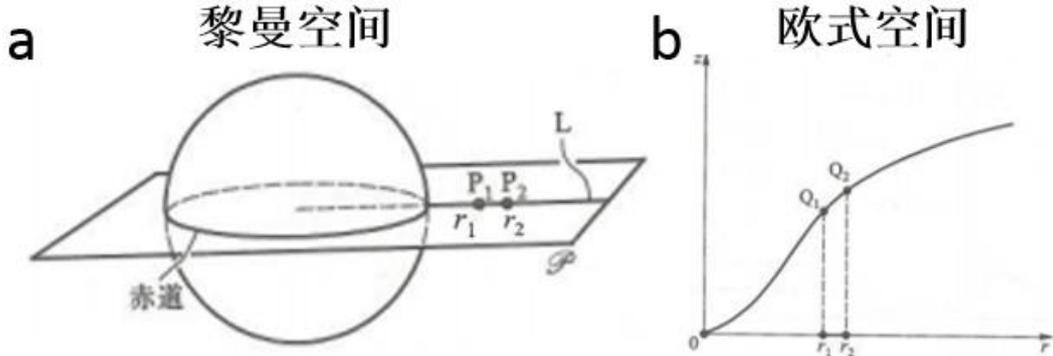


图 4.14 黎曼空间内禀弯曲性与欧式空间曲面对应关系[43]。a 黎曼空间二维赤道面 p 面。
b 欧式空间曲面。

进一步通过化简，我们可得：

$$\begin{aligned}
 ds^2(\text{欧}) &= dz^2 + dr^2 + r^2 d\varphi^2 \\
 &= \left(\frac{dz}{dr} dr \right)^2 + dr^2 + r^2 d\varphi^2 \\
 &= \left[\left(\frac{dz}{dr} \right)^2 + 1 \right] dr^2 + r^2 d\varphi^2
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

对比公式 4.14 和 4.16，由 $ds^2(\text{欧})=ds^2$ ，我们可得：

$$\frac{g_{11}}{g_{33}} = \frac{\left[\left(\frac{dz}{dr} \right)^2 + 1 \right]}{r^2} \tag{4.17}$$

至此我们得到黎曼空间的度规与欧式空间之间的联系，在图 4.14b 中欧式空间 z - r 曲线等价于黎曼空间 L 线上弯曲性质。如果我们将图 4.14b 中曲线绕着 Z 轴旋转起来，形成一个曲面，那么这个曲面就表示黎曼空间赤道面上的弯曲属性，而旋转而成的曲面就是黎曼空间星体所对应的嵌入图。下面我们将通过一个实例来运用一下嵌入图概念。

我们知道史瓦西度规是爱因斯坦场方程的第一个精确解，它描述是静态球对称星体外围空间中的解，其度规可写为如下形式：

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_s}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \tag{4.18}$$

其中 r_s 表示史瓦西半径，并且和星体质量 M 有关， $r_s = 2M$ 。由于是静态的，所以 $dt = 0$ ，如果我们仅考察星体赤道面上弯曲属性，那么 $\theta = \pi/2, d\theta = 0$ ，所以我们将公式 4.18 化简为：

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\varphi^2 \quad (4.19)$$

由公式 4.14, 我们可得:

$$g_{11} = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1}, g_{33} = r^2 \quad (4.20)$$

代入公式 4.17, 我们可得:

$$\frac{dz(r)}{dr} = \sqrt{\frac{r_s}{r - r_s}} \quad (4.21)$$

不妨约定 $z(r_s) = 0$, 积分可得在星球外部弯曲空间的嵌入图数学形式[22]:

$$z(r) = \pm \sqrt{4r_s(r - r_s)} \quad (4.22)$$

图 4.15 展示了嵌入图的形式, 我们可以看到这是一个二维弯曲表面, 该弯曲表面关于 z 轴呈旋转对称性, 该弯曲表面在 $r = r_s$ 具有最小半径, 该处称为喉, 它将弯曲表面均匀的分为上下两个弯曲抛物曲面。

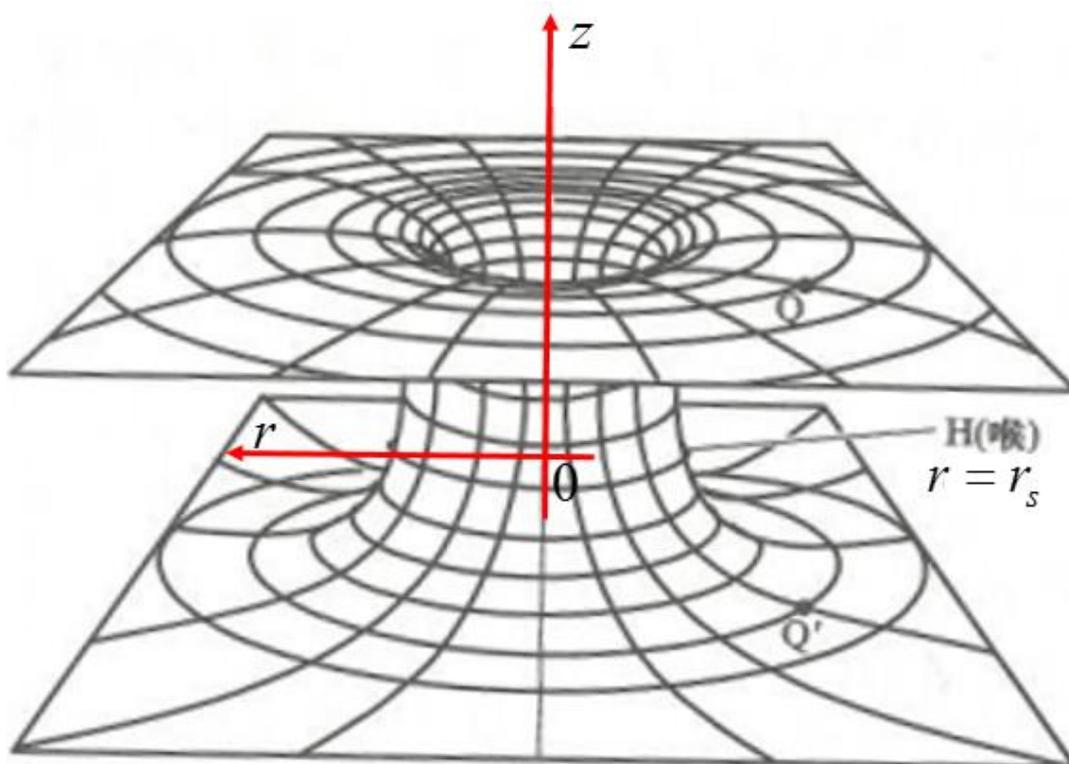


图 4.15 静态球对称星体外部空间所对应的嵌入图[43]。其中 $r=r_s$ 的圆周表示喉, 它将上下两个对称的抛物面形状弯曲表面连接起来。

至此我们详细介绍了嵌入图理论, 接下来我们将主要介绍下, 这一领域里最

近取得的一些重要成果，其实主要是以色列 Segev 课题研究工作，Segev 教授去年 11 月份在《自然光子学》(nature photonics)[22]发表了有关利用弯曲表面控制光的传播，其实验结果如图 4.16 所示，他们以史瓦西度规为出发点，得到了如图 4.15 所示的嵌入图，然后在实验上制备了有一定厚度的双曲抛物面，如图 4.16a 所示，这样一层高介电常数的聚合物可以很好地束缚光，使得光波在弯曲表面传播。他们通过图 4.16b 所示的耦合装置，将一束高斯光束耦合到这样弯曲表面，观察到了如图 4.16c 所示的实验结果，实验中为了观测到光场，他们事先在聚合物波导里掺入量子点，左侧入射的光在向右侧传播过程中，能量逐渐变弱，在喉处曲面里的光最弱，过了喉处之后，弯曲表面里的光又逐渐增强，他们结合 FDTD 仿真模拟证明了该过程，同时他们得出结论，电磁波在喉处发生了隧穿现象，在即将要到达喉处时，弯曲表面里光辐射到环境中，一旦过了喉处，该辐射出去光又重新返回到弯曲表面里。与此同时，他们根据高斯光束宽度变化计算得到了光场群速度的变化，其结果如图 4.16d 中白线所示。

近些年来，我们课题组从理论和实验上对嵌入图方面展开了研究。首先理论

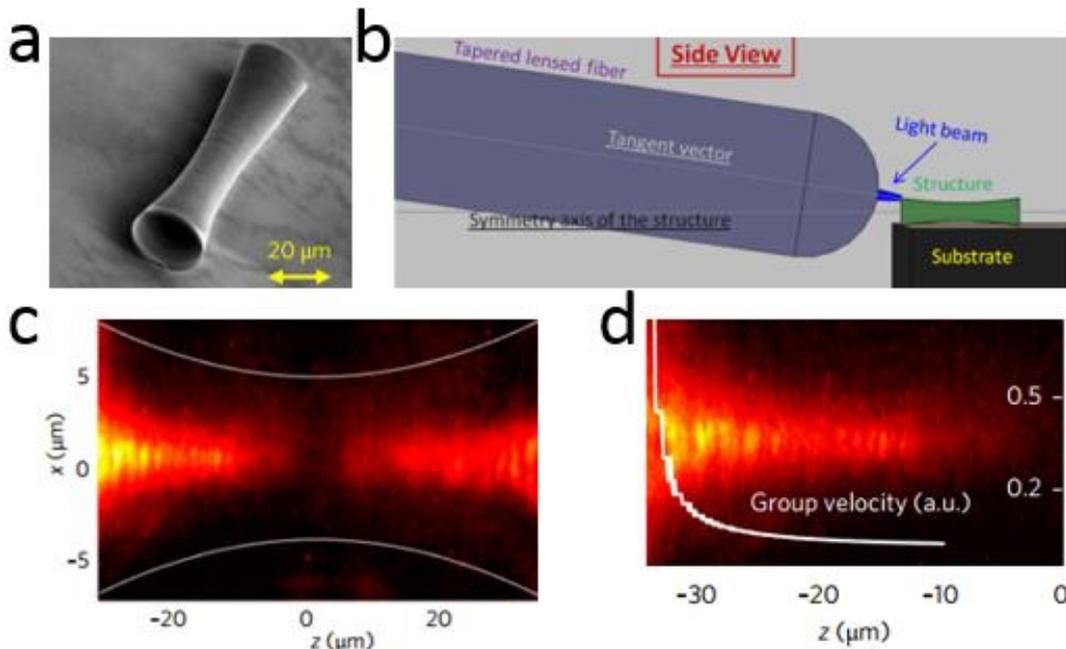


图 4.16 基于嵌入图理论研究光在弯曲空间里的演化[22]。a 基于史瓦西度规嵌入图设计的样品。该样品尺寸参数完全来自于公式 4.22，该样品仅仅由一定厚度的聚合物层 3D 打印制备而来。b 样品激发示意图。其中右侧绿色区域为样品，就是 a 中样品结构，通过耦合装置（蓝色）将高斯光束输入样品里。c 为高斯光束在聚合物层里传播实验图。光束从左侧入射，在喉部分亮度最弱，然后在右侧出射端强度又增加了。d 基于实验结果 c 计算得到的群速度。在向喉处传播过程中，群速度越来越小。

方面，我们根据嵌入图理论，计算得到了不同度规对应的嵌入图，如图 4.17 所示。图 4.17a 展示了 de Sitter 度规得到的嵌入图，它是一个对数函数形式的函数分布。图 4.17b 展示了 Morris-Thorne 虫洞度规所对应的嵌入图，该度规是由 Kip Thorne 和他的研究生 Mike Morris 共同提出的，描述了一种理论上可穿越的虫洞。图 4.16c 展示了宇宙弦度规所计算得到嵌入图，该度规是研究早起宇宙中的拓扑缺陷的度规，我们可以看到其度规对应于一个锥体。图 4.17d 展示了 FLRW 度规所计算得到的嵌入图，由于该度规含有加速膨胀项，因此是随着时间变化的，这里我们仅展示某个时刻的嵌入图。

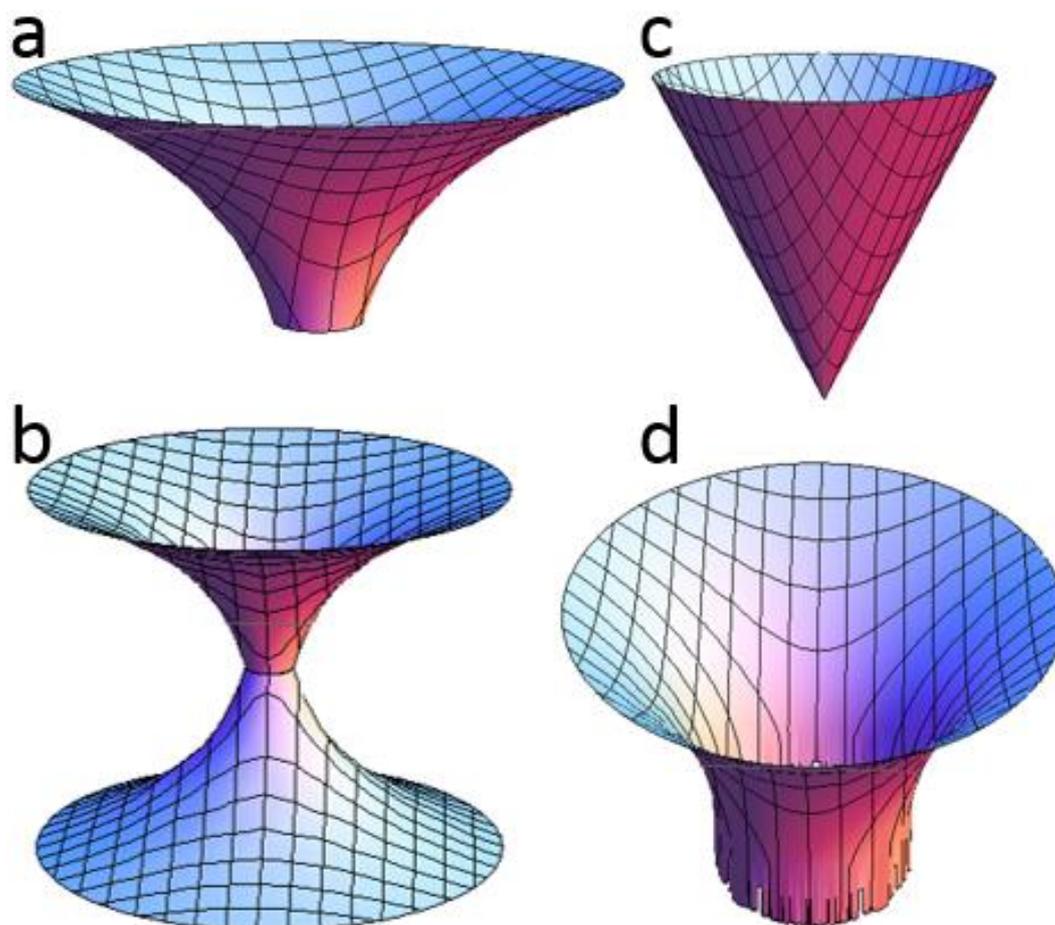


图 4.17 不同度规对应的嵌入图。a 根据 de Sitter 度规得到的嵌入图。b 根据 Morris-Thorne 虫洞度规得到的嵌入图。c 根据宇宙弦度规得到的嵌入图。d 根据 FLRW 度规 $t=3$ 时得到的嵌入图。

与此同时，我们基于嵌入图理论也设计实验样品，如图 4.18 所示，我们设计了不同结构的实验样品，图 4.18a、图 4.18c 和图 4.18e 为样品设计示意图，我们看到设计的不同高斯曲率表面的弯曲样品具有一定的厚度，这样入射的光束就可以束缚在弯曲表面传播，那么光场的演化性质受不同表面的弯曲属性所影响。图

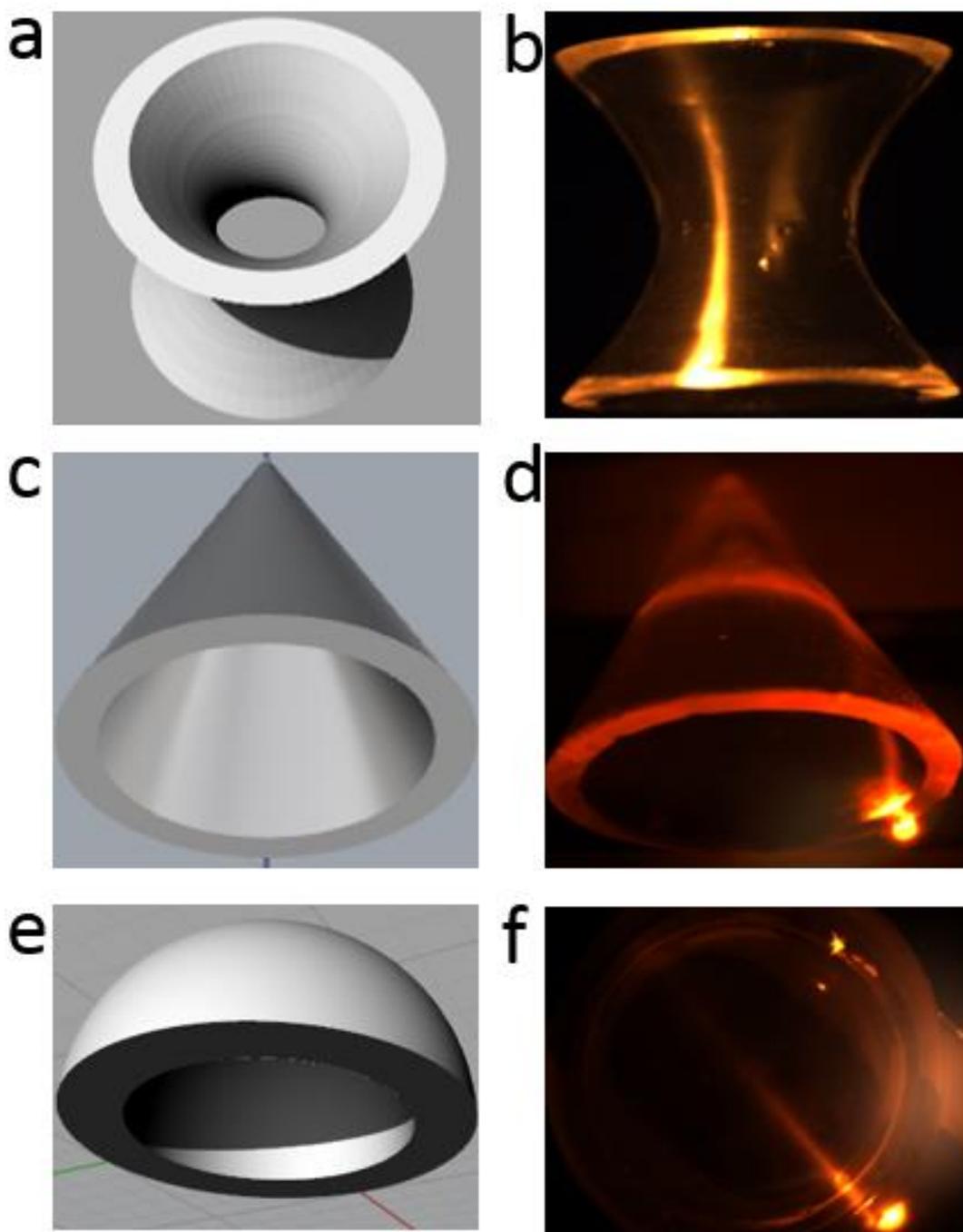


图 4.18 基于嵌入图设计的实验样品。a 为双曲抛物线弯曲表面样品示意图。b 为与 a 对应的实验样品。c 为圆锥样品示意图。d 为与 c 对应的实验样品。e 为半球形样品示意图。f 为与 e 对应的实验样品。

4.18b、图 4.18d 和图 4.18f 为具体制备的实验样品，从上到下依次为单叶双曲抛物面、圆锥和半球壳，这些制备的样品和理论上设计的结构还是很好符合的，目前我们只是简单地对这些样品进行表征和测试，我们在实验中将一束非常细的光束，耦合到这些嵌入图里，通过实验照片，我们看到，光束在这些嵌入图里沿着测地线传播，为了消除入射光的影响，我们在观测过程中添加了蓝光滤色片，我

们现在所看到的实验图都是荧光图。在我们的后续测试中，我们还将继续设计更加复杂的光路和入射光束，来进行更加深入工作。我们期待在嵌入图方面能够尽快收获有意思的实验成果。

4.6 本章小结

总结该章，首先我们通过共形变换从绝对仪器推导出了测地线透镜，其次从几何光学分析了测地线透镜上闭合轨迹，从波动光学分析了光波演化，再次基于波动光学分析，我们得到测地线透镜频谱和绝对仪器频谱具有相同性质，即简并和等距的，最后我们在实验上制备了纺锤体测地线透镜和圆球测地线透镜，并从几何光学角度证明光线在曲面上传播形成闭合的轨迹。在最后的拓展部分，我们也详细介绍了目前刚刚展开的嵌入图实验，这些实验和测地线透镜具备相同的样品加工技术，由于刚刚展开实验，所以仅仅做了简单介绍。总结本章，我们的研究结果为研究光在曲面中的传播提供了一个新的平台。

参考文献

- [1] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith, " Controlling electromagnetic fields, " *Science* 312, 1780 (2006).
- [2] U. Leonhardt, " Optical conformal mapping, " *Science* 312, 1777 (2006).
- [3] J. Plebanski, " Electromagnetic Waves in Gravitational Fields, " *Physical Review* 118, 1396 (1960).
- [4] U. Leonhardt and T. G. Philbin, " General Relativity in Electrical Engineering, " *New Journal of Physics* 8, 247 (2006).
- [5] D. A. Genov, S. Zhang, and X. Zhang, " Mimicking celestial mechanics in metamaterials, " *Nature Physics* 5, 687 (2009).
- [6] T. G. Philbin, C. Kuklewicz, S. Robertson, S. Hill, F. König, and U. Leonhardt, " Fiber-optical analog of the event horizon, " *Science* 319, 1367 (2008).
- [7] A. Greenleaf, Y. Kurylev, M. Lassas, and G. Uhlmann, " Electromagnetic wormholes and virtual magnetic monopoles from metamaterials, " *Physical Review Letters* 99, 183901 (2007).
- [8] Q. Cheng, T. J. Cui, W. X. Jiang, and B. G. Cai, " An omnidirectional electromagnetic absorber made of metamaterials, " *New Journal of Physics* 12, 063006 (2010).
- [9] E. E. Narimanov and A. V. Kildishev, " Optical black hole: Broadband omnidirectional light absorber, " *Applied Physics Letters* 95, 041106 (2009).
- [10] V. Ginis, P. Tassin, B. Craps, and I. Veretennicoff, " Frequency converter implementing an optical analogue of the cosmological redshift, " *Optics Express* 18, 5350 (2010).
- [11] R. Bekenstein, R. Schley, M. Mutzafi, C. Rotschild, and M. Segev, " Optical simulations of gravitational effects in the Newton-Schrodinger system, " *Nature Physics* 11 (2015).
- [12] I. I. Smolyaninov and Y. J. Hung, " Modeling of time with metamaterials, " *Journal of the Optical Society of America B* 28, 1591 (2011).
- [13] I. I. Smolyaninov, Y.-J. Hung, and E. Hwang, " Experimental modeling of cosmological inflation with metamaterials, " *Physics Letters A* 376, 2575 (2012).
- [14] F. Belgiorno, S. L. Cacciatori, M. Clerici, V. Gorini, G. Ortenzi, L. Rizzi, E. Rubino, V. G. Sala, and D. Faccio, " Hawking Radiation from Ultrashort Laser Pulse

- Filaments, " *Physical Review Letters* 105, 203901 (2010).
- [15] C. Sheng, H. Liu, Y. Wang, S. N. Zhu, and D. A. Genov, " Trapping light by mimicking gravitational lensing, " *Nature Photonics* 7, 902 (2013).
- [16] C. Sheng, B. Rivka, H. Liu, S. Zhu, and S. Mordechai, " Wavefront shaping through emulated curved space in waveguide settings, " *Nature Communications* 7, 10747 (2016).
- [17] C. Da and C. T. R., " Quantum mechanics of a constrained particle, " *Physical Review A* 23, 1982 (1981).
- [18] S. Batz and U. Peschel, " Linear and nonlinear optics in curved space, " *Physical Review A* 78, 43821 (2008).
- [19] V. H. Schultheiss, S. Batz, A. Szameit, F. Dreisow, S. Nolte, A. Tünnermann, S. Longhi, and U. Peschel, " Optics in curved space, " *Physical Review Letters* 105, 143901 (2010).
- [20] V. H. Schultheiss, S. Batz, and U. Peschel, " Hanbury Brown and Twiss measurements in curved space, " *Nature Photonics* 10, 106 (2015).
- [21] R. Bekenstein, J. Nemirovsky, I. Kaminer, and M. Segev, " Shape-Preserving Accelerating Electromagnetic Wave Packets in Curved Space, " *Physical Review X* 4, 291 (2014).
- [22] R. Bekenstein, Y. Kabessa, Y. Sharabi, O. Tal, N. Engheta, G. Eisenstein, A. J. Agranat, and M. Segev, " Control of light by curved space in nanophotonic structures, " *Nature Photonics* 11, 664 (2017).
- [23] A. Patsyk, M. A. Bandres, R. Bekenstein, and M. Segev, " Observation of Accelerating Wave Packets in Curved Space, " *Physical Review X* 8, 011001 (2018).
- [24] K. K. S., " Propagation of Microwaves between a Parallel Pair of Doubly Curved Conducting Surfaces, " *Journal of Applied Physics* 25 642 (1954).
- [25] J. Sochacki, " Perfect geodesic lens designing, " *Applied Optics* 25, 235 (1986).
- [26] M. V. Berry, " Attenuation and focusing of electromagnetic surface waves rounding gentle bends, " *Journal of Physics A General Physics* 8, 1952 (1975).
- [27] S. Cornbleet and P. Rinous, in *IEE Proceedings H-Microwaves, Optics and Antennas* (IET, 1981), p. 95.
- [28] J. C. Miñano, P. Benítez, D. Grabovickic, J. Chaves, and W. Falicoff, " Geodesic lenses applied to nonimaging optics, " *Proc Spie*, 633807 (2006).
- [29] G. Toraldo di Francia, *Un problema sulle geodetiche delle superfici di rotazione*

- che si presenta nella tecnica delle microonde 1957), Vol. 12.
- [30]Z. H. Liu, B. R. Shi, and M. Kong, " Integrated Acousto-Optic Frequency Shifter, " *Acta Armamentarii* 29, 1432 (2008).
- [31]R. Rinehart, " A solution of the problem of rapid scanning for radar antennae, " *Journal of Applied Physics* 19, 860 (1948).
- [32]M. Born and E. Wolf, *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light* (CUP Archive, 2000).
- [33]R. K. Luneburg and M. Herzberger, *Mathematical theory of optics* (Univ of California Press, 1964).
- [34]T. Tyc, L. Herzánová, M. Šarbort, and K. Bering, " Absolute instruments and perfect imaging in geometrical optics, " *New Journal of Physics* 13, 115004 (2011).
- [35]T. Tyc and A. J. Danner, " Absolute optical instruments, classical superintegrability, and separability of the Hamilton-Jacobi equation, " *Physical Review A* 96, 053838 (2017).
- [36]M. Šarbort and T. Tyc, " Spherical media and geodesic lenses in geometrical optics, " *Journal of Optics* 14, 075705 (2012).
- [37]U. Leonhardt and T. Tyc, " Broadband invisibility by non-Euclidean cloaking, " *Science* 323, 110 (2009).
- [38]J. Perczel, T. Tyc, and U. Leonhardt, " Invisibility cloaking without superluminal propagation, " *New Journal of Physics* 13, 083007 (2011).
- [39]U. Leonhardt and T. Philbin, *Geometry and light: the science of invisibility* (Dover Inc. Mineola New York, 2010).
- [40]A. L. Besse, *Manifolds all of whose geodesics are closed* (Springer Science & Business Media, 2012), Vol. 93.
- [41]M. ŠARBORT, *Non-Euclidean Geometry in Optics*, PHD thesis (Masaryk University 2013).
- [42]M. S. Morris and K. S. Thorne, " Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity, " *American Journal of Physics* 56, 395 (1988).
- [43]梁灿彬 and 曹周键, *从零学相对论* (高等教育出版社, 2013).

第五章 总结与展望

通过近十多年的发展，变换光学理论已经发展成为调控电磁波的重要工具，从原来的微波到本文的可见光频段，从原来的各向异性材料到本文的各向同性材料，基于该理论人们已经在许多研究领域取得了重要的成果，比如通信领域、成像领域、照明领域、光谱吸收领域等等。

本文的研究就是在这样一个大的背景下展开的，该论文基于共形变换光学理论，关注于电磁波的可见光频段，利用聚合物薄膜自组装技术和荧光测量技术分别制备和演示了几种特定功能的共形器件，论文主要结论和创新性如下：

特殊元件制备——利用共形变换光学原理巧妙地设计出一维折射率变化的 Mikaelian 透镜，同时演示了几何光学下的自聚焦和波动光学下的 Talbot 效应，并且将无衍射的 Talbot 效应推广至信息编码领域。

特殊物理现象——利用模拟的重力场产生艾里光束，并且在整个样品里观测到高斯光束和艾里光束间的可逆演化，该现象在之前研究中从未观测到。

特殊全新平台——利用共形坐标变换以及独特实验室技术设计和制备了精密的测地线透镜，证明了纺锤体和圆球这两个不同高斯曲率表面的光线具有闭合的轨迹。由于不同弯曲表面具有不同高斯曲率，结合嵌入图理论，我们可以模拟不同的弯曲时空，因此该结果为研究光在曲面中的传播提供了一个全新的平台。

展望未来，我们在微纳米量级的尺度上制备共形变换光学器件（Mikaelian 透镜），由于其具有无像差成像特点，可以将信息非破坏的传递到接收端，因此有望用于未来的可集成化光子芯片上，理论上为数据处理单元间的通信搭建无误差的完美桥梁，实现数据更优质的传递。当然了要想在工业界的实现，还是非常具有挑战性的，我们期待着未来有合作伙伴能够论文里的原理在在工业界实现；我们制备出模拟重力场的元件，相对于我们之前的工作这又是一个模拟弯曲空间的尝试，基于变换光学和广义相对论之间的相似性，我们可以在更广阔的空间来研究更具有挑战的广义相对论现象，我们有望在光学实验平台上部分模拟这些预言现象，然后在针对该现象进行细致的研究，并期望能够为广义相对论的发展做出贡献，这是非常广阔的天地，具有非常诱人的前景，当然了也需要我们不断充实

自己的理论功底和提高样品制备技术,我们期待着这个领域不断涌现出新的成果。我们利用共形变换光学得到的测地线透镜,把我们的研究视角从之前控制折射率非均匀分布的材料体系转变到构建材料均匀而空间弯曲的体系上,这样一次视角的转变,为我们之后研究弯曲空间提供了全新的平台,我们现在投稿的实验结果还是比较基础的,关于嵌入图的实验刚刚展开,国际上目前报道的体系也都是比较简单,但是国际上给这个领域的关注最近变得越来越多,因此基于我们目前的成熟的实验制备技术,以及之前特殊光束研究的积累,我们有望在这样的体系上做出自己的特色亮点工作。例如:现在的研究体系还都是具有旋转对称性质的,如果我们制备了不具备这样对称性的体系比如螺旋体系,光束在这样奇特的空间里将会产生怎样地特殊演化行为呢?我们也可以研究不同弯曲空间里的 Talbot 效应等等。我们相信如果在实验室能够实现上述展望的研究成果,无疑将会在实际应用以及理论研究方面产生非常大的影响。这是一个全新的平台,期待着更多有意思实验结果。

以上就是我对本论文研究工作的总结,和自己对该领域的思考及展望。

攻读博士期间发表论文及获奖

发表论文目录:

- 1、 Xiangyang Wang, Huanyang Chen, Hui Liu, Lin Xu, Chong Sheng, and Shining Zhu, " Self-Focusing and the Talbot Effect in Conformal Transformation Optics " Physical Review Letters 119, 033902 (2017)
- 2、 Xiangyang Wang, Hui Liu, Chong Sheng, and Shining Zhu, " Reversible wavefront shaping between Gaussian and Airy beams by mimicking gravitational field ", Journal of Optics 20, 024015(2018)
- 3、 Lin Xu, Xiangyang Wang, Tomáš Tyc, Chong Sheng, Shining Zhu, Hui Liu and Huanyang Chen," Light rays and waves on geodesic lenses ", Submitted to Physical Review Letters(2018)

获得荣誉:

- 1、 2018 年 05 月 南京大学优秀毕业生奖
- 2、 2018 年 04 月 FOP5 Best Poster Award
- 3、 2018 年 03 月 固体微结构物理国家重点实验室 2017 年度研究生优秀成果奖
- 4、 2017 年 12 月 江苏青年光学科技奖
- 5、 2017 年 12 月 五校联盟博士生学术论坛分会场主席并获口头报告一等奖
- 6、 2017 年 12 月 南京大学优秀研究生奖
- 7、 2017 年 12 月 2017 年度五校联盟年度优秀博士生
- 8、 2017 年 11 月 第十届海峡两岸光电科技博士生论坛队长以及最佳人气奖
- 9、 2017 年 09 月 博士生国家奖学金
- 10、 2017 年 08 月 中国光学学术大会优秀学生报告奖
- 11、 2014 年 03 月 南京大学物理学院优秀新生第一层次奖学金

致谢

时间飞逝，光阴荏苒，而今我迎来了在南大的第五个春天，站在人生新的节点上，我收获了丰硕的知识、拓展了广阔的视野和建立了深厚的感情，回望来时的路，我心怀感恩，非常感激这些年给予我帮助和关心的老师、同学、亲人以及朋友们。

首先我要特别感谢导师祝世宁院士。从 12 年 7 月份的南大物理暑期学校，到当年 9 月份第二次见到祝老师，是祝老师将我引入了介电超晶格实验室这个大家庭，在随后的日子里，祝老师以他温文尔雅的育人态度、严谨求实的科研态度以及幽默睿智的生活态度深深影响着我。每周大组会，祝老师常常站在长者、老师以及普通听众等不同角度来点评我们的报告，常常给我一种醍醐灌顶的感觉，让我深深感受到大师的风范，让我一次次领会到了好的科研如何做。同时感谢祝老师为我们提供国际一流的实验平台，让我们有充足的条件做世界级的工作。

其次我要特别感谢导师刘辉教授。从我 13 年 3 月份进组做本科毕业设计至今刚好五年，在过去的时间里，刘老师对我的学业、科研乃至生活都倾注了大量的精力，刘老师用他深厚的理论功底、无拘无束的学术思维以及严谨细致的实验要求教会我如何做科研以及如何把科研做好。很感谢刘老师这些年来的培养，使我养成了快速独立解决问题以及团队合作的习惯，每一次和刘老师的讨论都给我带来很大的收获，让我不断发现自己的科研潜力和充实自己的专业素养。最后我还想再感谢刘老师，在课题进入迷茫期时，刘老师给予我的足够的耐心与温暖的鼓励，使得我有勇气坚持下去，最终守得云开见明月，取得有意义的成果。

再次我要特别感谢厦门大学陈焕阳老师。陈老师以他严谨的科研态度、乐观的生活态度以及毫不吝啬的鼓励感染着我，深深影响着我以后的发展。感谢苏州大学的博士生徐林同学，与他的合作使我理论方面受益匪浅，和他的每次聊天使我都有不同的收获。

接下来我要感谢本实验室的吕鹏老师、徐平老师、谢臻达老师、李涛老师、胡小鹏老师、吕新杰老师、赵刚老师、王湫明老师、龚彦晓老师，感谢老师们在科研上与生活上给予我的帮助和关心。感谢李旭老师、丁小妹老师、杨文玲老师，

他们在处理实验室事物给我带来了许多便利。感谢超构材料小组的张霞老师，以及各位师兄弟和师妹们，他们是朱聪师兄、盛冲师兄、高飞师兄、王强师兄、梁国华师兄、仲帆、张振国、张昊、郝倩予、严志伟、胡梦莹、乔通、冯程、何润秋、张也、陈景明、刘志楠等。感谢他们在实验以及论文修改方面给我的帮助与支持，本论文得以顺利完成离不开他们的帮助。感谢 DSL 研究组的全体同学：袁焯、冷晗阳、刘艳花、陈昌东、李林、金华、负素君、施锦、陆亮亮、杨莹、程庆庆、穆诗尧、钟马林、李世凤、汪磊、柏艳飞、罗湘雯、郭若愚、陈磊、杨娟娟、王雨淋、张群永、孙昌伟、田晓慧、倪睿、程桓、林惠彬、邹炯、王曙曙、蒋旭东、居盼盼、刘奕辰、李宇昕、莫其金、徐贝贝、陈绩、石晨星、夏伟仁、谢旭凯、李涵梦、贾鲲鹏、薛广太，赵陈晨、叶志霖、钮云飞、陈晨、宋万鸽、薛扬、徐周、闵逸萌、刘华颖、魏星、汪小涵、许彦明、杜正婷、贾琨鹏、于淑慧、张弛、郭东洁、林众宇、张天琦、陈琰等等。与你们在一起度过的这段充实而美好的时光将是我终身的财富。同时感谢我宿舍的兄弟们：王恩宇、罗翠柏、夏康、王棣，他们丰富了我的博士生活。

最后我还要特别感谢父母，虽然岁月已经染白了你们的双颊，但是你们还是用耐心的等待和全力的支持圆梦的游子。感谢我的未婚妻夏素秋，五年异地生活是对我们八年感情的重要考验，虽然你身在魔都，但心一直陪伴在南京，很感谢你在我最迷茫、最困难时候给予我的鼓励和等待，让我重拾信心找回内心的自己。

再次感谢所有关心帮助我的人！

谨以此文纪念我即将结束的硕博时光。

王向阳

二零一八年三月 南京 唐仲英楼