



学 号： xxxxxx

论文答辩日期： 年 月 日

指 导 老 师：

# 变换光学曲面波导与波导阵列 中弯曲时空模拟与光学应用

作者：XXXX

专业：物理学

指导老师：XX 教授

南京大学研究生毕业论文  
(申请博士学位)

南京大学物理学院

2023 年 03 月

**Simulation of Curved Space-time and Optical  
Applications with Curved Waveguide and  
Waveguide Arrays Based on Transformation Optics**

**Author: xxxxxxxx**

**Major: Physics**

**Supervisor: Prof. xxxxxxxx**

School of Physics  
**NANJING UNIVERSITY**  
Nanjing, China  
March, 2023

# 目录

摘要	I
Abstract	I
第一章 绪论	1
1.1 超材料与变换光学理论	1
1.2 变换光学的应用与器件设计	5
1.3 变换光学的广义相对论模拟	13
1.4 本文的主要研究内容	18
参考文献	19
第二章 变换光学曲面波导模拟虫洞的潮汐力与光束的调控	28
1.1 变换光学模拟广义相对论的常规方法	28
1.2 弯曲光学波导的近期研究介绍	32
1.3 虫洞简介与不同体系中虫洞的模拟	34
1.4 二维可穿越虫洞的曲面模拟与光线轨迹计算	38
1.5 二维可穿越虫洞的光学模拟与结果分析	44
1.6 本章小结	49
参考文献	49
第三章 变换光学曲面波导模拟时空拓扑缺陷与光场的调控	52
3.1 变换光学中的奇点	52
3.2 共形奇点与时空拓扑缺陷的逆向设计光学模拟	57
3.3 共形奇点和拓扑缺陷的仿真和实验	60
3.4 本章小结	64
参考文献	64
第四章 变换光学波导阵列中引力视界的量子模拟	66
4.1 量子模拟与波导阵列背景介绍	66
4.2 伦德勒度规对应变换光学波导阵列的构造和量子行走理论	70
4.3 变换光学非均匀波导阵列中的量子行走测量	78
4.4 本章小结	85
参考文献	85
总结与展望	91
攻读博士期间发表论文	94
致谢	95

## 南京大學研究生畢業論文中文摘要首頁用紙

畢業論文題目：變換光學曲面波導與波導陣列中彎曲時空模擬與光學應用

物理學院 院系            物理學            專業 2017 級博士生姓名：xxx

指導教師（姓名、職稱）：xx 教授

### 摘要

信息時代以來，社會生產力隨着信息技術的發展而飛速提升，信息技術以電子和光子技術為基礎。二十世紀以來，得益於半導體芯片的飛速發展，以電子集成體系為基礎的信息技術已經非常成熟，即使在移動端，人們也可以隨意使用含有數百億晶體管的集成電子芯片進行信息的運算、處理。相比于電子來說，光子擁有更快的速度，更寬的信道，因此高度集成的光子信息處理體系是未來信息處理的偉大願景。然而，相比于成熟的電子集成體系，光子集成體系面對着更多的挑戰。光子的波粒二象性中的波動性遠大於電子，因此，相比于操控電子，在調控光子時不再是簡單的調控粒子，而是要精確，快速地調控光子的波前。為了在集成體系中調控光的傳播，人們提出了超材料，金屬表面等離激元等不同的實驗體系。

想要調控光學材料，需要新的理論設計方法。本世紀初期，Pendry 等人基於麥克斯韋方程的坐標協變性，提出了變換光學的設計方法，大大簡化了超材料體系的設計，使人們能夠根據構想的光路來設計材料電磁參數的分布。根據這一思路，很多新型的器件，如隱身衣，波導轉換器件等被設計出來。

除了設計新型器件，光學模擬廣義相對論也是變換光學的重要應用之一。人們通過結合亥姆霍茲方程和愛因斯坦場方程，建立了空間度規和材料折射率的聯系，使得材料的非均勻性與空間的非均勻特性可以互相等價，從而通過光子在非均勻材料中的傳播來模擬彎曲時空中的粒子運動。這樣一來，在小小的一片光子芯片上，就能夠模擬出宇宙時空中的一些奇異現象，這不僅是一種很好的演示實驗，也可以和天文觀測起到相輔相

成的效果。从另一方面来说，芯片上成功模拟出的奇异特性所采用等效的各种电磁参数分布，也可以应用到光子调控中，丰富片上调控的手段。

然而在变换光学实验中，人们发现实现电磁参数的分布往往也会遇到许多困难，起初人们利用电磁共振单元来调控介电常数和磁导率的离散分布，但是受限于加工精度，超材料单元往往只能满足微波波段的需求，而对于可见和红外波段则缺乏调控的手段。后来人们利用等效介质，材料自组装技术等也可以实现一定范围内折射率的构造，但是范围也是比较有限的。当面临折射率奇点或者光学模拟中的强引力场时，传统的变换光学实验体系常常显得无能为力，这促使研究者们寻找并开发新的变换光学体系。

在博士阶段的工作中，我主要从变换光学出发设计变换光学曲面波导和波导阵列结构，利用曲面的曲率变化和波导阵列耦合系数，在实验室光学体系中模拟黑洞，虫洞，时空拓扑缺陷等天体的引力场弯曲时空，实验中观测到了弯曲时空中的经典或量子光学效应，并且演示了它们作为新型器件的一些特殊性能，探索了它们的应用前景。文章内容主要分为以下几个部分：

1. 设计变换光学曲面波导模拟虫洞弯曲时空中潮汐力效应。根据莫里斯索恩（MT）可穿越虫洞的度规，用度规的线元等效曲面的线元，用三维空间中的二维曲面来映射二维虫洞，起到类似引力透镜的效果，即光线在曲面上传播的图像投影到平面上即为二维虫洞中的光传播效果。在实验中，在 3D 打印的曲面波导通过调控入射参数，演示了光在虫洞引力场附近的弯折和穿越行为，并且还观察到虫洞附近巨大等效引力场梯度引发的潮汐力的对光束的撕裂和破坏效应，讨论了信息穿越虫洞的条件和可行性。
2. 采用了逆向变换光学方法设计变换光学曲面波导，利用空间的缺角拼接曲面或黎曼面，映射到平面空间中的折射率奇点，奇点可以模拟时空拓扑缺陷，缺陷的符号和大小可以由共形变换过程来调节。我们构造的共形奇点可以模拟不同类型的拓扑缺陷，会对附近的光产生偏折或者劈裂效应，并且可以实现将对称放置的多个点光源等效成一个的光场调控功能。实验上我们通过 3D 打印技术制作了模拟时空拓扑缺陷的变换光学曲面波导，展示了其对光线的弯曲效果。
3. 在绝缘衬底单晶硅（SOI）芯片上设计并制备变换光学的波导阵列，利用波导之间的距离调控耦合系数，利用纵向的传播常数和横向的非均匀耦合系数模拟 1+1 维黑洞

视界附近的伦德勒时空度规。我们将单光子打入波导阵列中,进行单光子行走实验。此外,我们将不可分辨的双光子和路径纠缠态的光子打入芯片中并进行符合测量。我们发现当处于路径纠缠态的光子对在视界附近演化时,会由于量子干涉效应而出现反直觉的逃逸现象,这种作用机制不同于霍金辐射。

**关键词:** 变换光学 曲面波导 广义相对论 类比引力 波导阵列 量子行走

## 南京大学研究生毕业论文英文摘要首页用纸

**THESIS:** Simulation of Curved Space-time and Optical Applications with Curved Waveguide and Waveguide Arrays Based on Transformation Optics

**DEPARTMENT:** Department of physics, NJU

**SPECIALIZATION:** Physics

**POSTGRADUATE:** xxxxxx

**MENTOR:** Prof. xxxxxx

### **Abstract**

Since the information age, social productivity has been promoted rapidly with the development of information technology, which is based on electronic and photonic information technology. Since the 20th century, thanks to the rapid development of semiconductor chips, the information technology based on electronic integration system has been very mature. Even in the mobile terminal, people can also freely use the integrated electronic chip containing tens of billions of transistors for information calculation and processing. Compared with electron, photon has faster speed and wider channel, so highly integrated photon information processing system is the great vision of future information processing. However, compared with the mature electronic integration system, the photonic integration system faces more challenges. Photons have much stronger wave characteristic than electrons. Therefore, the regulation of photons is no longer a simple regulation of particles, but a precise and rapid regulation of the wavefront of photons. In order to regulate light propagation in integrated systems, different experimental systems such as metamaterials and metal surface plasmons have been proposed.

To control optical materials, a new theoretical design method is needed. Earlier this century, Pendry et al. proposed a design method for transformation optics based on the coordinate covariability of Maxwell's equation, which greatly simplified the design of

metamaterial systems and enabled the design of the electromagnetic parameter distribution of materials according to the imagined optical path. According to this idea, many new devices, such as stealth clothing, waveguide conversion devices, are designed.

In addition to designing new devices, optical simulation is one of the important applications of transformation optics. By combining the Helmholtz equation and the Einstein field equation, the relation between the spatial metric and the refractive index of the material is established, so that the non-uniformity of the material and the non-uniformity of the space can be equivalent to each other. In this way, the particle motion in curved space-time can be simulated by photon propagation in the non-uniform material. In this way, on a small photonic chip, some nontrivial phenomena in the universe can be simulated, which is not only a good demonstration experiment, but also a complementary effect to astronomical observation. On the other hand, the equivalent distribution of various electromagnetic parameters used to successfully simulate the singular characteristics on chip can also be applied to photon regulation, enriching the means of on-chip regulation.

However, in the transformation optical experiment, people found that the realization of electromagnetic parameter distribution often encountered many difficulties. At first, people used the electromagnetic resonance unit to regulate the discrete distribution of dielectric constant and permeability, but due to the machining accuracy, the metamaterial unit often can only meet the requirements of the microwave band, while the means of regulation for the visible and infrared bands were lacking. Later, equivalent medium and material self-assembly technology can also be used to construct refractive index within a certain range, but the range is relatively limited. When faced with refractive index singularity or strong gravitational field in optical simulation, the traditional transformation optics experimental system is often powerless, which encourages researchers to find and develop new transformation optics systems.

In my doctoral work, I mainly designed the structure of waveguide and waveguide array based on the transformation optics. By using the curvature change of the surface and the coupling coefficient of waveguide array, I simulated the gravitational field of celestial bodies

such as black hole, wormhole and space-time topological defects in the laboratory optical system to bend space-time. The classical or quantum optical effects in the curved space-time were observed in the experiments. Some special properties of these devices as new devices are demonstrated and their application prospects are explored. The article is mainly divided into the following parts:

1. The transformation optical curved waveguide is designed to simulate the tidal force effect in the space-time of wormhole bending. According to Morris Thorne's (MT) metric of traversable wormhole, the linear element of the metric is equivalent to the linear element of the curved surface, and the two-dimensional surface in three-dimensional space is used to map the two-dimensional wormhole, to achieve the effect similar to gravitational lens, that is, the image of light propagation on the curved surface is projected onto the plane, which is the effect of light propagation in the two-dimensional wormhole. In the experiment, the bending and passing behavior of light near the wormhole gravitational field was demonstrated by regulating the incident parameters in the 3D printed curved waveguide, and the tearing and destroying effect of tidal force caused by the huge equivalent gravitational field gradient near the wormhole was also observed. The conditions and feasibility of information passing through the wormhole were discussed.

2. The inverse transformation optical method is used to design the transform optical surface waveguide. The angular splicing surface or Riemannian surface in space is used to map the refractive index singularity in the plane space. The singularity can simulate the spatio-temporal topological defects. The conformal singularities constructed by us can simulate different types of topological defects, produce deflection or splitting effect on nearby light, and realize the function of regulating light field equivalent to a single point light source which is placed symmetrically. In the experiment, we made the transform optical surface waveguide which simulated the space-time topological defects by 3D printing technology, and showed the bending effect of the light.

3. The optical waveguide array is designed and fabricated on the insulated mono-crystalline silicon (SOI) chip. The coupling coefficient is regulated by the distance between

waveguides, and the Rindler space-time metric near the event horizon of a 1+1 dimensional black hole is simulated by the longitudinal propagation constant and the transverse non-uniform coupling coefficient. We drive a single photon into a waveguide array and carry out a single photon walking experiment. In addition, indistinguishable two-photon and path entangled photon are injected into the chip and coincidence measurement is carried out. We find that when the photon pairs in the path entangled state evolve near the event horizon, there will be a counter-intuitive escape phenomenon due to quantum interference effect, which is different from Hawking radiation.

**Key words: transformation optics, optical surface waveguide , general relativity, analog gravitation , waveguide array, quantum walk**

# 第一章 绪论

## 1.1 超材料与变换光学理论

自从笛卡尔提出关于光的本质以来，人们就开始尝试使用各种方法来控制光为己用。与其他的经典物质不同，光永远在运动，很难减速和收集，因此想要控制光的传播，就要从介质入手。斯涅尔和费马先后提出折射定律和费马定理，奠定了实验光学中调控光的理论基础。17 世纪，牛顿和胡克利用棱镜和透镜调控光的色散和聚焦，这就是最初的光学调控，后来人们通过双折射晶体实现了对偏振的调控。然而，由于自然材料通常是均匀的（或随机非均匀的），对光的调控难以称得上细致，更不用说随心所欲地按照设计的路径来调控光束了。

随着精加工和微加工技术的发展，超构材料也就应运而生。超构材料，顾名思义，即特征尺寸精度超越了波长量级，具有周期或非周期构造的人工材料[1, 2]。从负折射材料开始，超构材料体系被逐渐开发[3-7]。人们通过调控共振单元的结构来调控其共振峰以及对应的电磁参数，进一步的用不同的电磁参数来构成折射率的分布，来实现自然材料所不具备的调控反常电磁参数或者任意电磁参数分布的效果。总而言之，超材料是通过调控材料单元的微观结构而非物质本身而达到调控光学性质的效果。

2006 年，Pendry 和 Leonhardt 在同期 Science 杂志上发表文章，提出了变换光学这一设计理念[8, 9]。两者都是通过电磁方程的坐标变换协变性来实现从实空间到虚拟空间的映射，从而得到设计的电磁参数。不同点是 Pendry 的变换光学核心是麦克斯韦方程组，得到的是电磁张量；而 Leonhardt 则是从亥姆霍兹方程出发，得到的是标量折射率。Pendry 以及后来的变换光学理论中，其本质思想是通过材料的分布函数来等效出空间扭曲的效果[10]。首先我们假定将电磁参数为 $\epsilon$ 和 $\mu$ 的空间任意扭曲，使其由 $(x, y, z)$ 空间变换到 $(u, v, w)$ 空间，其中 $u(x, y, z)$ ,  $v(x, y, z)$ ,  $w(x, y, z)$ 为变换后的坐标，变换前的麦克斯韦方程组为

$$\begin{aligned}\nabla \times E &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \\ \nabla \times H &= -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}\end{aligned}\tag{1.1}$$

由于麦克斯韦方程组的协变性，变换后的方程组为

$$\begin{aligned}\nabla \times E' &= -\mu'\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \\ \nabla \times H' &= -\varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}\end{aligned}\tag{1.2}$$

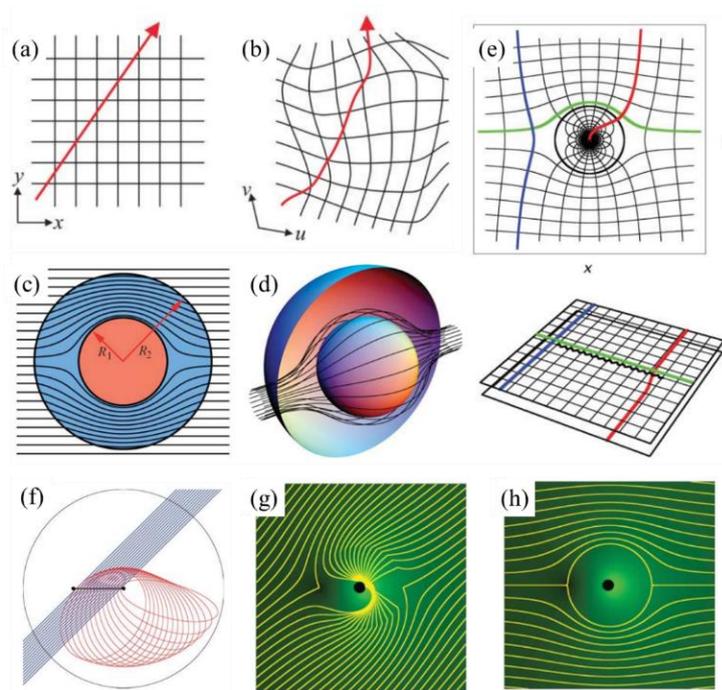


图 1.1 (a) Pendry 理论示意图：自由空间中的场线，其背景为笛卡尔坐标网格。(b) 扭曲的场线，与背景坐标以同样的方式扭曲。所讨论的场可以是电位移场或磁感应场  $D$  或  $B$ ，也可以是波印亭矢量  $S$ ，它相当于一束光。(c) (d) Pendry 用射线追踪程序来计算他设计的隐形斗篷中的射线轨迹，在假设  $R_2 \gg \lambda$  的情形下。射线本质上是沿着波印廷向量运动的。(c) 射向隐形斗篷系统的射线的二维横截面，在  $R_1 < R < R_2$  中包含的隐形物质环内（壳内）转向，从远端出射，不偏离它们的原始路线。(d) 这一过程的三维视图。(e) Leonhardt 的光学保角映射示意图。如果折射率分布为  $|dw/dz|$ ，则电介质用解析函数  $w(z)$  将复平面上的点  $z=x+iy$  所描述的物理空间共形映射到黎曼片上。上图说明了简单的映射 (3)，上图中的圆圈的外部被转换为下图中的上层，而圆圈的内部被映射到下层。上图的曲线坐标网格是  $w$  坐标的逆映射  $z(w)$ ，在无穷远处接近一个直矩形网格。作为保形映射的一个特点，坐标线之间的直角被保留。上图中的圆线对应于下面由卷曲的黑线表示的薄片之间的分支切割。该图还说明了光线在这种介质中的典型传播结果。在  $w$  片上，射线沿直线传播。蓝色和绿色显示的射线避免了分支切割，从而避免了设备的内部。用红色表示的光线穿过切口，到达下面的面，在那里它接近无穷。然而，这个无穷对应的是折射率的奇点，而不是物理空间的奇点。像这样的光线会被吸收，除非它们被引导回到外板上。(f) 引导光的过

程，该装置将进入其内层的光引导回外部，这里使用两个黎曼面来表示对应于两层，从上面看。外部的光线显示为蓝色，内部的光线显示为红色。在分支切割处，图中两点之间的粗线(分支点)，光线从外部传递到内部。在这里，光根据斯涅尔定律发生折射。在较低的薄片上，折射率分布以一个分支点为焦点，以椭圆轨道引导光线到外部薄片上。最后，光线被折射回原来的方向，并停留在外层薄膜上，就像什么都没有发生过一样。图中的圆表示椭圆的最大伸长。这个圆圈限制了器件内部光线无法进入的区域。圆圈的外面对应着设备的内部。任何超出这个圈的东西都是隐形的。(g) (h) 介质隐形装置中的射线传播。光线用黄色表示。绿色背景的亮度表示折射率分布取自茹科夫斯基分布和开普勒分布，在设备的内层有隐形的区域用黑色表示。(g) 说明了光线如何在两层之间的边界处被折射，并被引导绕过不可见区域，在那里它离开了设备，就好像什么都没有一样。在 (h) 中，光只是在内层周围流动。

仍然满足麦克斯韦方程的形式，只是其中的 $\epsilon$ 和 $\mu$ 要重新定义。我们发现，当扭曲空间中的方程被重写为麦克斯韦方程组形式时，重写的 $\epsilon$ 和 $\mu$ 自然就成为了我们需要的电磁参数。表达式为

$$\begin{aligned}\epsilon' &= \frac{\Lambda \epsilon \Lambda^T}{\det(\Lambda)} \\ \mu' &= \frac{\Lambda \mu \Lambda^T}{\det(\Lambda)}\end{aligned}\tag{1.3}$$

其中 $\Lambda$ 为原空间到新空间的雅可比变换矩阵。如图 1.1(a) (b)所示，图中左侧为均匀空间，光线沿着直线传播，将原来的均匀空间做一个扭曲/拉扯后，得到一个新的空间，在新的空间中，光线轨迹随着介质的压缩扭曲而扭曲，如果我们能够用材料构造出公式变化后新的介电常数，那么就可以起到按照扭曲空间控制光线传播的效果。这里举一个简单的隐身斗篷的例子，如图 1.1(c) (d)所示，一个均匀的介电常数和磁导率均为 1 的介质球置于空气中，我们将它从内向外压缩成一个球壳。如果空间按这种方式扭曲，我们就可以将一个物体放在中心的球形空间中，而没有任何入射光经过它，从而达到光学隐身的效果。内部空心球的半径为  $r$ ，球壳的半径为  $R$ ，压缩前后新坐标  $r'$  和旧坐标  $r$  的变换关系为：

$$r' = \frac{r_2 - r_1}{r_2} r + r_1, \quad \theta' = \theta \quad \varphi' = \varphi\tag{1.4}$$

根据上式，我们可以在球坐标系中，我们可以得到原有的坐标系 $(r, \theta, \varphi)$ 到 $(r', \theta', \varphi')$ 的雅可比变换矩阵：

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \frac{r_2-r_1}{r_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r(r_2-r_1)}{r_2(r-r_1)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r(r_2-r_1)}{r_2(r-r_1)} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

在一般的正交体系变换中，我们仅需要考虑电磁参数矩阵的对角项，根据矩阵的行列式与新坐标对变换坐标的全微分  $Q_1, Q_2, Q_3$ ，可以得到新空间中的电磁参数表达式：

$\varepsilon_{ii}' = \varepsilon_{ii} \frac{Q_1 Q_2 Q_3}{Q_i^2}$ 。因此我们可以得到新空间的电磁参数分布：

$$\varepsilon' = \mu' = \begin{bmatrix} \frac{r_2}{r_2-r_1} \left( \frac{r-r_1}{r} \right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r_2}{r_2-r_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r_2}{r_2-r_1} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

我们可以发现，这样得到的等效电磁参数一般是各项异性且非均匀的，所以即便对于人工的电磁超材料来说，也有相当的制备难度，更不用说更短的红外甚至可见光波段的超材料了。另一位变换光学的提出者 Leonhardt，在文章中利用共形变换进行了标量折射率的变换。共形变换是复变函数内容中的一部分，是指在一个解析的函数  $w=f(z)$  中，满足处处可导的必要条件。我们将视角聚集到二维平面的介质中。考虑在二维平面内的介质，具有连续的折射率分布  $n_z = n(x, y)$ ，考虑电磁波在该二维平面传播的解析形式为：

$$(\nabla_z^2 + n_z^2 k_0^2) = 0$$

其中  $(x, y)$  空间的拉普拉斯量  $\nabla_{x,y}^2$  又可以表示为  $z$  空间的拉普拉斯量  $\nabla_z^2$ ，将  $(x, y)$  坐标用  $(u, v)$  坐标展开，并引入保角变换条件，可以由  $(u, v)$  对  $(x, y)$  的全微分的表达式推导得到  $w$  空间的拉普拉斯算符：

$$\begin{aligned} \nabla_z^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \left( \frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right) = \left( \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial}{\partial u} + i \frac{\partial}{\partial v} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial}{\partial u} - \right. \\ &\left. i \frac{\partial}{\partial v} \right) = \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \left( \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2} \right) = \left| \frac{dw}{dz} \right|^2 \nabla_w^2 \end{aligned} \quad (1.7)$$

我们发现，在  $w$  空间中多出一个系数  $dw/dz$ ，这就是满足  $w$  空间和  $z$  空间的折射率

变换关系

$$n_z = n_w \left| \frac{dw}{dz} \right| \quad (1.8)$$

从结果倒推过程来看，柯西黎曼条件正是为了满足从  $w$  到  $z$  空间的全导数变换形式。在文章中，Leonhardt 提出了一种由茹科夫斯基变换对应的共形变换光学形式。如图 1.1(e) 所示，将  $a$  空间中的黑色圆圈边界与  $b$  空间中两面的交线对应起来，圈内的空间对应网格面，圈外的空间则对应白色面，在左侧空间中的绿色线和蓝色线，分别对应右图中的交界线的平行线和与交界线无交点的线，当光线沿着这样的轨迹传播时，就不会从一个面进入另一个面；当光线沿着如图所示的红线传播时，就会穿越边界，从一个面到达另一个面。如果希望将左侧空间变为一个隐形斗篷，那么就需要红色线的轨迹进入圆形区域之后还能沿着原来的轨迹穿越出来。这时变换光学的优势就体现出来，在左侧圆心直接设计相对比较困难，但是在变换后的黎曼面设计则相对简单，只要设计下方白面的折射率，使从分界线入射的光在环绕一圈后按原方向从分界线出射即可。再将白面的折射率对应到原空间的圆圈内部，就完成了隐形斗篷的设计(图 1.1 f, g, h)。

实际上，Pendry 和 Leonhardt 的变换光学理论具有相通之处，在 Pendry 理论中，将介电常数张量和磁导率张量的第三对角项做变换，使其对于 TE 模式的折射率为  $n(x, y)$ ，则可以将 Pendry 的三维模型压缩到二维模型。二维的广义变换可以将介质变换为角项或者切向具有不同折射率分布的虚拟介质。当我们需要将各项异性退化到标量时，同样可以得到柯西黎曼条件。因此，可以说 Pendry 的方法更具有普适性，使用于大多数情形下的变换；而 Leonhardt 的方法则更具实用性，因为标量的折射率相对于张量形式的介电常数和磁导率更容易制备。

## 1.2 变换光学的应用与器件设计

从上一节，我们可以看到，尽管方法不同，但 Pendry 和 Leonhardt 的出发点都是设计隐形斗篷器件，由此可以看出隐形斗篷是当时变换光学最重要的应用场景[11]。

就在 2006 年，美国的 D. R. Smith 课题组，采用超材料的方法：介质板上印刷的金属开口谐振环来调控共振单元的电磁性质，进而用不同参数的超材料单元组成了渐变的电磁参数分布[12]。在应用这种径向和切向电磁参数不同的结构后，即可实现二维的光学隐身，比较图中入射前和入射后的波前，我们可以发现仿佛光没有经过折射率异常的物体。

后来，南京大学的冯一军教授用另一种方法设计出了圆柱形隐身斗篷。他采用等效介质理论，这样就可以在可见光波段用多层介质实验光学隐身。在仿真中，电磁波的散射可以通过有效介质层实现很好的衰减。

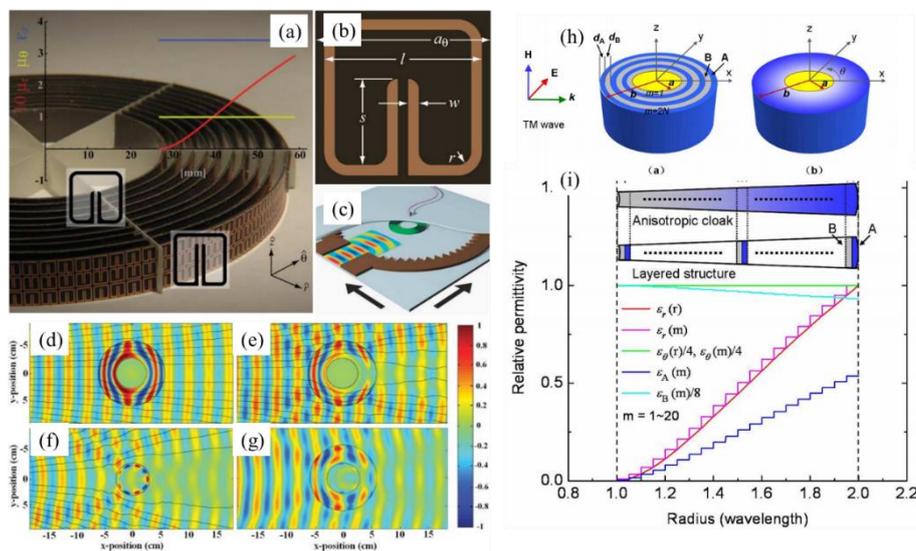


图 1.2 (a) Smith 二维微波隐身结构与实现隐身的材料参数的绘图。红色为径向磁导率，黄色为切向磁导率，蓝色线为纵向介电常数，这样构成了满足二维 TM 模式隐身的电磁参数分布。内层和外层对应超材料单元的形状分别显示在相应位置的上方。(b) 单元的结构参数示意图，通过调整不同结构参数，实现对各个电磁分量的分别调节。(c) 平面波导装置的剖面图。微波通过波导连接到下板(衬有圆形锯齿形微波吸收器)而引入。安装在固定上板上的天线测量电场的相位和振幅。(d) (e) (f) (g) 随时间变化的稳态电场模式，其中流线[(A 到 C)中的黑线]表示能流方向(即 Poynting 矢量)。隐形斗篷位于所述黑圈之间的环形区域内，并在内半径处环绕导电铜圆柱。四张图分别为(d)具有精确材料特性的斗篷的模拟。(e)具有简化材料特性(粗糙)的斗篷的模拟，(f)裸露导电筒的实验测量，以及(g)隐形导电筒的实验测量。(h) TM 波入射在无限导体圆柱体上(黄色部分)，其外壳为同心层结构，分别为介电 A 和 B 交替层和等效各向异性圆柱介质，具有半径相关的各向异性材料参数。两个壳层的内半径和外半径分别为 a 和 b。(i) 理想参数所需的相对介电常数分量，以及对应的具有交变介电介质 A 和 B 的层状结构所需的相对介电常数分量。插图描述了各向异性外壳分为逐步均匀的 n 层，每层都由介电 A 和 B 交替层模拟(共 2N 层)。

地毯式隐身则是另一种实现光学隐身的手段，2008 年，Jensen Li 教授和 Pendry

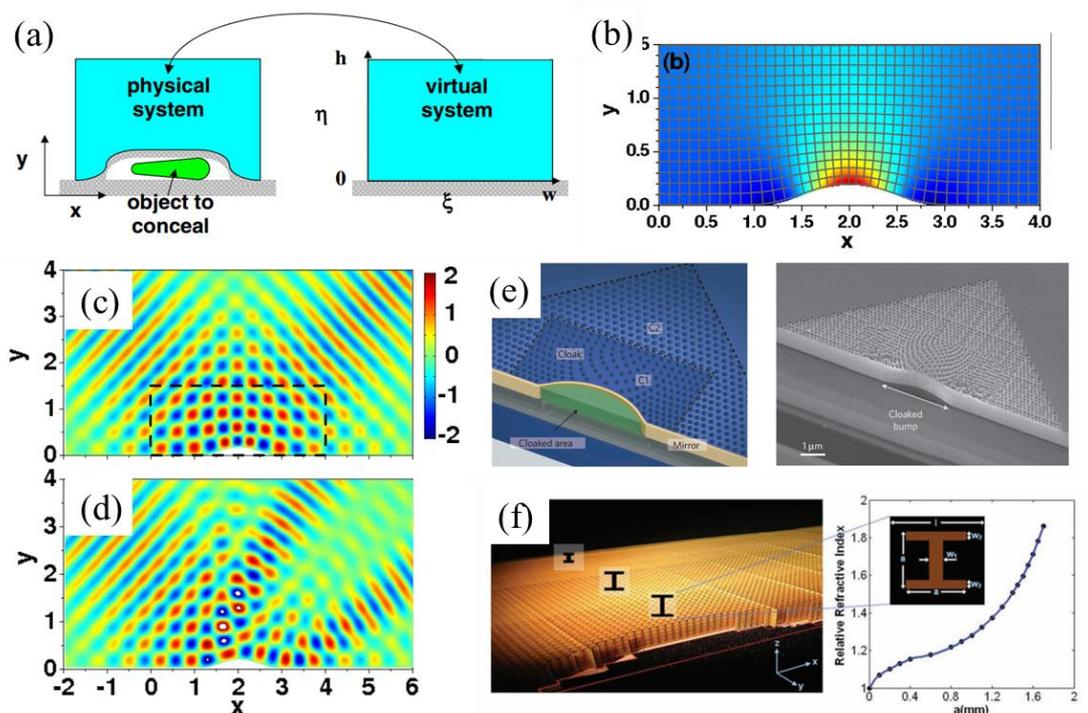


图 1.3 (a) Jensen Li 设计的地毯式隐身的虚拟系统和物理系统。青色的区域相互转化。阴影区域代表地平面。由于特殊的折射率设计观察者将物理系统视为具有平坦地平面的虚拟系统。(b) 可以等效出虚拟平坦平面的折射率分布。(c) 经过设计后的曲面入射波仿真。(d) 没有经过处理的普通隆起的入射波仿真。(e) 张翔课题组利用 SOI 晶圆上的渐变小孔阵列来等效出可以实现红外波段地毯隐身的折射率分布，左侧为设计示意图，绿色区域为隐身区域，黄色为镜面，矩形区域为非均匀孔阵区域，等效非均匀的折射率。外面的三角形为均匀孔阵等效折射率区域。(f) 崔铁军院士和 Smith 通过非谐振元件的参数设计来实现地毯式隐身的设计以及单元几何形状与有效折射率的关系。

教授首次提出了地毯式隐身[13]，主要思路是将一块凸起的“地毯”覆盖到需要隐身的物体上，设计突起上方周围一块凹陷的介质的折射率，使其能够等效为一块均匀的规则的介质，这样当电磁波从上方或斜上方入射时，就会近似入射到平面上被直接反射。利用微波超材料易于加工的特性，2009年，D. R. Smith 教授和崔铁军教授课题组在实验中实现了地毯隐身[14]。他们的基础单元为工字形的金属结构，通过调节金属结构的参数，可以控制折射率的变化，将不同参数的基础单元堆叠到一起，就可以形成渐变折射率的分布，从而实现微波波段的地毯式隐身。后来，美国张翔教授课题组通过 FIB(聚焦离子束刻蚀)在硅上通过调节孔洞密度实现了调节折射率以满足在红外波段实现地毯隐身的效果。

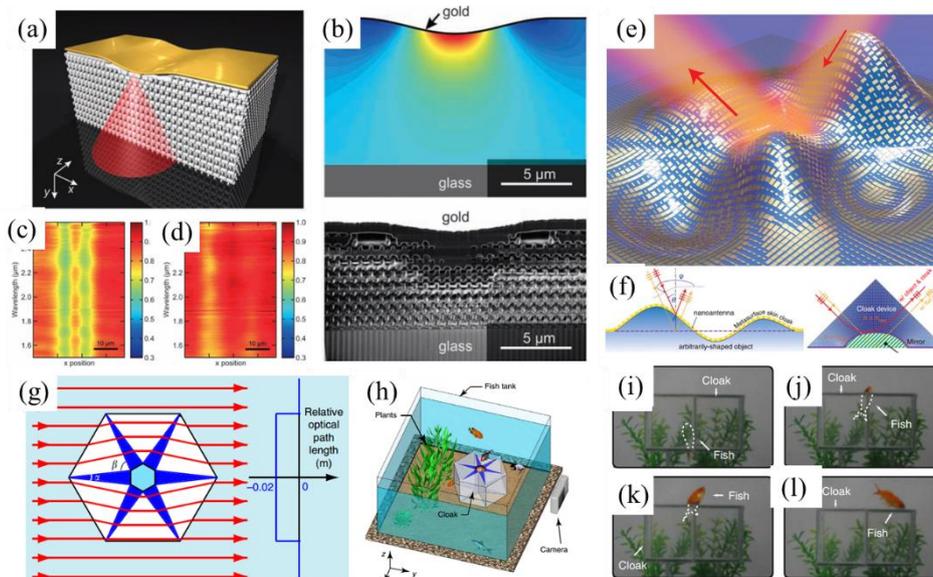


图 1.4 (a)Wegener 课题组利用光子晶体的填充率渐变构造二维的隐身衣结构示意图。(b)设计的光子晶体隐身衣折射率分布以及光子晶体隐身衣样品显微镜图。(c)没有经过隐身衣设计的光子晶体在明场下的表征图。(d)经过隐身衣设计的光子晶体在明场下的表征图。(e)超表面皮肤斗篷的示意图和工作原理。(e)超表面皮肤斗篷的 3D 插图。皮肤斗篷是一层超薄的纳米天线(金块),覆盖在任意形状的物体上。(f)超表面皮肤斗篷的横截面示意图,和利用光学准保形映射技术设计的具有空间变化折射率( $n$ )的常规地毯斗篷示意图。蓝色底纹定性地表示局部折射率(颜色越深表示折射率越高),网格线表示变形的光学空间。对于这两种设备,光从左边入射,然后从右边射出,如箭头所示。该装置恢复了出射光的波前(表示为三条短线),这样,从出射光的散射模式判断,物体被隐藏起来,看起来像一面平面镜。然而,传统的斗篷由于其主体材料内部的光传播而引入了额外的相位延迟,这使得它可以被相敏测量设备检测到。相比之下,超表面皮肤斗篷完全恢复了散射光的波前和相位,因此物体被完美隐藏。在超表面皮肤斗篷上,每个纳米天线提供的相移使波前重新排列。在物体上与平面参考平面高度为  $h$  的任意一点上,纳米天线应恢复散射光的相位。以斜角  $(\theta, \phi)$  入射的光(红色实线)在该点应该散射,就像它被参考平面(橙色虚线)反射一样。在这一点上的纳米天线应该提供一个相移,这补偿了实线和虚线之间的相位差。(g)水中射线斗篷的实验制作和设置。水环境中光穿过斗篷的射线图。背景和中心区域(均用浅蓝色标记)含有水( $n_b=1.33$ )。白色标记的区域是空气( $n=1$ )。深蓝色区域为玻璃( $n=1.78$ ),角度  $\alpha=13^\circ$ 。图中显示了光线穿过斗篷和在水中直线传播的光程长度。(h)鱼缸实验装置。斗篷由 6 块  $n=1.78$ (深蓝色表示)的玻璃组成,包裹在透明玻璃制成的中空六角形容器中。(j, k, l, m)鱼在水中射线斗篷中的实验观察。动态监测鱼游泳通过水生射线斗篷。隐形鱼体的轮廓用虚线表示。(i)隐形斗篷内的主要鱼体是隐形的;只有斗篷外面的尾巴看得见。(j)只能看到斗篷外面的鱼头。(k)鱼的主体从斗篷中露出来,因此可见。(l)整条鱼已经从斗篷里出来了。

2010 年,德国 Wegener 课题组应用光子晶体结构首次实验实现了三维可见光波段的隐身斗篷[15],利用光子晶体中颗粒的形状,尺寸以及占空比,可以成功地隐藏凸起的金块。在研究者们纷纷在隐身斗篷领域取得突破时[16-25],2015 年,张翔教授课题组又做出突破,利用可见光超表面制备了皮肤隐身斗篷,通过超表面控制反射的相位分布从而构造出等效于均匀平坦介质反射的波阵面[26]。在此之前,设计隐形斗篷需要对

一整个体块的折射率变化进行调控，而通过超表面可以将这种调控压缩到二维，大大降低了加工难度。这种皮肤隐身斗篷不仅有超薄的特点，还具有广泛的适用性。后来，浙江大学陈红胜课题组利用双折射晶体的排布实现了大型的二维可见光隐形斗篷，并且在实验中演示了出来[27]。

小结一下隐形斗篷的研究，我们可以发现，人们起初通过减去一个维度来实现隐身斗篷的部分或部分维度的效果，后来随着制造工艺和材料设计思路的扩展，最终实现了接近完美效果的光学隐身。隐形斗篷的研究热潮，不仅仅因为其实用性，也是因为隐身斗篷集中了变换光学设计，材料设计和构造以及波前调控这些前沿的问题。除了电磁波隐身斗篷，人们也利用类似的思路在热流场[22, 28, 29]，声波[30, 31]，物质波[32]，弹性波[33]以及时空维度设计出了隐身斗篷。

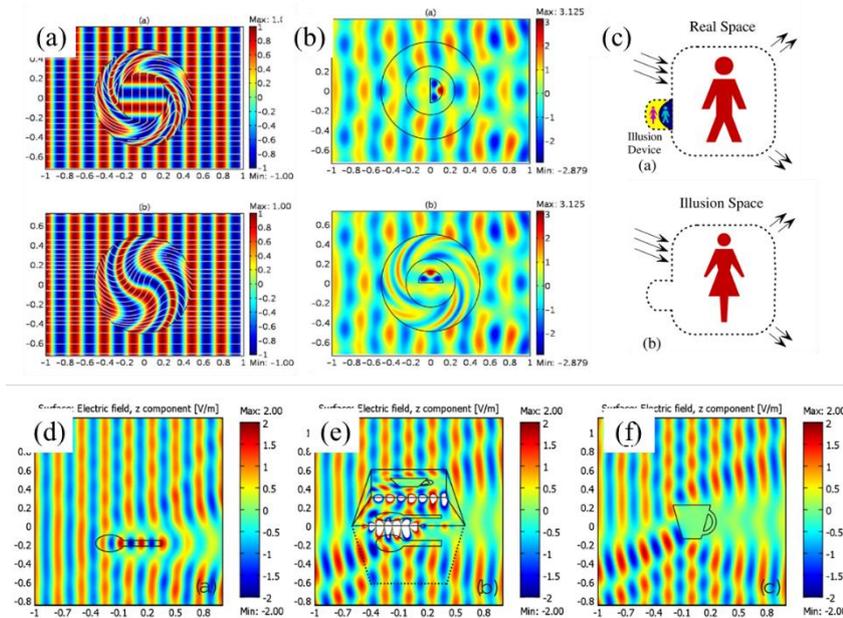


图 1.5 (a) 上图为陈焕阳教授设计圆环内的介质分布，使圆环内外电场达到旋转 90 度的效果，下图为圆环内径为 0 的效果。(b) 上图为圆环没有做变换光学处理，反射体竖直放置时的散射场；下图为圆环做变换光学处理，反射体水平放置时的散射场。(c) 赖耘教授通过变换光学实现幻觉效应的原理，先加上一个互补介质将物体对场的影响抵消，在加上重构介质，使边界电场满足和另一个物体的等价。(d) 勺子的散射场。(e) 将勺子周围填补互补和重构介质后的散射场。(f) 杯子的散射场。

不仅是隐身衣这一具有奇幻色彩的器件，借助光学变换方法，其他实用性颇高的光学器件设计也在变换光学思路提出之后纷纷涌现。厦门大学的陈焕阳教授于 2007 年提出了一种波前旋转器件的理论设计[34]，在内部的圆形空间和外部空间中，间隔有一个

环形的空间，他设计了环形空间的坐标变换矩阵并作用于原本均匀的电磁参数，得到旋转光场的电磁参数分布。在两张图中，内圈中的半圆形介质旋转了 90 度，但是由于外围环形介质的特殊设计，光波经过物体后的波前完全没有区别。南京大学的赖耘教授[35]在 2009 年发文展示了错觉光学器件的设计思路，他利用静电场的唯一性定理和多次坐标变换，证明了通过在物体周围可以增加介质使原本物体的散射场在远处可以等效于另一个物体，并给出了范例。在图中本来的物体勺子被平面波通过之后波前如图 1.5(d)所示，当在周围放入互补介质和重构介质之后透过的波前如图 1.5(e)所示，如果人们通过透过勺子后的散射场来判断物体的形状，他就会认为那是一个杯子，甚至我们可以通过添加互补介质来获得“透视”的效果。这些工作证明了通过适当的坐标变换构造电磁参数，我们有机会实现许多新奇的效用，并且不乏实用价值。

此外，人们也可以利用变换光学设计出各种使用功能器件例如转弯器件，分束器，扩束器，聚焦透镜等。拉姆在文章中详细论述了如何通过坐标变换构造映射，使光以不

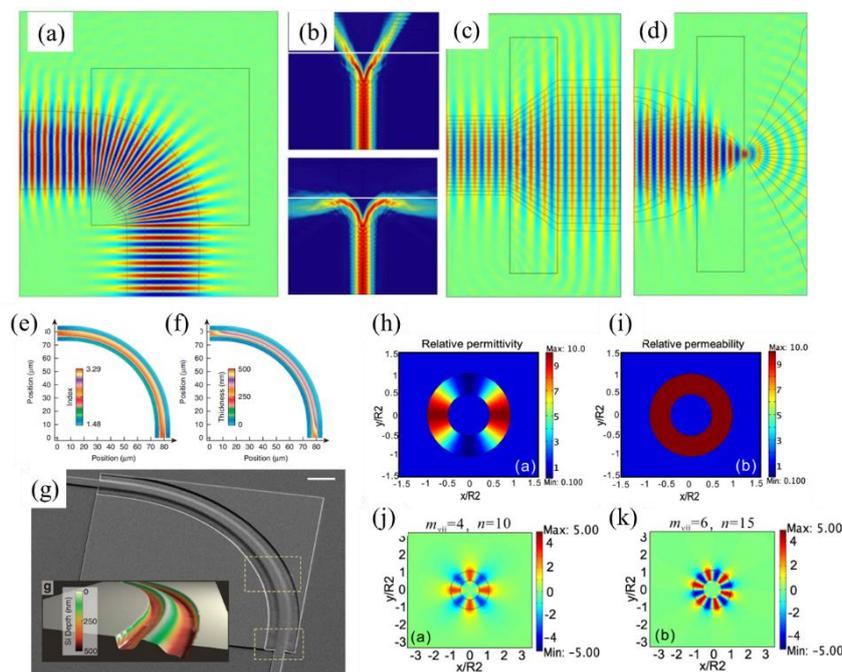


图 1.6 (a)拉姆用变换光学设计的直角转弯器件。(b)拉姆设计的分束并拐弯不同角度的两个器件。(c)变换光学扩束/缩束器。(d)变换光学聚焦透镜。(e)用变换光学逆向设计的波导折射率分布的关系。(f)折射率分布对应的波导截面厚度和位置的关系。(g)扫描电镜下的弯曲波导图片，彩色小图是原子力显微镜扫描的硅波导高度分布图。(h)共形变换微腔的介电常数分布。(i)共形变换微腔的磁导率分布。(j)折射率为 10 对应角动量为 4 的磁场分布。(k)折射率为 15 对应角动量为 6 的磁场分布。

同的角度弯曲，最终实现各种器件的设计[36, 37]。后续人们通过超材料单元，多层膜等形式实现了对光束的弯曲[38-47]。我们组使用材料自组装技术构造了厚度分布的直角波导，使可见光在其中传播时可以实现 90 度的转弯，并且能量损耗极低[44]。南京大学的彭茹雯教授课题组通过变换光学方法，调控微腔不同角度的电磁参数分布，实现了不同角动量的微腔模式[47]。此外，变换光学方法在光信息传输中也有非常重要的作用，由于多模波导不能在具有显著的模间耦合的情况下在芯片上紧凑地路由，这损害了它们的数据速率并阻止了模态多路复用的使用。研究者提出了一个具有最小模式间耦合的片上多模器件平台，用变换光学做大规模逆设计，以最大限度地提高制造约束下的性能并制备表征了低串扰多模弯曲波导。

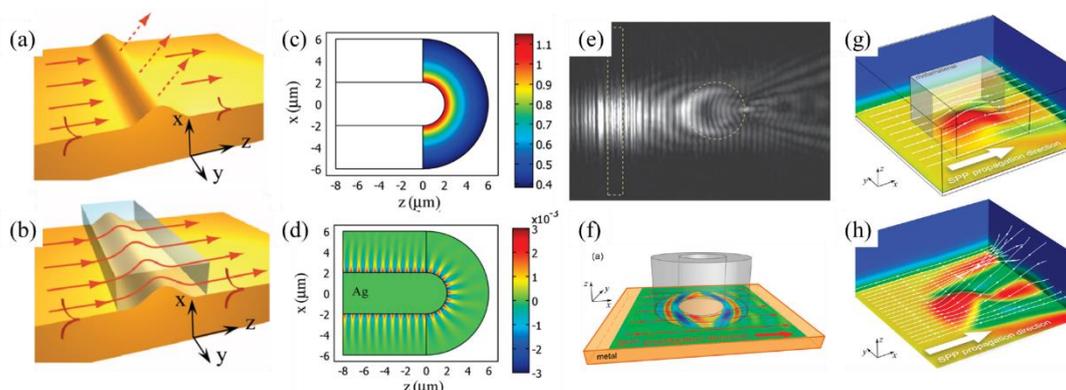


图 1.7 (a)张翔课题组设计的变换光学抑制等离激元散射示意图，上图等离激元传播路径上遇到一个凸起障碍，导致无法传播，向上散射。(b)当在障碍上方覆盖一层变换光学介质时，光束不会散射，而是跨过障碍，沿着界面继续传播。(c)为了使 SPP 沿着 180 度的 U 形弯传播而设计的覆盖变换光学介质的折射率分布。(d)在变换光学介质作用下，SPP 在 U 形弯附近传播的仿真结果，SPP 场会随着表面的转弯而转弯，并不会发散。(e)张翔课题组制备的 SPP 龙柏透镜实验结果，光束从矩形线框内耦合进入，呈平面波形式传播，圆形线框为龙柏透镜区域，平面波在经过龙柏透镜后会被聚焦到一点。(f)Garcia 组设计的 SPP 圆形“隐形斗篷”，当上方覆盖变换光学设计的空心圆柱时，光会绕过中空的区域，继续传播。(h) Garcia 组设计的“地毯隐形斗篷”，下图为没有覆盖变换光学介质时的光场，SPP 碰到凸起后会迅速散射；上方为覆盖了变换光学介质的光场，出射的 SPP 分布比较均匀，基本没有受到凸起的影响，仿佛在平坦的表面传播。

更进一步地，人们将变换光学引入到表面等离激元中。表面等离激元具有横向尺寸小，高局域的特点，但缺点是在遇到障碍时会有很大的损耗。张翔课题组在 2010 年通过对突起金属表面处的介质进行覆盖设计超材料的来规避等离激元在不规则边界处剧烈的散射[48]，如图 1.7(a)中所示，当 SPP 经过“台阶”时，会立即向上散射，但如果在金属上方覆盖一层设计的超材料，光就会仍然“粘附”在表面上并继续传播。他们

在后续的工作中展现出了利用电子束曝光工艺制作出的完美仪器如龙柏透镜，伊顿透镜等[49]，使得 SPP 可以从另一个维度更加聚集。同时期，西班牙 Garcia 课题组也实现了两种等离子激元的隐形斗篷[50]，分别为地毯式和圆柱形隐身斗篷。他们利用之前 Pendry 提出的设计隐身衣的方法，将其用在 SPP 上，在圆形缺陷周围的上方放置一个超材料的空心圆柱体，这样，本来会被圆形缺陷散射而无法传播的 SPP 会绕过圆形缺陷后逐渐恢复原状。而地毯式斗篷，则是在凸起的金属面上覆盖超材料，传播的超材料就会因此“感受”不到这一缺陷而如常传播。实际上，这里对于隐形斗篷的运用意义不仅在于隐形，更在于克服各种缺陷对 SPP 传播的影响。

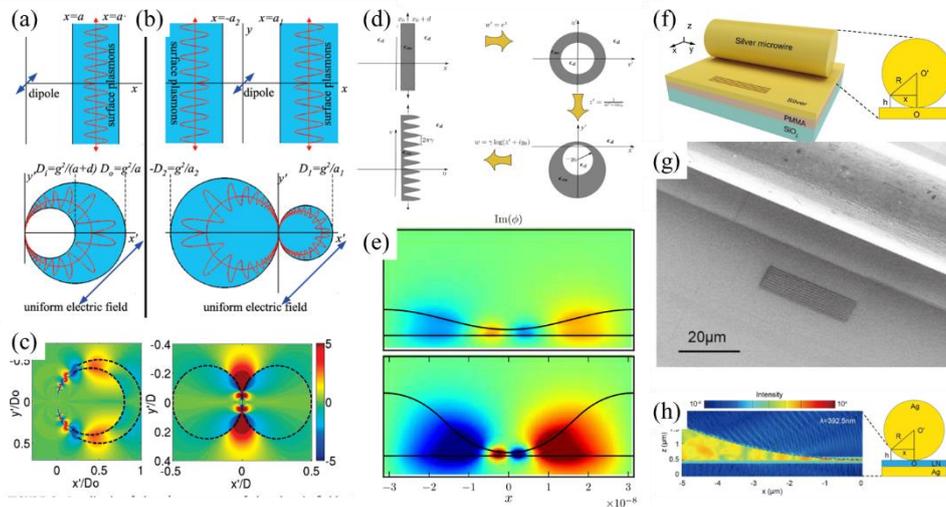


图 1.8 (a) 上图为单层金属板和偶极子在它上面激发的场，下图为经过共形变换，将金属板映射到弯月牙形状的波导中，此时偶极子的场映射过来变为了平面波。(b) 上图为两块无限大金属板和偶极子在它们上面激发的场，下图为经过共形变换，将金属板映射到相切大小圆形状的波导中，此时偶极子的场映射过来，分别在大小圆中形成了了平面波。(c) 两种结构形成的在奇异点附近形成的场增强，一个奇异点为月牙厚度为 0 处，一个奇异点为两圆相切处。(d) 将平板波导共形变换到锯齿形光栅的过程，首先将矩形变换到同心圆，再将同心圆变换到偏心圆，最后由偏心圆变换到周期波导。(e) 强调制和弱调制情况下的场局域。(f) GSPP 样品结构示意图，在二氧化硅波导上旋涂 PMMA，然后镀上银膜并刻蚀耦合光栅，最上方为银微米线。(g) GSPP 样品的扫描电镜图片。(h) GSPP 增强二次谐波效果图

值得一提的是，纳米聚焦也是变换光学的一个重要话题，在 SPP 中，纳米聚焦一直为人们所关注。2010 年，Pendry 利用共形变换将平板波导上偶极子的场映射到大圆和小圆的合集或差集中的平面波的场[51]，在双圆的共同切点，由于尺寸的急剧变化直到成为奇点，会出现群速度下降，在无损耗的情况下，理论上场可以无限增强，因而可以实现宽波段的光捕获和增强。更有趣的是，在 2015 年，他们又提出了等离子激元光栅的

设计，在上文的基础上继续变换形状，最后形成了平面的锯齿状光栅，这种光栅继承了平板的吸收谱，色散简并点在  $k=0$ ，并且有强局域效果[52]。2021年，我们组的严志伟博士制备了 GSPP（间隙等离子激元）样品[53]，他在镀有银膜样品上放置一根银金属线，在圆形的金属线和下方的银层间形成了渐变厚度的空气间隙，而这样的空气间隙变化恰好使得 GSPP 的等效折射率满足平方反比关系。这种折射率的分布满足了一维引力场的等效关系。通过实验，可以明显观察到场增强的效果，不仅如此，这种结构还可以增强二次谐波的产生。在三维等离子激元体系中，变换光学也能够很好解释和二维中类似的奇异点增强，范德华力，非局域效应等[54-56]。

以上我们举例了一些变换光学的应用，然而还有很多没有介绍的领域和重要工作，如光学集成器件，场增强，材料的增益损耗，以及复空间等等[57-68]，这里我们就不再一一介绍。

### 1.3 变换光学的广义相对论模拟

早在 1960 年，普罗班斯基在文章中写出了广义坐标系中的麦克斯韦方程组：

$$\begin{aligned}\eta^{ijk}\partial_i E_k + \frac{1}{c}\frac{\partial B^i}{\partial t} &= 0 & \frac{1}{\sqrt{g}}\partial_i\sqrt{g}B^i &= 0 \\ \eta^{ijk}\partial_i H_k + \frac{1}{c}\frac{\partial D^i}{\partial t} &= 0 & \frac{1}{\sqrt{g}}\partial_i\sqrt{g}D^i &= 0\end{aligned}\quad (1.9)$$

其中  $g = \det(g_{ij})$ ， $g_{ij}$  满足  $ds^2 = g_{ij}dx^i dx^j$ ， $\sqrt{g}\eta^{ijk} = \varepsilon^{ijk}$  因此可以得到广义的亥姆霍兹方程(无源)：

$$-\frac{1}{\sqrt{g}}\partial_j\sqrt{g}g^{jk}\partial_k E^i + \frac{1}{\sqrt{g}}\partial_j\sqrt{g}g^{ik}\partial_k E^j + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 D^i}{\partial t^2} = 0 \quad (1.10)$$

此时，如果我们将度规系数项提取出来，我们可以发现，它正对应着均匀空间中的电磁参数：

$$\varepsilon = \mu = -\frac{\sqrt{-g}}{g_{00}}g^{ij} \quad (1.11)$$

换言之，弯曲的空间与平直空间中的非均匀折射率对电磁波来说是等价的。实际上，爱因斯坦早在 1911 年提出的广义相对论中就阐述了物质即空间的思想，即物质的存在导致了时空弯曲，而万有引力只是它的表象。爱因斯坦将表象与本质联系起来，而普罗班斯基的理论则是用折射率来表空间的象，实际上其中的物理含义并非一样，但是我们却可以通过“表象”的研究来揭示“本质”。

普罗班斯基的等价思想可以追溯到四十多年前，而其在光学领域的开花结果则要等待到四十多年后。2006 年，Leonhardt 发文引用了普罗班斯基的理论并用其设计了二维的隐形斗篷器件[69]，他在文中是这样阐述的“介质将虚拟空间中的电磁映射到物理空

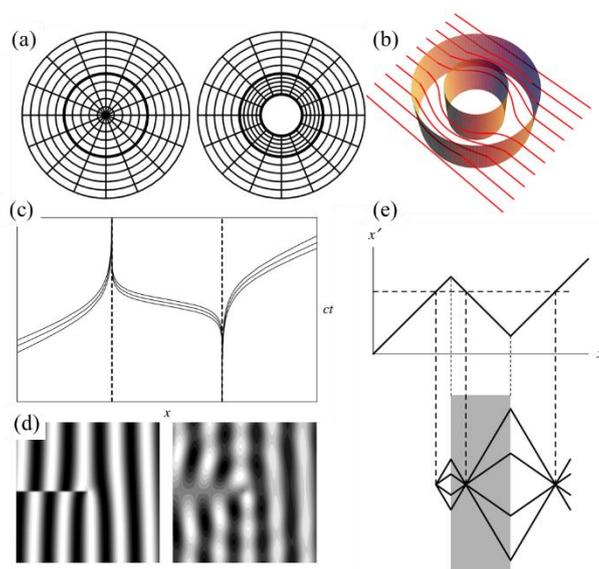


图 1.9 Leonhardt 提出的广义相对论模拟理论和实验 (a) 介质实现坐标转换过程。左图为电磁空间中的正交坐标网格 ( $z$  恒定的柱坐标切片)，右图为物理空间中变换后的网格，对应于隐身装置。(b) 隐身装置示意图。(c) 视界。时空图显示了光在两个人工视界附近的传播，左边是白洞视界，右边是黑洞视界。视界可以由介质从右侧向左侧移动形成。中速在介质中达到局部光速的地方  $x$  是视界。在黑洞视界处，介质的速度从亚光速转向超光速；在白洞视界处，它又回到了亚光速。视界附近的指数限制转化为黑洞光学振荡的指数红移和白洞的指数蓝移。磁电介质可以模拟产生视界的移动介质。(d) 流体涡旋产生由坐标变换描述的光学 Aharonov-Bohm 效应。从右侧入射的光受到运动介质的菲涅耳拖曳：沿介质流方向传播的光加快，而沿介质流反方向传播的光减慢。波应该出现左边图中所示的相位滑移。然而，尽管变换 (13) 是精确的，物理时空在这里将被描述为多值坐标。而不是简单的相位滑移，右侧的图中光显示出的特征干涉模式说明在。(e) 完美透镜。负折射完美透镜采用变换光学介质。上图显示了从物理  $x$  轴到电磁  $x'$  的合适坐标坐标变换；下图说明了相应的设备。从  $x'$  到  $x$  的逆变换要么是三值，要么是单值。物理  $x$  轴上的三值段对应于镜头的焦距区域：任何源点都有两个图像，一个在镜头内，一个在另一侧。由于该设备便于精确的坐标转换，图像的分辨率低于正常衍射极限。

间。这种介质称为转换介质。我们称虚拟空间为电磁时空，类似于光学空间。假设我们

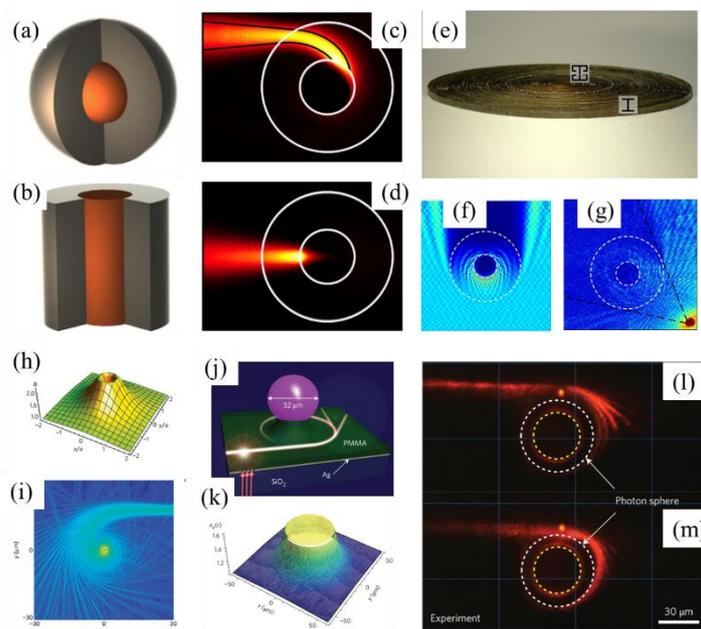


图 1.10 (a) Nirmanov 等人设计的模拟黑洞全向吸收体的球形版本剖面示意图 (b) (d) 柱形版本剖面示意图。(c) 仿真中让光从不同的位置打入吸收体，均被吸收。(e) 基于超材料制备的人工全向吸波器件照片，该器件由 60 个同心层组成，核心层为 ELC 结构，壳层为 i 型结构。(f) 平面波入射全向吸收结构的场图。(g) 点波源入射全向吸收结构的场图。(h) Genov 提出的构造光学黑洞材料的拉伸情况。(i) 光在光学黑洞附近被弯折和吸收。(j) 围绕微球自组装形成的微结构光波导的示意图，用于模拟光在引力场下的偏转。在实验装置中，在 50 纳米厚的银层上刻蚀光栅，将入射的激光耦合到波导中。红色箭头表示入射的激光束。(k) 提取了微结构波导的有效折射率，该折射率与距离微球的径向距离有很强的幂律关系。(l) 光线接近光子球时，入射能量的一部分从微球散射出去，而其余的则在微球周围被捕获。(m) 光线足够近时，几乎所有能量被黑洞捕获。

对坐标变换进行逆变换，即。我们从物理时空移到电磁时空：介质就会消失。因此，在电磁时空中，光会沿着直线传播，而在物理空间中，光线会沿着转换后的坐标网格的曲线传播。人们可以利用这种明显的曲率来制造幻觉”，从这一角度来说，Leonhardt 又通向了 Pendry 的理论。我们可以说，Pendry 通过坐标变换而形成的扭曲介质，本来就是一种弯曲的时空。从数学上来讲，扭曲的介质，非均匀的电磁参数和弯曲的空间是等价的，但是在实际的物理中，他们代表着不同的意义，又可以相互类比转换，爱丁顿曾做出过这样的推论，戈登也曾做过这样假设。Leonhardt 在文中提到了完美成像透镜，光学的 AB 效应和光学黑洞的模拟。而后续的实验研究有很多正是由黑洞出发。

Narimanov 等人在 2009 年从理论上提出了利用各项同性介质构造光学黑洞的设想 [70]，在他设定的折射率分布下，光无论从任何方向进入“黑洞”区域都会被导向中心的吸收体，从而被吸收体捕获。次年，他联合东南大学崔铁军课题组利用微波段超材料单元共振劈裂环实现了二维的全向黑洞 [71]。此外，2009 年 Genov 也利用拉格朗日动力学从理论上实现了对黑洞/大质量天体周围引力场的光学仿真 [72]。陈焕阳教授根据施瓦西度规设计了各向异性的超材料，理论上能够模拟施瓦西黑洞 [73]。我们组的盛冲老师在 2013 年利用材料的自组装技术制作出具有厚度分布的变换光学光子芯片 [74]，在光子芯片上首次实现了应用于可见光的光学黑洞，当光束从黑洞附近经过时，会受到等效引力场的作用而偏移，并且会随着距离的减小而逐渐被黑洞捕获。此外，利用这种变换光学模拟黑洞的思路，人们在很多领域实现了模拟黑洞的实验，如声波黑洞 [75]，弹性波黑洞 [76] 和 SPP 黑洞等 [77-80]。

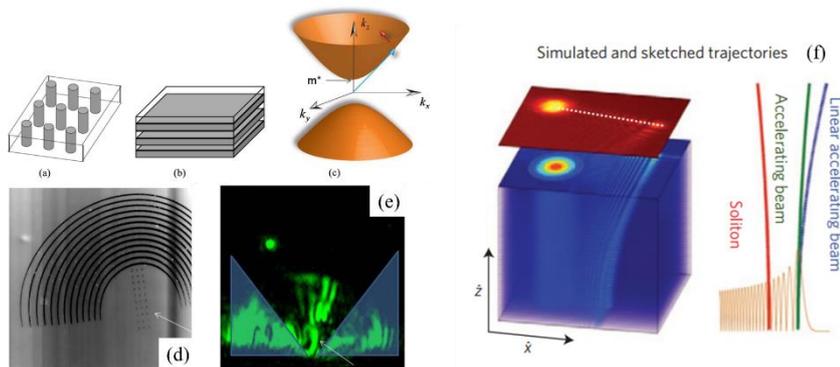


图 1.11 (a) 柱阵列 (b) 分层双曲超材料的示意图。(c) 双曲色散关系表示为  $k$  空间中的恒频曲面。当  $z$  坐标为类时(复数项)时,  $k$  表现为有效能量。(d) 基于金上 PMMA 条纹的等离激元双曲超材料的 AFM 图像。用箭头表示作为等离激元激发位置的缺陷。(e) 等离激元射线或世界线随着类时径向坐标的变化而增加空间分离。 $r = t = 0$  点(或时刻)对应于一个模拟大爆炸的奇点。为了清晰起见, PMMA 图案边缘的光散射被半透明三角形部分阻挡。(f) 左: 模拟显示了强大的光束(“恒星”)和非线性介质中的加速光束的动力学(下)和光束退出非线性介质的照片(上)。右图: 加速光束与“恒星”相互作用的示意图, 在线性(蓝色曲线)和非线性(绿色曲线)区域。注意, 非线性动力学是相互的: 孤子(红色曲线)影响向它加速的光束, 同时它自己的轨迹也受到加速光束的影响(变得向左弯曲)。

变换光学不仅可以模拟弯曲的空间, 还可以模拟弯曲的时空。在 2011 年, Smolyaninov 提出了用双曲超材料中的异常射线表现等效三维(2+ 1)闵可夫斯基时空中的粒子世界线, 并利用双曲超材料模拟了宇宙膨胀的度规 [81]。在 2012 年, 他们分析了电磁场在这个有效时空边界的行为取决于边界方向 [82]。如果边界垂直于超材料的类

空间方向，则可以观察到有效的伦德勒视界，从而产生霍金辐射。另一方面，如果边界垂直于类时方向，则系统经历相变到具有不同时空性质的状态。2015年，Segev等人利用艾里光束（又称加速光束）的傍轴演化模拟了粒子的薛定谔方程随时间的演化[83]，他们将光孤子与加速光束一起打入玻璃观察他们相互作用，发现当调节主光束和加速光束的功率时，“恒星”在“引力场”中会做出不同的行为。

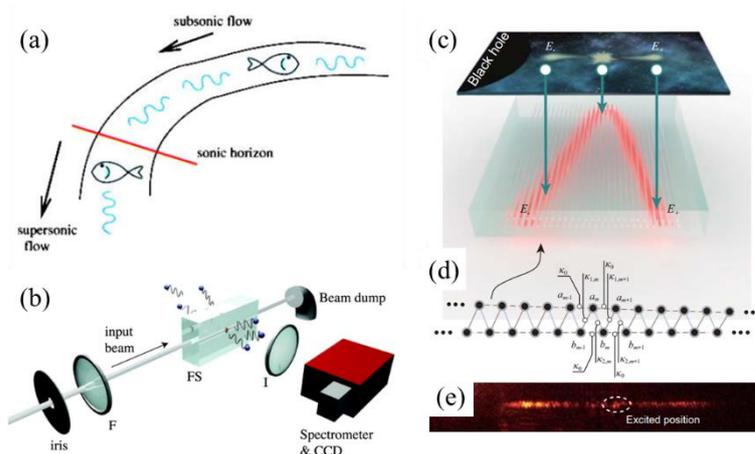


图 12 (a) Unruh 将瀑布想象成声波黑洞或者说“暗洞”。亚声速流区域的鱼听不到声速流区域的鱼的尖叫，因为发出的声音传播太慢，无法向上游传播。上游的鱼在流体速度变成超音速的位置看到了声速层。(b) 用于探测模拟霍金辐射的实验布局。输入的激光脉冲使用轴锥或透镜(F)聚焦到熔融二氧化硅(FS)样品上。成像透镜(I)收集以 $90^\circ$ 发射的光子，并将它们发送到耦合到冷却 CCD 的成像光谱仪上。(c) 将费米子对的行为映射到光子晶格的示意图。具有负能量和正能量的波包分别进入和离开黑洞。(d) 设计的双层波导晶格及其色散关系。(e) 实验中观测到的同一格中不同激发位置的输出概率分布。

黑洞的量子效应-霍金辐射也成为了变换光学研究的热点。昂鲁作为类比引力研究的前驱者，早在 1981 年就提出了通过液体中对声速的限制来模拟光速限制的方案[84]，这是一个非常聪明的想法，因为光速是难以操控和限制的，而声速则要容易得多。在方案中，流动的液体被作为参考系，当液体遇到障碍物，流速加快，超过了液体中的声速，那么声波在这一点就无法沿着液体逆向传播，如同光无法逃离视界[85]。2008 年，Faccio 在实验中使用超短激光脉冲缠身的折射率微扰构造了一个视界的引力模拟物，他们的测量证明了光子的自发发射，证实了理论预测[86]。人们后来也在激光，双曲材料，BEC，声波等多个体系中模拟了霍金辐射[82, 86-93]。2019 年，盛冲老师[94]和金贤敏教授在模拟双原子的波导阵列中成功模拟了霍金辐射，他们将描述弯曲时空的狄拉克方程做离散化，再将其应用于双组元波导阵列的设计中，精确调节其耦合系数。将单光子注入

波导阵列中，可以成功观测带有正能量的单光子波导和带有负能量的单光子波包沿两条路径传播，这说明等效的正负两个粒子一个逃逸，一个坠入了黑洞。

除此之外，还有很多变换光学手段模拟引力场，弯曲空间，加速参考系等等，我们将在后面详细叙述[95-108]。

### 1.4 本文的主要研究内容

类比引力的研究是随着实验系统的发展而发展的，近期，一系列集成光子学平台，如绝缘体上的硅、激光直写二氧化硅、氮化硅、绝缘体上的铌酸锂等，已经表现出高效操纵光子以获得所需有效电磁参数的强大能力。而变换光学模拟也更多地转移到了微纳平台和片上的光波导中。2013年，南京大学的刘辉教授，盛冲老师利用片上自组装技术实现了片上的可见光黑洞[74]，随后他们又通过类似的自组装技术实现了引力透镜的模拟[109]，以及一维重力场的模拟[107]。此外，他们通过在平板波导的下方加入超表面来构造各项异性折射率，实现了对宇宙弦的仿真[110]。然而，光子芯片上的厚度和超表面调控仍然具有一定的局限性，例如厚度调控是利用折射率随着波导折射率在一定范围内随着厚度变化的特性而设计的，然而对于单色光，厚度能够调控的折射率范围仅仅介于0和体块折射率之间，并且厚度越低，折射率变化越快，这就意味着可调控的范围仅在体块折射率以下的一个很小的范围；此外，由等效介质理论可知，通过超表面调控的折射率范围本来就受到构造超表面的介质限制，更不用说仅仅是作为波导的包层来影响波导的折射率了。对于这种困境，有两种解决方法：曲面和波导阵列。曲面由于可以用曲面度规来等效空间度规，所以可以作为模拟极大引力场/等效极大折射率的有效工具。而波导阵列系统，不仅可以通过调控波导间的耦合系数来在极大范围内调控等效折射率，而且作为一个离散的系统也是进行量子光学实验的极佳土壤。

我的博士期间工作就是用这样的变换光学系统来突破原有体系的折射率限制，模拟极端范围下的引力场，以下是我毕业论文的主要内容，主要分为以下几个部分：

在第二章中，我们利用曲面的度规来巧妙等效出一个“一体两面”的二维虫洞度规，

我们用类双曲的曲面构造符合可穿越虫洞性质的结构，理论上可以观察到光从不同位置入射时的演化效果，当超过某一临界值时就会发生光束穿越虫洞的情况。实验中我们同样用 3D 打印技术制备了虫洞曲面样品，除了观察到光束在各种入射条件情况下的演化外，我们还看到光束由于极大的引力场梯度而引发的潮汐力效应。

第三章主要介绍了我们利用曲面波导的体系，轻松地构造了等效的拓扑缺陷。我们在理论设计上用拼接缺角的坐标网格来等效出了变换空间中的折射率奇点。通过调控缺角，可以构造出正负两种拓扑缺陷的奇点，在光线经过正拓扑缺陷奇点时，会向拓扑缺陷那一侧偏折，而当光线经过负拓扑缺陷奇点时，会向缺陷的反方向偏折。在整数倍拓扑缺陷附近对称的放若干个同样的点源，还会由于幻觉效应等效为一个点源。实验中我们采用 3D 打印技术制备了曲面波导样品，并演示了正拓扑缺陷样品的效果。

在第四章中，我们利用绝缘衬底上的非均匀硅波导阵列体系实现了黑洞度规附近的量子干涉实验。在理论设计中我们用硅波导阵列的耦合系数等效出等效折射率并把波导非均匀排列，这样横向的非均匀耦合系数和纵向的均匀传播常数就构成了 1+1 维时空。在这个体系中我们打入了单光子和全同光子，完成了量子行走实验。并且我们制备了路径纠缠的双光子打入波导阵列中，观察到了由量子干涉导致的反常的逃逸现象。

第五章中，我们总结了以上一系列工作，并进行了展望。

## 参考文献

- [1] V.G. Veselago, "THE ELECTRODYNAMICS OF SUBSTANCES WITH SIMULTANEOUSLY NEGATIVE VALUES OF  $\epsilon$  AND  $\mu$ ", Soviet Physics Uspekhi **10**, 509 (1968).
- [2] A.J. Ward and J.B. Pendry, "Refraction and geometry in Maxwell's equations", J. Mod. Opt. **43**, 773 (1996).
- [3] J.B. Pendry, A.J. Holden, D.J. Robbins and W.J. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced

- nonlinear phenomena”, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **47**, 2075 (1999).
- [4] D.R. Smith, W.J. Padilla, D.C. Vier, S.C. Nemat-Nasser and S. Schultz, “Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity”, Phys. Rev. Lett. **84**, 4184 (2000).
- [5] R.A. Shelby, D.R. Smith and S. Schultz, “Experimental Verification of a Negative Index of Refraction”, Science **292**, 77 (2001).
- [6] C. Enkrich et al., “Magnetic Metamaterials at Telecommunication and Visible Frequencies”, Phys. Rev. Lett. **95**, 203901 (2005).
- [7] A. Ishikawa, T. Tanaka and S. Kawata, “Negative Magnetic Permeability in the Visible Light Region”, Phys. Rev. Lett. **95**, 237401 (2005).
- [8] U. Leonhardt, “Optical Conformal Mapping”, Science **312**, 1777 (2006).
- [9] J.B. Pendry, D. Schurig and D.R. Smith, “Controlling Electromagnetic Fields”, Science **312**, 1780 (2006).
- [10] G.W. Milton, M. Briane and J.R. Willis, “On cloaking for elasticity and physical equations with a transformation invariant form”, New J. Phys. **8**, 248 (2006).
- [11] D. Schurig, J.B. Pendry and D.R. Smith, “Calculation of material properties and ray tracing in transformation media”, Opt. Express **14**, 9794 (2006).
- [12] D. Schurig, J.J. Mock, B.J. Justice, S.A. Cummer, J.B. Pendry, A.F. Starr and D.R. Smith, “Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies”, Science **314**, 977 (2006).
- [13] J. Li and J.B. Pendry, “Hiding under the Carpet: A New Strategy for Cloaking”, Phys. Rev. Lett. **101**, 203901 (2008).
- [14] R. Liu, C. Ji, J.J. Mock, J.Y. Chin, T.J. Cui and D.R. Smith, “Broadband Ground-Plane Cloak”, Science **323**, 366 (2009).
- [15] T. Ergin, N. Stenger, P. Brenner, J.B. Pendry and M. Wegener, “Three-Dimensional Invisibility Cloak at Optical Wavelengths”, Science **328**, 337 (2010).
- [16] M. Gharghi, C. Gladden, T. Zentgraf, Y. Liu, X. Yin, J. Valentine and X. Zhang, “A Carpet Cloak for Visible Light”, Nano Lett. **11**, 2825 (2011).
- [17] N. Yu, P. Genevet, M.A. Kats, F. Aieta, J.-P. Tetienne, F. Capasso and Z. Gaburro, “Light Propagation with Phase Discontinuities: Generalized Laws of Reflection and Refraction”, Science **334**, 333 (2011).
- [18] B. Zhang, Y. Luo, X. Liu and G. Barbastathis, “Macroscopic Invisibility Cloak for Visible Light”, Phys. Rev. Lett. **106**, 033901 (2011).

- [19] X. Ni, N.K. Emani, A.V. Kildishev, A. Boltasseva and V.M. Shalaev, “Broadband Light Bending with Plasmonic Nanoantennas”, *Science* **335**, 427 (2012).
- [20] A.V. Kildishev, A. Boltasseva and V.M. Shalaev, “Planar Photonics with Metasurfaces”, *Science* **339**, 1232009 (2013).
- [21] D. Lin, P. Fan, E. Hasman and M.L. Brongersma, “Dielectric gradient metasurface optical elements”, *Science* **345**, 298 (2014).
- [22] Y. Liu, W. Jiang, S. He and Y. Ma, “An efficient plate heater with uniform surface temperature engineered with effective thermal materials”, *Opt. Express* **22**, 17006 (2014).
- [23] N. Meinzer, W.L. Barnes and I.R. Hooper, “Plasmonic meta-atoms and metasurfaces”, *Nat. Photonics* **8**, 889 (2014).
- [24] R. Schittny, M. Kadic, T. Bückmann and M. Wegener, “Invisibility cloaking in a diffusive light scattering medium”, *Science* **345**, 427 (2014).
- [25] N. Yu and F. Capasso, “Flat optics with designer metasurfaces”, *Nat. Mater.* **13**, 139 (2014).
- [26] X. Ni, Z.J. Wong, M. Mrejen, Y. Wang and X. Zhang, “An ultrathin invisibility skin cloak for visible light”, *Science* **349**, 1310 (2015).
- [27] H. Chen, B. Zheng, L. Shen, H. Wang, X. Zhang, N.I. Zheludev and B. Zhang, “Ray-optics cloaking devices for large objects in incoherent natural light”, *Nature Communications* **4**, 2652 (2013).
- [28] U. Leonhardt, “Cloaking of heat”, *Nature* **498**, 440 (2013).
- [29] H. Xu, X. Shi, F. Gao, H. Sun and B. Zhang, “Ultrathin Three-Dimensional Thermal Cloak”, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 054301 (2014).
- [30] B.-I. Popa, L. Zigoneanu and S.A. Cummer, “Experimental Acoustic Ground Cloak in Air”, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 253901 (2011).
- [31] S. Zhang, C. Xia and N. Fang, “Broadband Acoustic Cloak for Ultrasound Waves”, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 024301 (2011).
- [32] S. Zhang, D.A. Genov, C. Sun and X. Zhang, “Cloaking of Matter Waves”, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 123002 (2008).
- [33] M. Farhat, S. Guenneau and S. Enoch, “Ultrabroadband Elastic Cloaking in Thin Plates”, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 024301 (2009).
- [34] H. Chen and C.T. Chan, “Transformation media that rotate electromagnetic fields”, *Appl. Phys. Lett.* **90**,

241105 (2007).

[35] Y. Lai, J. Ng, H. Chen, D. Han, J. Xiao, Z.-Q. Zhang and C.T. Chan, “Illusion Optics: The Optical Transformation of an Object into Another Object”, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 253902 (2009).

[36] M. Rahm, D.A. Roberts, J.B. Pendry and D.R. Smith, “Transformation-optical design of adaptive beam bends and beam expanders”, *Opt. Express* **16**, 11555 (2008).

[37] D.A. Roberts, M. Rahm, J.B. Pendry and D.R. Smith, “Transformation-optical design of sharp waveguide bends and corners”, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 251111 (2008).

[38] J. Huangfu et al., “Application of coordinate transformation in bent waveguides”, *J. Appl. Phys.* **104**, 014502 (2008).

[39] W.X. Jiang, T.J. Cui, X.Y. Zhou, X.M. Yang and Q. Cheng, “Arbitrary bending of electromagnetic waves using realizable inhomogeneous and anisotropic materials”, *Physical Review E* **78**, 066607 (2008).

[40] N.I. Landy and W.J. Padilla, “Guiding light with conformal transformations”, *Opt. Express* **17**, 14872 (2009).

[41] Y.G. Ma, C.K. Ong, T. Tyc and U. Leonhardt, “An omnidirectional retroreflector based on the transmutation of dielectric singularities”, *Nat. Mater.* **8**, 639 (2009).

[42] W. Ding, D. Tang, Y. Liu, L. Chen and X. Sun, “Arbitrary waveguide bends using isotropic and homogeneous metamaterial”, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 041102 (2010).

[43] L.H. Gabrielli, D. Liu, S.G. Johnson and M. Lipson, “On-chip transformation optics for multimode waveguide bends”, *Nature Communications* **3**, 1217 (2012).

[44] Y. Wang, C. Sheng, H. Liu, Y.J. Zheng, C. Zhu, S.M. Wang and S.N. Zhu, “Transformation bending device emulated by graded-index waveguide”, *Opt. Express* **20**, 13006 (2012).

[45] Y. Yang et al., “Optofluidic waveguide as a transformation optics device for lightwave bending and manipulation”, *Nature Communications* **3**, 651 (2012).

[46] C. Zhao, Y. Liu, Y. Zhao, N. Fang and T. Jun Huang, “A reconfigurable plasmofluidic lens”, *Nature Communications* **4**, 2305 (2013).

[47] H.W. Wu et al., “Cavity modes with optical orbital angular momentum in a metamaterial ring based on transformation optics”, *Opt. Express* **23**, 32087 (2015).

[48] Y. Liu, T. Zentgraf, G. Bartal and X. Zhang, “Transformational Plasmon Optics”, *Nano Lett.* **10**, 1991 (2010).

- [49] T. Zentgraf, Y. Liu, M.H. Mikkelsen, J. Valentine and X. Zhang, “Plasmonic Luneburg and Eaton lenses”, *Nat. Nanotechnol.* **6**, 151 (2011).
- [50] P.A. Huidobro, M.L. Nesterov, L. Martín-Moreno and F.J. García-Vidal, “Transformation Optics for Plasmonics”, *Nano Lett.* **10**, 1985 (2010).
- [51] A. Aubry, D.Y. Lei, A.I. Fernández-Domínguez, Y. Sonnefraud, S.A. Maier and J.B. Pendry, “Plasmonic Light-Harvesting Devices over the Whole Visible Spectrum”, *Nano Lett.* **10**, 2574 (2010).
- [52] M. Kraft, Y. Luo, S.A. Maier and J.B. Pendry, “Designing Plasmonic Gratings with Transformation Optics”, *Physical Review X* **5**, (2015).
- [53] Z. Yan, C. Sheng, S. Zhu and H. Liu, “Experimental nanofocusing of surface plasmon polaritons using a gravitational field”, *Nanophotonics* **9**, 3279 (2020).
- [54] A.I. Fernández-Domínguez, S.A. Maier and J.B. Pendry, “Collection and Concentration of Light by Touching Spheres: A Transformation Optics Approach”, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 266807 (2010).
- [55] J.B. Pendry, A. Aubry, D.R. Smith and S.A. Maier, “Transformation Optics and Subwavelength Control of Light”, *Science* **337**, 549 (2012).
- [56] J.B. Pendry, A.I. Fernández-Domínguez, Y. Luo and R. Zhao, “Capturing photons with transformation optics”, *Nat. Phys.* **9**, 518 (2013).
- [57] F. Liu and J. Li, “Gauge Field Optics with Anisotropic Media”, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 103902 (2015).
- [58] A. Silva, F. Monticone, G. Castaldi, V. Galdi, A. Alù and N. Engheta, “Performing Mathematical Operations with Metamaterials”, *Science* **343**, 160 (2014).
- [59] A. Sihvola, “Enabling Optical Analog Computing with Metamaterials”, *Science* **343**, 144 (2014).
- [60] T.J. Cui, M.Q. Qi, X. Wan, J. Zhao and Q. Cheng, “Coding metamaterials, digital metamaterials and programmable metamaterials”, *Light: Science & Applications* **3**, e218 (2014).
- [61] X. Zhu, L. Feng, P. Zhang, X. Yin and X. Zhang, “One-way invisible cloak using parity-time symmetric transformation optics”, *Opt. Lett.* **38**, 2821 (2013).
- [62] Y. Xu, C. Gu, B. Hou, Y. Lai, J. Li and H. Chen, “Broadband asymmetric waveguiding of light without polarization limitations”, *Nature Communications* **4**, 2561 (2013).
- [63] F. Liu, Z. Liang and J. Li, “Manipulating Polarization and Impedance Signature: A Reciprocal Field Transformation Approach”, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 033901 (2013).
- [64] G. Castaldi, S. Savoia, V. Galdi, A. Alù and N. Engheta, “ $\mathcal{PT}$  Metamaterials via

Complex-Coordinate Transformation Optics”, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 173901 (2013).

[65] S. Sun, Q. He, S. Xiao, Q. Xu, X. Li and L. Zhou, “Gradient-index meta-surfaces as a bridge linking propagating waves and surface waves”, *Nat. Mater.* **11**, 426 (2012).

[66] A.I. Fernández-Domínguez, A. Wiener, F.J. García-Vidal, S.A. Maier and J.B. Pendry, “Transformation-Optics Description of Nonlocal Effects in Plasmonic Nanostructures”, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 106802 (2012).

[67] G. Castaldi, V. Galdi, A. Alù and N. Engheta, “Nonlocal Transformation Optics”, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 063902 (2012).

[68] B.-I. Popa and S.A. Cummer, “Complex coordinates in transformation optics”, *Phys. Rev. A* **84**, 063837 (2011).

[69] U. Leonhardt and T.G. Philbin, “General relativity in electrical engineering”, *New J. Phys.* **8**, 247 (2006).

[70] E.E. Narimanov and A.V. Kildishev, “Optical black hole: Broadband omnidirectional light absorber”, *Appl. Phys. Lett.* **95**, 041106 (2009).

[71] Q. Cheng, T.J. Cui, W.X. Jiang and B.G. Cai, “An omnidirectional electromagnetic absorber made of metamaterials”, *New J. Phys.* **12**, 063006 (2010).

[72] D.A. Genov, S. Zhang and X. Zhang, “Mimicking celestial mechanics in metamaterials”, *Nat. Phys.* **5**, 687 (2009).

[73] H. Chen, R.-X. Miao and M. Li, “Transformation optics that mimics the system outside a Schwarzschild black hole”, *Opt. Express* **18**, 15183 (2010).

[74] C. Sheng, H. Liu, Y. Wang, S.N. Zhu and D.A. Genov, “Trapping light by mimicking gravitational lensing”, *Nat. Photonics* **7**, 902 (2013).

[75] Z. Zhang, B. Liang, R.-q. Li, X.-y. Zou, L.-l. Yin and J.-C. Cheng, “Broadband acoustic manipulation by mimicking an arbitrary potential well”, *Appl. Phys. Lett.* **104**, 243512 (2014).

[76] S. Xu, G. Su, Y. Zhang and Y. Liu, “Mimicking gravitational lens on a thin elastic plate”, *Appl. Phys. Lett.* **120**, (2022).

[77] I. Fernández-Núñez and O. Bulashenko, “Anisotropic metamaterial as an analogue of a black hole”, *Phys. Lett. A* **380**, 1 (2016).

[78] K.V. Nerkararyan, S.K. Nerkararyan and S.I. Bozhevolnyi, “Plasmonic black-hole: broadband omnidirectional absorber of gap surface plasmons”, *Opt. Lett.* **36**, 4311 (2011).

[79] I.I. Smolyaninov, “Surface plasmon toy model of a rotating black hole”, *New J. Phys.* **5**, 147 (2003).

- [80] U. Leonhardt and P. Piwnicki, “Optics of nonuniformly moving media”, *Phys. Rev. A* **60**, 4301 (1999).
- [81] I.I. Smolyaninov and Y.-J. Hung, “Modeling of time with metamaterials”, *J. Opt. Soc. Am. B* **28**, 1591 (2011).
- [82] I.I. Smolyaninov, E. Hwang and E. Narimanov, “Hyperbolic metamaterial interfaces: Hawking radiation from Rindler horizons and spacetime signature transitions”, *Physical Review B* **85**, 235122 (2012).
- [83] R. Bekenstein, R. Schley, M. Mutzafi, C. Rotschild and M. Segev, “Optical simulations of gravitational effects in the Newton–Schrödinger system”, *Nat. Phys.* **11**, 872 (2015).
- [84] W.G. Unruh, “Experimental Black-Hole Evaporation?”, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 1351 (1981).
- [85] T. Vachaspati, “Cosmic Problems for Condensed Matter Experiment”, *J. Low Temp. Phys.* **136**, 361 (2004).
- [86] F. Belgiorno et al., “Hawking Radiation from Ultrashort Laser Pulse Filaments”, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 203901 (2010).
- [87] J. Steinhauer, “Observation of self-amplifying Hawking radiation in an analogue black-hole laser”, *Nat. Phys.* **10**, 864 (2014).
- [88] S. Weinfurter, E.W. Tedford, M.C.J. Penrice, W.G. Unruh and G.A. Lawrence, “Measurement of Stimulated Hawking Emission in an Analogue System”, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 021302 (2011).
- [89] T.G. Philbin, C. Kuklewicz, S. Robertson, S. Hill, F. König and U. Leonhardt, “Fiber-Optical Analog of the Event Horizon”, *Science* **319**, 1367 (2008).
- [90] R. Schützhold and W.G. Unruh, “Hawking Radiation in an Electromagnetic Waveguide?”, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 031301 (2005).
- [91] A. Patsyk, M.A. Bandres, R. Bekenstein and M. Segev, “Observation of Accelerating Wave Packets in Curved Space”, *PHYSICAL REVIEW X* **8**, (2018).
- [92] J. Drori, Y. Rosenberg, D. Bermudez, Y. Silberberg and U. Leonhardt, “Observation of Stimulated Hawking Radiation in an Optical Analogue”, *Phys. Rev. Lett.* **122**, (2019).
- [93] J.R. Muñoz de Nova, K. Golubkov, V.I. Kolobov and J. Steinhauer, “Observation of thermal Hawking radiation and its temperature in an analogue black hole”, *Nature* **569**, 688 (2019).
- [94] Y. Wang et al., “Quantum simulation of particle pair creation near the event horizon”, *NATIONAL SCIENCE REVIEW* **7**, 1476 (2020).
- [95] G.A. Siviloglou, J. Broky, A. Dogariu and D.N. Christodoulides, “Observation of Accelerating Airy

- Beams”, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 213901 (2007).
- [96] G.A. Siviloglou and D.N. Christodoulides, “Accelerating finite energy Airy beams”, *Opt. Lett.* **32**, 979 (2007).
- [97] P. Aleahmad, M.-A. Miri, M.S. Mills, I. Kaminer, M. Segev and D.N. Christodoulides, “Fully Vectorial Accelerating Diffraction-Free Helmholtz Beams”, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 203902 (2012).
- [98] I. Kaminer, R. Bekenstein, J. Nemirovsky and M. Segev, “Nondiffracting Accelerating Wave Packets of Maxwell's Equations”, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 163901 (2012).
- [99] P. Zhang et al., “Nonparaxial Mathieu and Weber Accelerating Beams”, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 193901 (2012).
- [100] R. Bekenstein, J. Nemirovsky, I. Kaminer and M. Segev, “Shape-Preserving Accelerating Electromagnetic Wave Packets in Curved Space”, *Physical Review X* **4**, 011038 (2014).
- [101] A. Libster-Hershko, I. Epstein and A. Arie, “Rapidly Accelerating Mathieu and Weber Surface Plasmon Beams”, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 123902 (2014).
- [102] X. Peng et al., “Spatiotemporal controllable Airy–Airy-vortex light bullets in free space”, *Laser Phys. Lett.* **14**, 126001 (2017).
- [103] A. Chong, W.H. Renninger, D.N. Christodoulides and F.W. Wise, “Airy–Bessel wave packets as versatile linear light bullets”, *Nat. Photonics* **4**, 103 (2010).
- [104] L. Li, T. Li, S.M. Wang, C. Zhang and S.N. Zhu, “Plasmonic Airy Beam Generated by In-Plane Diffraction”, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 126804 (2011).
- [105] A. Minovich, A.E. Klein, N. Janunts, T. Pertsch, D.N. Neshev and Y.S. Kivshar, “Generation and Near-Field Imaging of Airy Surface Plasmons”, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 116802 (2011).
- [106] H. Ge, C. Sheng, S. Zhu and H. Liu, “Observation of the acceleration of light in a tapered optical fiber”, *Opt. Express* **29**, 27212 (2021).
- [107] X. Wang, H. Liu, C. Sheng and S. Zhu, “Reversible wavefront shaping between Gaussian and Airy beams by mimicking gravitational field”, *J. Opt.* **20**, 024015 (2018).
- [108] F. Zhong, J. Li, H. Liu and S. Zhu, “Controlling Surface Plasmons Through Covariant Transformation of the Spin-Dependent Geometric Phase Between Curved Metamaterials”, *Phys. Rev. Lett.* **120**, (2018).
- [109] C. Sheng, R. Bekenstein, H. Liu, S. Zhu and M. Segev, “Wavefront shaping through emulated curved space in waveguide settings”, *Nat Commun* **7**, 10747 (2016).

[110] C. Sheng, H. Liu, H. Chen and S. Zhu, “Definite photon deflections of topological defects in metasurfaces and symmetry-breaking phase transitions with material loss”, *Nat Commun* **9**, 4271 (2018).

## 第二章 变换光学曲面波导模拟虫洞的潮汐力与光束的调控

### 1.1 变换光学模拟广义相对论的常规方法

在类比引力的光学实验中,起初人们通过每一个超材料单元来提供一小块区域的电磁参数,将很多个相对较小的超材料单元组合起来后,就可以用离散的电磁参数分布来近似理论设计的连续电磁参数分布[1, 2]。模拟引力场的相似程度完全取决于离散的超材料单元的尺寸大小,相对于波长来说,单元尺寸越小,离散的参数越接近连续,就可以更好地模拟引力场。然而超材料单元的成熟实验通常针对微波波段,当波长减小到 THz 波段,远红外波段时,实验上制备设计超材料单元的难度急剧增加,到了中近红外和可见光波段,更是不可能实现这样的样品制作。

渐变厚度波导的方法,是在可见光波段进行光学调控的巧妙方法,其原理是平板波导厚度在某一范围内变化时,其中的单一模式的模式折射率会随之而变化,从截止厚度的折射率为零到厚度变大后的趋近于体块折射率。2017 年,我们组的王向阳博士利用这一特性制作了共形的麦克斯韦鱼眼透镜[3]。他将一根银线放置在镀有银膜的基片上,并在此基础上旋涂 PMMA,由于液体的表面张力作用,最终在某一段区域形成了中心低两边高的拱形厚度分布,经过精心调控加工参数,

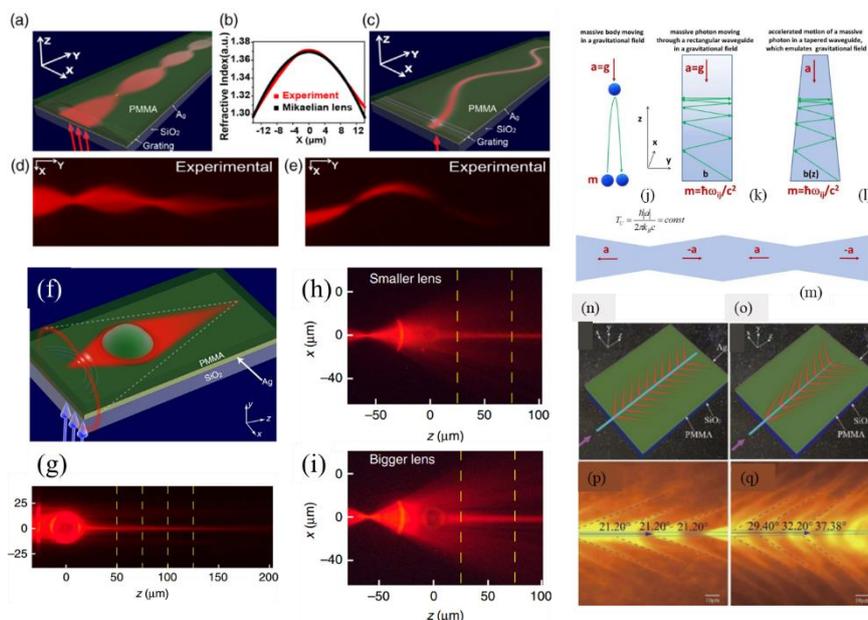


图 2.1 共形波导中光线的原理图和光学测量。(a)，(c)微结构光波导示意图。(b)厚度波导折射率与 Mikaelian 理论设计折射率的对比。(d, e)光束在 Mikaelian 透镜中的自聚焦现象。(f)从波导随后观察到一个围绕质量分布的虚环。(g)制备的非均匀波导示意图。(h, i)通过荧光获得的实验结果显示，对于两个不同半径的圆顶，球面波通过圆顶区域。非均匀区域在光上起着引力透镜的作用。光子在波导中表现为一个巨大的准粒子。(j)在引力场中抛出的大质量物体最终达到零速度并转身。(k)类似于一个大质量的物体，光子在波导中逆着外部引力场运动，最终在波导截止点附近停止并转向。波导中有效折射率  $n$  的梯度用阴影表示(在波导底部  $n = 1$ )。(l)外部引力场对波导中光子的影响可以通过波导变细来模拟，这也导致了大质量光子的加速运动。(m)可以使用周期性的锥形波导几何形状来实现光子模式热化，同时保持沿波导的 Unruh 温度恒定。(n)激发均匀超光纤泄漏辐射的实验结构平板波导的蓝色部分是一个  $1 \times 1 \text{ cm}$ ,  $1 \text{ mm}$  厚的石英衬底，绿色部分部分为 PMMA 薄膜，厚度为  $1081 \text{ nm}$ ，灰色部分为 Ag 厚度为  $30 \text{ nm}$  的薄膜。(o)激发锥形光纤泄漏辐射源的实验结构。(p)均匀超细纤维产生的辐射现象。不同位置的辐射角保持不变。(q)锥形光纤产生的辐射现象。波导从左到右均匀地变细，辐射角相应地增大。

折射率的横向分布满足 Mikaelian 透镜的分布。在其中耦合进入光束，可以观察到光束在传播过程中重复的自聚焦现象。更有趣的是，将周期光场打入其中，可以实现无衍射的塔尔博特效应，这使得它在数字编码通信中具有应用潜力。厚度波导应用于引力场的模拟也可以说是天作之合，2013 年，盛冲老师将小球放置在镀银的基片上，用材料的自组装技术实现了中心对称的厚度分布波导，因而也形成了中心对称的折射率分布，可以用来模拟黑洞周围的引力场[4]，这个工作我们在上个部分介绍过，这里就不多赘述。2016 年，盛冲老师用类似方法实现了引力透镜的模拟。他将一个 PMMA 小球放置在银膜基片上并加热，小球就会受热熔化并形成拱起的中心对称形状，并在上面旋涂 PMMA，最终形成了可以模拟天

体引力场的厚度对应折射率分布。将对应的 TM<sub>3</sub> 模式点光源耦合到波导中，可以观察到爱因斯坦预言的引力透镜效应：不同大小的 PMMA 小球加工出的样品，对应的引力场不同，观测得到的爱因斯坦环的参数也不同。另外，将高斯光束耦合到波导中并让他正面碰撞凸起，可以看到高斯光被引力透镜调制成为无衍射的贝塞尔光束[5]。2018 年王向阳博士用横向厚度变化的波导模拟一维重力场，并在其中观察到高斯光束转化为艾里光束并重新转化回来现象[6]。2019 年 Smolyaninov 从理论上提出利用梯度波导来模拟 Unruh 效应，即加速观察者将其周围环境视为热辐射浴(见图 2.1)。在这一理论中，当光子发射到一个特别设计的光学梯度波导中时，它将作为巨大的准粒子并经历强大的加速度，这样的波导可以用作测量 Unruh 温度的温度计[7]。随后，我们组的葛慧等人利用光纤熔纤拉锥技术制备了直径渐变的光纤，由于光纤的模式折射率随着截面积的变化也会发生变化，这种光纤的折射率也形成了沿着传播方向的梯度变化，她巧妙地将光纤放置在 PMMA 波导上，利用两者的折射率差使得光纤中的光向外辐射，这种类似于韧致辐射的泄漏现象会形成一定的角度（与折射率的插值有关），而这种泄漏角度就可以用来表征泄漏处光纤对应的昂鲁温度[8]。小结一下渐变厚度/截面波导的方法，这种方法的优点在于能够让折射率以非常连续的方式变化，并且材料自组装和熔纤拉锥等的工艺难度相对来说也比较简单，尤其是对于可见光来说。

超表面也是进行广义相对论模拟的一大利器，这种二维超材料，已经成为控制远场和近场电磁波的重要工具。与三维大体积超材料相比，这种亚波长厚度的人造平面材料大大缩短了制造时间，降低了加工复杂性。此外，传统的超材料通常通过在远大于波长的距离上传播而积累相位来控制电磁波的波前。然而，超表面可以有效地操纵波前入射电磁波的亚波长传播距离。因此，这可以在很大程度上缓解传播损失。盛冲老师在 2018 实验证明了在超表面波导的帮助下模拟宇宙弦引起的明确的光子偏转[9]，其结构结合了平板波导和旋转超表面。实现这一现象的基本原理是由于超表面的各向异性。对于周期排列的银长方体来说，光在垂直和平行于周期时感受到的折射率的不同，因此对于这种超表面覆盖的 PMMA 波导来说，每个点的折射率色散都是一个椭圆，长轴的取向由光的模式决定。他先是在银膜上用聚焦离子束（FIB）刻写同心圆环，再在上面旋涂 PMMA 波导，这样形成了可以用来模拟宇宙弦的折射率分布。因为宇宙弦可以改变周围时空的拓

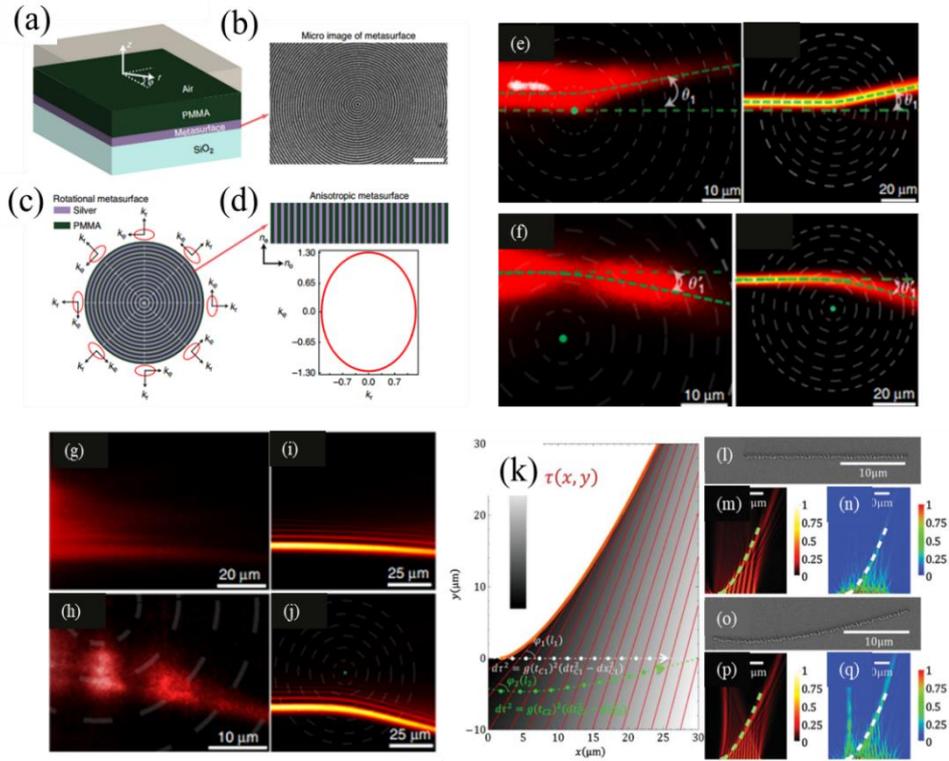


图 2.2 (a) 多层人工波导的原理图。定义了圆柱坐标系。(b) 一个聚焦离子束制造的旋转超表面的显微图像。白色比例尺长度为  $1\mu\text{m}$ 。(c) 局部旋转超表面各向异性指数用红色曲线表示。(d) 人工波导局部椭圆等频面。(e) 在正质量密度下的实验光子偏转和对应的仿真结果。绿色虚线表示理论计算的偏转角度，虚线为白色圆圈代表超表面区，绿点为缺陷位置。(f) 在负质量密度下的实验光子偏转与对应的仿真结果。(g) (h) 加速光束在平坦空间 (g) 和宇宙弦拓扑空间 (h) 中的实验结果。(i) (j) 使用 COMSOL 软件的相应模拟结果。(k) 理论计算两个轨迹（平直空间和加速空间）之间的变换。用红色标记的 SPP 射线导致用橙色标记的焦散曲线。坐标在白色虚线和绿色虚线之间发生转换。(l)–(n) 白色虚线的情况和 (o)–(q) 绿色虚线的情况。(l), (o) 样品的 SEM 图像。(m), (n) COMSOL 的全波模拟，绿色虚线标记相应的焦散。(p), (q) 实验结果，白色虚线标记对应的焦散。模拟和实验右侧的图例用不同的颜色标记归一化振幅。

扑结构，从而导致当光在这样的拓扑时空中传播时，会产生一定的偏转角  $\Delta\theta = 4\pi G\mu/(1 - 4G\mu)$  ( $G$  为引力常数， $\mu$  为宇宙弦的线性质量密度)，这一偏转角仅由源于宇宙弦固有拓扑性质的质量密度参数  $\mu$  决定，与入射位置、传播方向无关，光子的波长和偏振方向。如果  $\mu < 0$ ，则弦的质量密度为正，在 origin 处曲率为正，光子受到引力作用，向弦的 origin 移动。当  $\mu > 0$  时，弦的质量密度为负，在 origin 处曲率为负，光子受到排斥力而远离 origin 弦的。通过明智地控制旋转超表面的参数，在正拓扑空间和负拓扑空间中都观察到了鲁棒的定光子偏转，如图 2.2 (a)–(j) 所示。这种非常强大的光子偏转可以用作一种新型的全向透镜，它可

以在不改变光束轮廓的情况下弯曲光线。这种独特的性质可用于光学聚焦、成像和信息传输。仲帆老师也通过一维超表面[10]，探索光子自旋-轨道相互作用引起的 SPP 的几何相位来模拟广义相对论中的加速系，并基于引力中的伦德勒度规得到了一种新的加速光束——伦德勒光束。

### 1.2 弯曲光学波导的近期研究介绍

上面我们介绍的方法中，超材料单元的方法有效，但对于波长来说具有局限性，渐变厚度/截面波导的方法可以应用于可见光，但一般只能模拟各向同性的折射率。超表面的方法可以模拟各向异性，但调节的范围仍然比较有限。

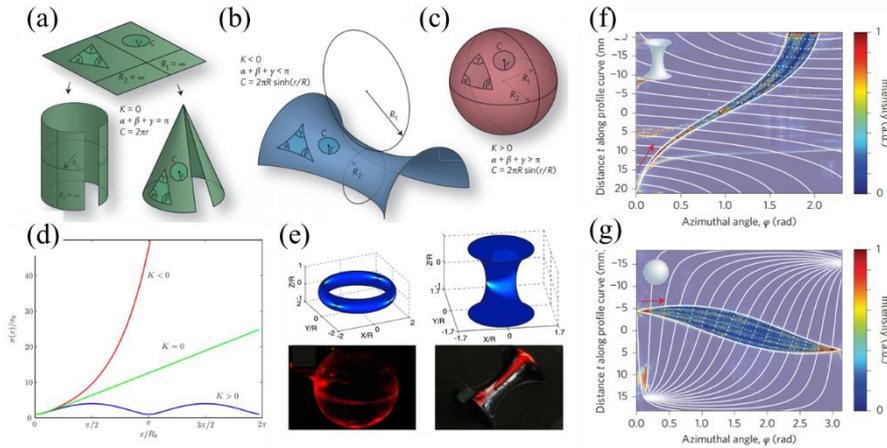


图 2.3 三种高斯曲率的展示，分别为 (a) 圆柱面和圆锥面对应的零高斯曲率。(b) 双曲面对应的负高斯曲面。(c) 球对应的正高斯曲面。(d)  $K>0$ ,  $K=0$ ,  $K<0$  三种不同情况下光束宽度的沿曲面的演化。(e) 上图为初始高斯光束在正曲面和负曲面上的模拟传播。在相同的传播长度和相等  $k$  的球体上发生对凸起的重新聚焦。光束在传播过程中重新聚焦 4 次，因为弧长被选择为球体的两倍长。下图为光在球面和双曲曲面上传播的实验实现。由于光束的演化不依赖于传播方向，在右上和右下中观察到相同的指数扩展。(f) (g) 二阶关联函数的实验测量。当负曲率和正曲率时，散斑沿双曲面和沿球面演化的实现。光束耦合到左边的表面并向右传播(由红色箭头表示)。对于测量，只考虑一个中心区域(框定白线)。垂直于传播方向  $z$  的测地线用白线表示。在梁的中心附近，这些线对应于中心子图柱中使用的横向  $x$  方向。

曲面波导，是一个新兴的研究领域。1981 年，科斯塔考虑表面上的薛定谔方程，即一个被约束在表面上的粒子运动时，受到的这一约束映射到曲面的二维坐

标中可以等效为势场的作用。类比地看, 电磁场在弯曲波导中传播时, 也会由曲率的约束而产生等效势的作用[11]。2008年, 德国马克思普朗克研究所的 Peschel 等人从光的傍轴方程出发, 将曲面度规带入到方程中, 计算推导了光在沿着正高斯曲率的球面和负高斯曲率的马鞍面运动时的演化情况[12]。他们计算发现, 当沿着正曲率曲面传播时, 光会重复地自聚焦, 而当沿着负曲率曲面传播时, 则会迅速扩散。2010年, 他们在实验中验证了这一效应。他们制备了曲面形状的均匀波导, 并观察了光束在不同曲率表面的聚焦, 扩散等演化行为[13]。2015年, Schultheiss 等人通过在前面工作的基础上, 用激光打到不同高斯曲率的曲面, 进行 HBT 测量, 提取它们的出射数据并计算二阶关联, 他们发现曲率会影响二阶关联的测量结果, 这也可以作为宇宙学中测量空间曲率的一种新的方式[14]。

2017年, Segev 课题组用微纳加工技术制备了 Flamm 面形状的弯曲波导[15], 他们将一束高斯光耦合进入波导并观察其在 Flamm 曲面的演化, 实验中发现, 光束会逐渐变细并在中间短暂消失, 然后又开始传播并变粗。他们计算了波包的群速度变化, 发现在波导中央波包的群速度降为 0, 这说明光从波导中耦出, 并又耦回波导的行为是一种隧穿现象。2018年, 他们又将加速光束耦合到球面波导中[16], 发现加速光束与普通高斯光展现出完全不同的演化行为, 高斯光沿着测地线传播, 而艾里光束则反常地按照非测地线轨迹传播, 并周期性地自聚焦。同年, 朱诗尧课题组研究了旋转曲面上的 Wolf 效应[17]。Wolf 效应指光在自由空间中传播时的光谱漂移现象, 这是由于光源的波动性质造成的。他们讨论了光在二维弯曲空间中传播时的光谱变化问题, 揭示了空间曲率对沃尔夫效应的影响。在线性近轴近似下, 解析推导了部分相干多色光在高斯曲率不变的旋转曲面内的传播表达式。结果表明, 具有较大正曲率的弯曲空间在传播过程中会加速和增强光的光谱漂移(蓝移和红移), 而具有较大负曲率的弯曲空间则会减缓和抑制光的光谱漂移。此外, 光源的不同相关长度也会影响光在旋转曲面上的光谱漂移行为。他们的研究结果提供了一种通过测量光在弯曲空间中传播时的光谱位移来测量弯曲空间曲率的方法, 就像光在实际引力空间中传播的情况一样。除了研究了普通的模式光在弯曲波导中的传播, 人们还研究了曲率对 SPP 的影响。2019年以色列的 Arie 等人利用特殊设计光刻工艺, 制备了平面上凸起和凹陷下去同样“书脊”形状的银, 并刻蚀耦合光栅, 这样就形成了高斯曲率一致, 但平均曲率正负

相反的 SPP 波导，他们将激光耦合进入，观察 SPP 的传播，他们发现，因为平均曲率的不同，SPP 会呈现出会聚或发散两种不同的状态[18]。小结一下，这里我们介绍了近年来曲面波导的部分进展，曲面波导可以形成等效势，对光束进行有效的调控。下面我们将展现曲面波导在广义相对论模拟中独特的优势。

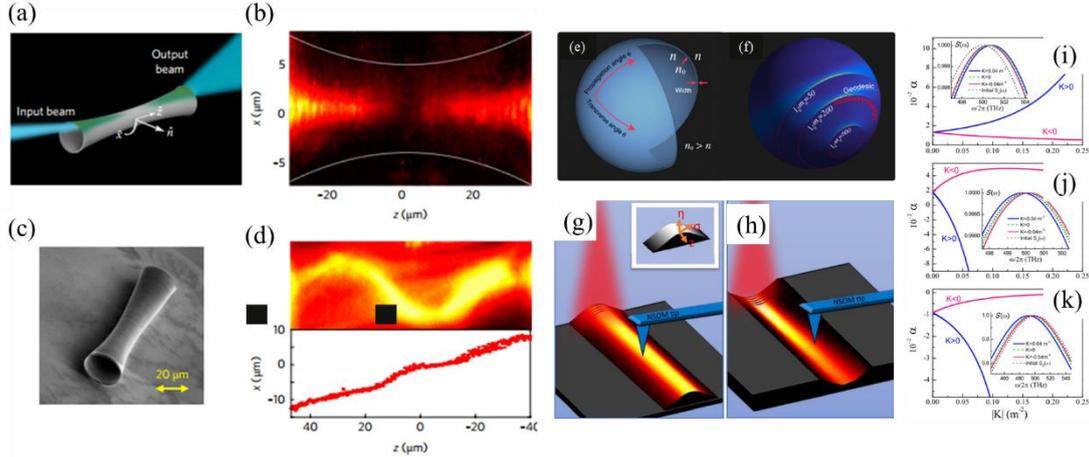


图 2.4 (a) 光与抛物面波导耦合方案的示意图。(b) 曲率对衍射的影响。波束在向结构瓶颈处传播时变窄，功率逃逸到表面波导外，当波束靠近瓶颈处时，波导内的功率大大消耗。在瓶颈之后，光束再次出现并经历展宽(白线表示波导的边界)。(c) 表面波导的扫描电子显微镜图像。(d) 以相对于对称轴的初始倾斜角发射的光束的测地线轨迹。上: 实验观察。下: 提取轨迹。(e) 标上坐标系的球壳草图。光束沿该方向传播，球壳的厚度用红色箭头表示。在这个区域，折射率  $n_0$  比周围介质的折射率  $n$  高，因此模式被限制在壳层内。(f) 三个加速光束遵循三个不同的非测地线轨迹。具有较大低模折射率的光束遵循具有较大曲率的加速度轨迹。角量子数越大，叶瓣密度越大，对应的横向动量越大。红色虚线是光束的加速度轨迹，而白色虚线显示测地线轨迹，这是高斯光束在球体上传播的轨迹。请注意，这些光束中的每一个都形成了一个焦散: 主瓣一侧的场迅速衰减为零，而光束的另一侧由多个瓣组成，在非测地线轨迹上平行传播。(g) 书本封面结构的实验设置。插图为曲线坐标定义; (h) 反书封面的实验设置。通过光栅耦合器从自由空间激发等离子体束，用 NSOM 尖端测量强度分布。(i) (j) (k) 在不同横向观测位置上，曲率  $K$  对这种二维旋转曲面相对谱移  $a$  的典型影响: (i)  $x=0$ , (j)  $x=1$  mm, (k)  $x=3$  mm,  $z=3$  m。在这里，不同的情况下，正和负曲率分别由红色和蓝色实线表示。(i)-(k) 中的插图显示了曲率  $K=0.04\text{m}^{-2}$ ,  $-0.04\text{m}^{-2}$  的对应观测点的归一化输出光谱  $S(\omega)$ ，与初始光谱和自由空间 ( $K=0$ ) 的情况进行比较。

### 1.3 虫洞简介与不同体系中虫洞的模拟

虫洞是由黑洞衍生而来的一种天体的理论模型，在人们的想象中，它是连接两处时空的通道。虫洞的概念首先由爱因斯坦和以色列科学家纳森·罗森在

1935 年联合发表文章 *The Particle Problem in the General Theory of Relativity* 提出的广义相对论特殊解，被称为爱因斯坦-罗森桥[19]。想要了解爱因斯坦罗森桥，我们要从史瓦西度规出发。史瓦西度规是由德国天文学家在 1916 年提出的一个爱因斯坦场方程的静态球对称解，史瓦西解也提供了一种奇异的天体——史瓦西黑洞。史瓦西度规可以写为

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2m}{r}} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (2.1)$$

其中  $m$  为天体的总质量，对于史瓦西度规，存在一个半径  $r_g = 2m$ ，当距离小于  $r_g$  时，连光也无法逃离黑洞，这个半径被称为史瓦西黑洞的事件视界。实际上，史瓦西度规存在两个奇点，其中一个奇点为  $r=0$ ，是由于时空的内禀属性而导致的，这种奇点是无法规避的，而另一个奇点或者说奇面，则在  $r_g$  处，可以通过坐标变换来取消，我们引入坐标变换  $r - 2m = u^2$ ，可以消除这一奇异性，从而度规变为：

$$ds^2 = -\left(\frac{u^2}{u^2+2m}\right)dt^2 + 4(u^2 + 2m)du^2 + (u^2 + 2m)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (2.2)$$

此时，我们发现这一度规是关于  $u$  对称的度规，它的取值范围不包含  $r < 2m$  的区域，当  $u \rightarrow +\infty$  或  $u \rightarrow -\infty$  时，度规近似于平直时空，而这两个时空通过中间的度规连接起来。然而，爱因斯坦罗森桥只是表观上展现了虫洞的性质。实际上它只是史瓦西度规在视界附近退化造成的结果，并不满足虫洞可穿越的充分条件。

1957 年，惠勒第一次正式提出了“虫洞”这一概念[20]。1988 年，莫里斯和索恩提出了一种静态球对称的可穿越虫洞度规[21]，这种度规的优点在于首先它不存在视界，避免了奇点的出现，其次它还保证了构成虫洞的物质是物理上存在并且在可观测宇宙中可以被提供的，此外它还是抗微扰的，这样的虫洞才能够稳定存在。在必要条件的基础上，他们将虫洞度规简化，使其和史瓦西度规一样具有静态球对称性，并且具有唯一的喉部半径，出入口都连接到渐近平直时空

——这使得他们能得到最一般的最简单的 MT 度规形式：

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dl^2 + (l^2 + b_0^2)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

其中  $b_0$  是虫洞的喉部半径。

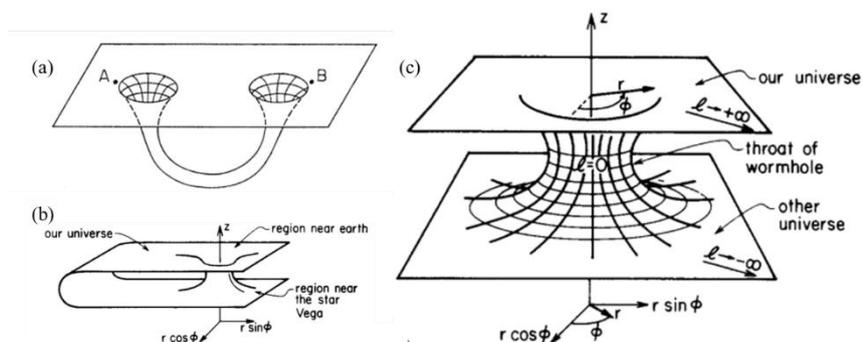


图 2.5 (a) 惠勒提出的虫洞拓扑概念图，用一个二维空间来概括这个三维空间的性质。平面被赋予了一种非寻常的拓扑结构，但到处都没有任何几何奇点。这种拓扑表现为存在两种等价的连接点 A 和点 B 的方式。一种连接通过虫洞的喉部。另一个完全留在虫洞口外的准欧几里得空间里。在所画的图中通过虫洞的连接完全有可能比从 A 到 B 的“正常”路线短许多数量级。

(b) (c) 莫里斯和索恩提出的 (b) 连接我们宇宙中两个遥远区域的虫洞嵌入图。(c) 连接两个不同宇宙的虫洞嵌入图。每个图表描述了在特定时刻通过空间的赤道切片的几何形状。图中形象标出了他们设计的可穿越虫洞是如何连接两个宇宙，以及作为空间穿越的工具。

我们上文提到，MT 度规仅仅是可穿越虫洞的一种形式，而虫洞的联通和可穿越特性则有很多实现的可能性。自提出以来，很多实验模拟虫洞的工作相继诞生。2007 年 Greenleaf 教授的一篇工作描述了电磁材料参数的新结构，即介电常数和磁导率，这使得人们可以建造起像看不见的隧道一样工作的设备[22]，这些允许电磁波在隧道两端的区域间传播，但是隧道它们本身和它们所包围的区域是横向电磁观测无法探测到的。作者将其称为 blowing up a point。2016 年有人利用一维的超导量子干涉器件组成了一个模拟的一维阵列[23]。在虫洞的模拟中，越靠近虫洞喉部的区域，光速越慢。在他们的干涉阵列中，他们用干涉的传播速度来模拟光速，用电容和电感系数模拟阻抗（类似模拟介质中电磁参数），这些都是施加一个外部磁通量控制的。在中心，仅有一组干涉单元的外加磁通超过临界值，他们用中间的一组来模拟虫洞的喉部。可以理解为干涉信息越过势垒到达另一个宇宙。总之，他们提供了一个建立模拟的方法通过适当的强非均匀性，

实现了可穿越虫孔一维背景的量子模拟器。2018 年 Jensen Li 教授和弦大学的合作者发表了一篇工作利用弹性波来模拟虫洞[24]，他利用共形坐标变换，将虫洞嵌入图曲面中的一侧曲率不为零的部分开始的无穷大区域对应到平面中心圆形的区域，得到了平面上的电磁常数分布，从而数值模拟了光场在虫洞附近的传播。同时，他还展示了涡旋光穿越虫洞时实现的波形抗干扰特性，以及喉部半径对投射效率的影响。

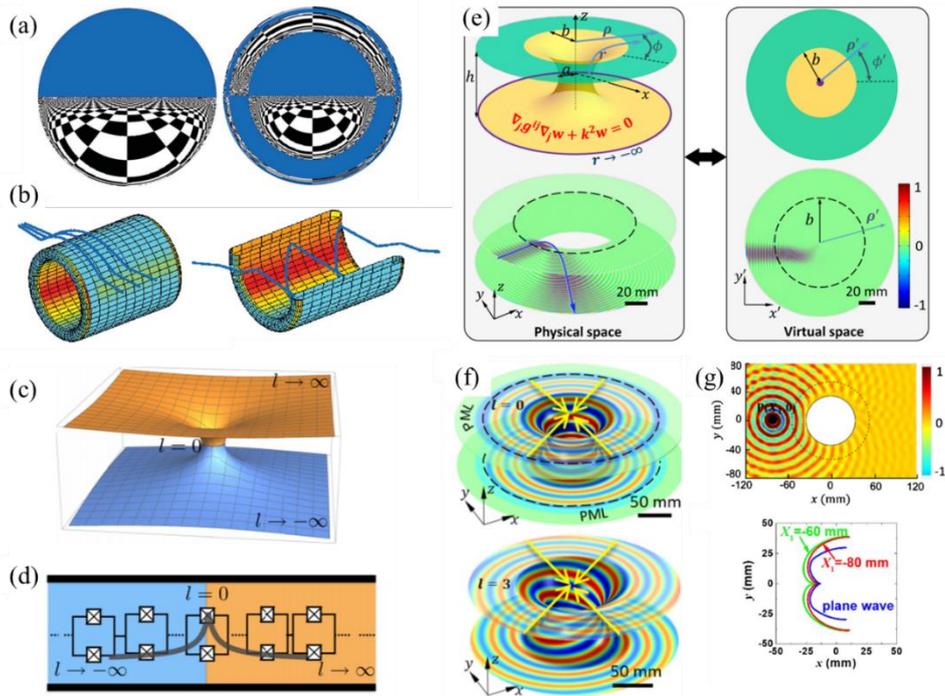


图 2.6 (a) Greenleaf 设计的电磁虫洞在两种尺寸时的不同效应，左右两张图时不同虫洞在一侧观察另一侧的景象——蓝天下的无限大黑白棋盘：左侧为虫洞尺寸较小时，会产生类似麦克斯韦语言透镜的效果。右侧为虫洞尺寸较大时，会产生多个像，有幻觉效果。(b) Greenleaf 的电磁虫洞对不同方向入射电磁波效果，横向的电磁波会从外侧绕过，像没有感觉到虫洞一样；纵向入射的电磁波会穿过虫洞。(c) (d) 可穿越虫洞的嵌入图与对应颜色的直流 squid 阵列 (c) 可穿越虫洞时空嵌入图。在  $l \rightarrow \pm 0$  处的两个渐近平坦时空区域由一个以  $l = 0$  为中心的喉部连接，其中  $l$  由到虫洞喉部的适当径向距离定义。(d) 直流超导量子干涉阵列。一个合适的强非均匀外部通量偏置(灰色)产生电磁量子场的有效传播速度，它可以模拟 (c) 中所描述的时空中的传播速度。(e) 弹性波虫洞嵌入图和变换等价。左上为物理空间中恒定时间的虫洞示意图。右上为将虫洞转化为虚拟空间中的平面进行数值模拟，将上方的顶面映射为右图外侧的，将喉部和底面压缩为黄色部分。左下和右下高斯光束从上表面穿向下表面。将标量波动方程转换到虚拟空间中进行数值求解。相同的标量场  $w$  在两个空间中绘制。(f) 涡流波通过虫洞的喉部，用弹性波波导实现，分别为  $l = 0$  时和当  $l = 3$  时，涡旋光束的变化。(g) 图 4 所示。虫洞中波传播和虚焦的实验观察。上图为顶板面外位移场，下图是位于三个不同位置的点源虚焦散线。

### 1.4 二维可穿越虫洞的曲面模拟与光线轨迹计算

MT 虫洞是莫里斯和索恩于 1988 年提出的一种可穿越的静态虫洞的度规，它的特点是粒子能够从虫洞的喉部穿越，从上宇宙穿越到下宇宙，在两个宇宙中，三维虫洞的喉部都是一个球面，进入球面就可以穿越到另一个宇宙。在球坐标系中，MT 度规的表达式可以写为

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1-b_0^2/r^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (2.3)$$

其中  $c$  为真空中的光速， $b_0$  是可穿越虫洞喉部的半径。因为实验中只能模拟静态的度规，故  $dt=0$ 。然后将虫洞由三维压缩到二维，就可以简化虫洞的度规为：

$$ds^2 = \frac{dr^2}{1-b_0^2/r^2} + r^2 d\phi^2 \quad (2.4)$$

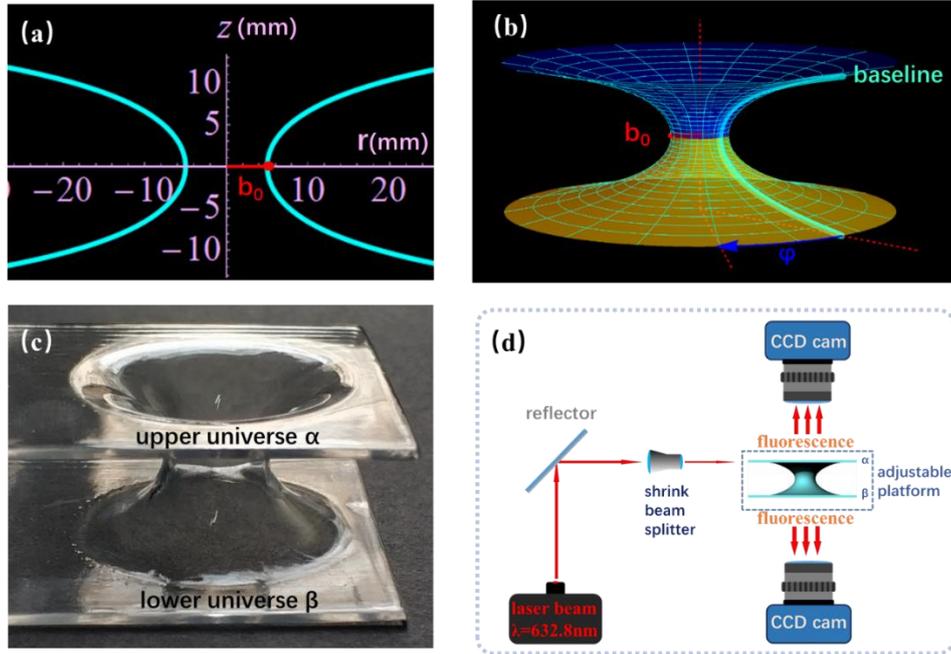


图 2.7 (a) 虫洞旋转基线。(b) 旋转基线旋转的二维虫洞嵌入图。中间的  $b_0$  是喉部半径，上方和下方用两种颜色象征两个宇宙。(c) 样品图像，上面宇宙  $\alpha$ 、下面宇宙  $\beta$  的组合和一个莫里斯-索恩虫洞嵌入图形状的部分作为通道。(d) 实验设置示意图，由氦氖激光器，反射镜，缩束镜，样品台，样品和 CCD 相机组成。

按照传统的变换光学设计，我们可以用各向异性的超材料来等效虫洞周围的引力场，之前的工作不乏这样的方式，但这样会面临两个问题，首先制备这样各

项异性并且随着位置急剧变化的等效介质或超材料即使对于长波段也是一个很大的挑战，更不用说对于可见光；另外在接近虫洞的区域，折射率的径向对角项会趋近于无穷大，这也是等效介质或超材料方法无法实现的。因此我们考虑引入嵌入图方法。

嵌入图是一种可以将低维度度规变为易理解的具象化的物理图像的处理方式。因为人类通常只能想象出三维的图像，因此如四维时空乃至高维度的希尔伯特空间都是很难形成物理图像的，只能通过数学公式来理解，例如我们尝试想象一个三维虫洞，因为喉部两侧的空间是对称的球坐标系，我们的理解只能是两个虫洞的空间重合，而这并不是三维虫洞真正的性质。换用度规的语言来说，虽然三维度规存在于三维坐标系中，但是它在位置上加载了权重信息（度规系数甚至耦合项系数），我们可以称之为 3.5 维的信息，这也会使得度规难以理解。但是如果我们用三维的思维来理解二维的度规，这就变得很好理解。让我们从简单的一维度规开始，假设有一条直线和另一条曲线，直线上有一维度规  $ds^2 = a(x)^2 dx^2$  这时候我们任意沿垂直于直线的方向截取一段直线和其对应的曲线，曲线的方程可以写为  $dl^2 = dx^2 + dy^2$ ，对于每个  $x$ ， $dy/dx$  都可以写为  $x$  的函数  $b(x)$ ，此时我们可以将公式改写为  $dl^2 = (1 + b(x)^2) dx^2$ ，如果处处满足  $(1 + b(x)^2) = a(x)^2$ ，那么我们就可以将  $ds$  与  $dl$ ，也就是直线的测地长度可以等价于曲线的长度，此时我们称曲线为这一直线的嵌入图。类似地，我们也可以用二维曲面上两点之间的距离来等效二维平面上两点的测地距离。由此我们也可以理解为何三维的度规难以理解，因为三维度规的嵌入图是四维空间中的三维曲面，而这是难以想象的。

我们采用嵌入图方法，假设嵌入图的曲面度规为

$$ds^2 = [1 + (\frac{dz}{dr})^2] dr^2 + r^2 d\varphi^2 \quad (2.5)$$

将曲面度规和二维虫洞度规联立，就可以得到嵌入图曲面的表达式

$$z(r) = \pm b_0 \ln\left[\frac{r}{b_0} + \sqrt{\left(\frac{r}{b_0}\right)^2 - 1}\right] \quad (2.6)$$

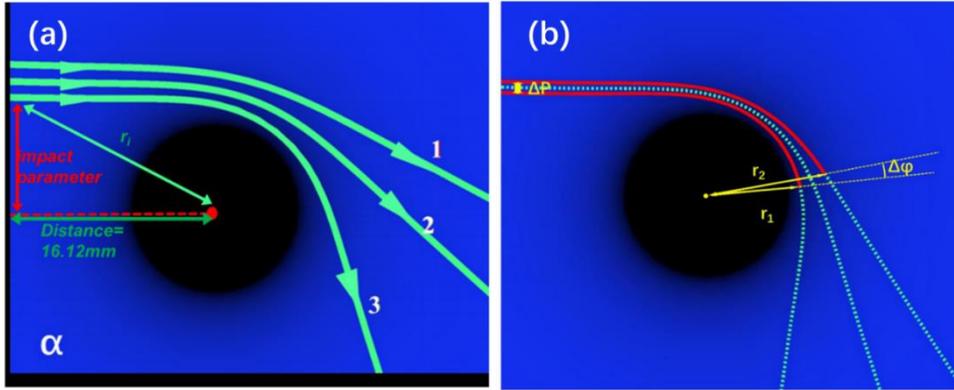


图 2.8 (a) 碰撞参数的示意图，横向距离为实验中实际出射位置和虫洞中心的距离，纵向红色线标注的是碰撞参数，随着入射位置的不同而变化。 $r_i$  是入射时测地线方程的初始距离，由碰撞参数和 distance 计算得到。(b) 虫洞附近光线的张角示意图

我们画出嵌入图的曲面，嵌入图为近似双曲面形状，从中间最窄处分为上下两部分，上面一部分为上宇宙，下面一部分为下宇宙，中间一圈半径为  $b_0$  的是喉部，即上下两宇宙的边界。如果仅仅截取嵌入图的一半，即为黑洞嵌入图在视界外的部分，当接近黑洞视界附近时，光速会急剧减小，这使得黑洞内部的光难以逃逸，同时这一引力场也会使按测地线传播的光有被吸入的趋势。

理论上，我们可以计算出光束在虫洞附近的运动方程，其遵循测地线方程。拉格朗日量的广义形式为

$$L = g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{y}^\nu \quad \dot{x}^\mu = \frac{dx^\mu}{d\lambda} \quad (2.7)$$

，其中  $\lambda$  为仿射参数， $x^\mu$  为四维矢量可以表示为  $x^\mu = (t, r, \theta, \varphi)$ ，我们可以得到欧拉-拉格朗日方程

$$\frac{d}{d\lambda} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^\mu} - \frac{\partial L}{\partial x^\mu} = 0 \quad (2.8)$$

联合 E-L 方程和虫洞测地线方程，我们将拉式量写为：

$$L = -c^2 \dot{t}^2 + \frac{r^2}{r^2 - b_0^2} \dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2 \quad (2.9)$$

由动量和角动量守恒，我们可以得到：

$$c^2 \dot{t} = k \quad r^2 \dot{\phi} = h \quad (2.10)$$

将这两个守恒量带入测地线方程，我们就可以得到：

$$\dot{r}^2 = \left(1 - \frac{b_0^2}{r^2}\right) \left(\frac{k^2}{c^2} - \frac{h^2}{r^2}\right) \quad (2.11)$$

为了获取径向坐标  $r$  和切向坐标  $\phi$  的关系，我们进一步得到

$$\left(\frac{dr}{d\phi}\right)^2 = (r^2 - b_0^2) \left(\frac{k^2 r^2}{h^2 c^2} - 1\right) = (r^2 - b_0^2) \left(\frac{c^2}{r^2 \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2} - 1\right). \quad (2.12)$$

其中  $\frac{k}{h} = \frac{c^2}{r^2 \left(\frac{d\phi}{dt}\right)}$ ，我们定义碰撞参数  $P$ ，即从虫洞中心到入射光束的垂直距离，

如图 2.8 所示。如果撞击参数  $P$  定义在离虫洞很远的位置，我们将有  $r \left(\frac{d\phi}{dt}\right) = c \frac{P}{r}$ ，然后我们得到

$$\left(\frac{dr}{d\phi}\right)^2 = (r^2 - b_0^2) \left(\frac{r^2}{P^2} - 1\right) \quad (2.13)$$

考虑到不同的入射条件，我们将入射情况分为三类。

情况 1，如果  $P > b_0$ ，在此种情况下，测地线不会穿越虫洞，而仅仅是受到虫洞的引力场而弯折，在这种情况下，我们得到方程的解为

$$\phi_1 = \pm [F(r, P) - F(r_i, P)] \quad (2.14)$$

其中  $F$  是第一类不完全椭圆积分，写为： $F(r, P) = \int_0^{P/r} \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-(b_0/P)^2 x^2)}}$

在图六中，碰撞参数以入射位置  $D$  定义， $r_i = \sqrt{P^2 + D^2}$ 。此点为积分的起始点。

在此种情况下，我们可以计算出  $r$  趋近于无穷时的  $\phi$  的表达式：

$$\varphi_1^\infty = 2K(P) - F(r_i, P) \quad (2.15)$$

其中  $K$  是第二类完全椭圆积分  $K(P) = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-(b_0/P)^2x^2)}}$

情况 2, 如果  $p < b_0$ , 测地线会穿过虫洞从上宇宙穿越到下宇宙, 此时, 方程的解为

$$\varphi_2 = \pm[G(r, P) - G(r_i, P)] \quad (2.16)$$

其中  $g$  为第三类不完全椭圆积分, 表达式为  $G(r, P) = \int_0^{b_0/r} \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-(P/b_0)^2x^2)}}$ 。此种情况下, 我们计算出无穷远处的偏折角度为

$$\varphi_2^\infty = 2H(P) - \frac{P}{b_0}G(r_i, P) \quad (2.17)$$

, 其中  $H$  为第三类完全椭圆积分, 表达式为  $H(P) = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-(P/b_0)^2x^2)}}$ 。

情况 3, 如果  $p = b_0$ , 方程的解将完全发散, 即  $\phi$  随着  $r$  一直增加, 即测地线围绕虫洞喉部一直绕转, 无法逃逸。

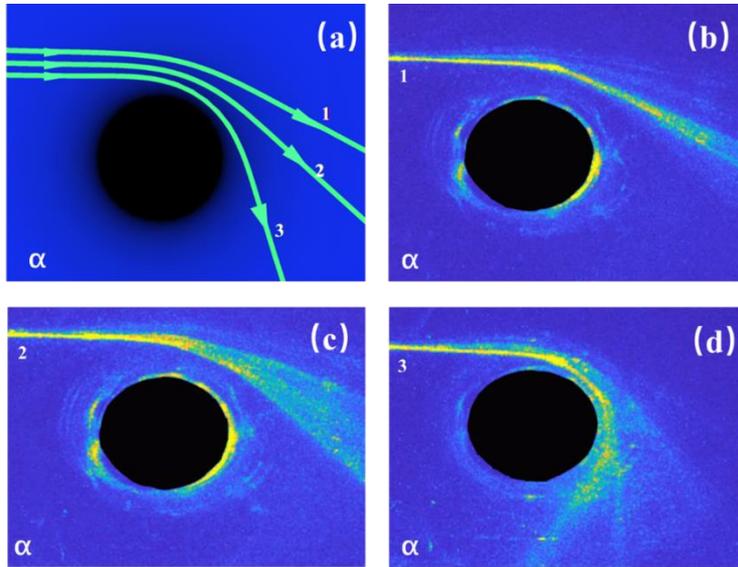


图 2.9 (a) 虫洞周围未吸收条件的理论模拟。黑色圆盘周围的蓝色背景是二维的上层宇宙, 这两个部分之间的边界圆是虫洞的咽喉。青色箭头线是由于角动量不同而标记为 1, 2, 3 的入射光轨迹。(b) (c) (d) 情况 1 的实验结果。与 (a) 中 1, 2, 3 相关的 3 个不同冲击参数的光入射。

我们给出了三种情况下的测地线模拟。

对于情形 1,  $p > b_0$ , 如图 2.9(a) 所示, 蓝色背景是虫洞喉部之外的空间, 引力场从无穷远处的均匀到虫洞附近的急剧变化, 中间的黑色圆形则表示虫洞内的区域, 对于这一侧空间中的观察者来说, 是不可定义的, 只能接收从另一侧宇宙传递过来的信息。我们取了几个不同的碰撞参数, 从图中可见, 碰撞参数越小, 光线受到引力场影响越大, 从较远的轨迹 1 只是少许偏折, 到远处轨迹 3 产生了接近 90 度的弯曲。但是直到碰撞参数大于临界值, 光线无论如何弯曲, 仍然会处于上宇宙

对于情形 2,  $p < b_0$ , 如 2.10(a) (b) 所示, 情况更为复杂, 我们在两张图中用  $\alpha$  和  $\beta$  分别代表上宇宙和下宇宙空间。这种情况下, 光线会从上宇宙出射, 穿过虫洞的喉部, 从下宇宙出射, 此时, 随着碰撞参数从 0 到接近  $b_0$  的变化, 我们发现, 出射光的最终出射角随着入射光碰撞参数的增大而顺时针旋转。

对于情形 3,  $p = b_0$ , 这时碰撞参数处于临界点, 如图 2.10(b) 中的黄色曲线 7 所示, 在上宇宙的视角中, 该光线受到虫洞的引力逐步沿着螺旋线调入虫洞, 最终无法被上宇宙的观察接受; 同样, 下宇宙的观察者也无法接收到这个角度的信息。因此, 对于碰撞参数精确地处于临界值的光束, 它会一直沿着喉部绕转, 无法逃逸。如果给碰撞参数一个微扰, 让其相对临界值产生一个小量的偏移, 光束仍然会在喉部绕转多圈之后, 才根据偏移的方向选择留在上宇宙或者穿越到下宇宙。

对于这三种情况, 我们作出了偏移角度  $\phi$  随着碰撞参数变化的曲线来说明整体的变化情况, 其中  $\phi$  的定义如 2.8(b) 所示, 是最终偏移角度与入射角的夹角 (可以大于  $2\pi$ )。图中显示, 当碰撞参数小于临界值时 (穿越情况),  $\phi$  随着  $P$  的增加而增大; 当碰撞参数大于临界值时 (非穿越情况),  $\phi$  随着  $P$  的增大而减小; 在临界值附近, 无论从  $P$  哪一侧接近临界值,  $\phi$  都会急剧趋向于无穷大, 这表明绕转的圈数快速增加。当  $P$  处于临界值, 理论上能够绕转无穷多圈, 但考虑到光的波动性, 光子最终会逃逸出去。

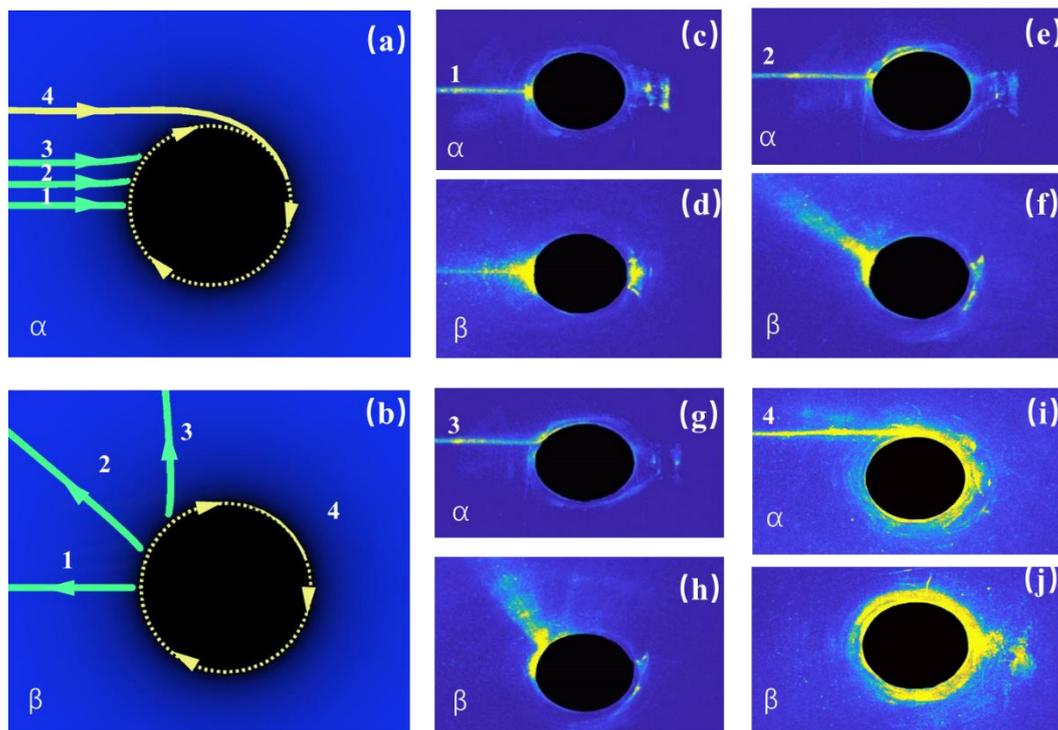


图 2.10 (a) (b) 吸收条件和临界理论模拟。入射轨迹在终点喉部被虫洞吸收。在宇宙  $\beta$  发射部分吸收光的轨迹。这些轨迹以不同的冲击参数入射，标记为 1, 2, 3, 4。 (c, d), (e, f), (g, h), (i, j) 分别为相应的实验图像。每个图的上半部分 ((c) (e) (g) (i)) 为上宇宙入射光  $\alpha$ ，下半部分 ((d) (f) (h) (j)) 为下宇宙发射光  $\beta$ 。

### 1.5 二维可穿越虫洞的光学模拟与结果分析

我们尝试在实验中验证虫洞这一效果。我们设计的样品分为三个部分，中间的圆形旋转对称嵌入图形状双曲面代表虫洞附近的引力场，我们将嵌入图曲面上下在对称的地方用圆圈截断，并接上上下两个平面波导，在中间采用少量的过渡，表明从虫洞较远处变化比较平缓的引力场过渡到均匀的引力场。用 3D 打印的方法来制备波导，我们最终的样品如图 2.7(c) 所示，为一双曲面过渡到上下两个平面的均匀厚度曲面波导，材质为透明光敏树脂，折射率为 1.5。实验装置图如图 2.7(d) 所示，我们将样品放置到六维调节平移台上，旋转，摆动和俯仰三个维度用于调整样品的位置，我们将一束 632.8nm 的氦氖激光通过反射镜和透镜缩束到直径为 0.4mm 并从平面波导耦合入到样品中。调节台的前后和左右维度用于调节位置，使光束能够完全耦合入到曲面波导中；而上下维度用于调节入射的碰撞参数。在样品的左右两侧，分别有两个摄像机，焦平面设定在  $\alpha$  和  $\beta$  两个波导平面上。

当光耦合进入波导时，在曲面波导上下两个部分的轨迹分别可以通过荧光散射观察到，而两个相机由于焦平面在两个平面波导上，所成的像恰好是两部分曲面波导在平面上的投影，我们就可以将图像直接视为光线在二维附近传播的轨迹。实验过程中，我们将聚焦的高斯光耦合到  $\alpha$  波导中，随后固定其它维度不变，调节样品的高度，即可以通过两个相机所成的图像观察到光子在不同碰撞参数时在虫洞附近的演化行为。

我们测量了多组从不同碰撞参数入射的实验图片，并且将图片导入 matlab 程序中提取入射角度，出射角度，光束展宽等实验数据。我们选取与理论计算相对应的几个碰撞参数的实验图片展示出来作为对比。我们选择的参数为  $P=0, 0.3 b_0, 0.57 b_0, b_0, 1.3 b_0, 1.5 b_0, 1.7 b_0$ 。图 2.9(b-d) 中的 1、2、3 号入射光为情况 1：未穿越的实验图像，对应于图 2.9(a) 中的理论曲线 1, 2, 3。这三种情形下光束的整体偏折角分别是  $\phi = 27.97^\circ, 44.57^\circ, 73.50^\circ$ 。图 2.10(c-h) 中的实验图像则分别对应于 2.10(a) 和 (b) 的理论结果 1, 2, 3, 4, 5, 6。这种情况下，入射光线从  $\alpha$  平面入射，进入虫洞引力场范围，穿越虫洞并喉部从

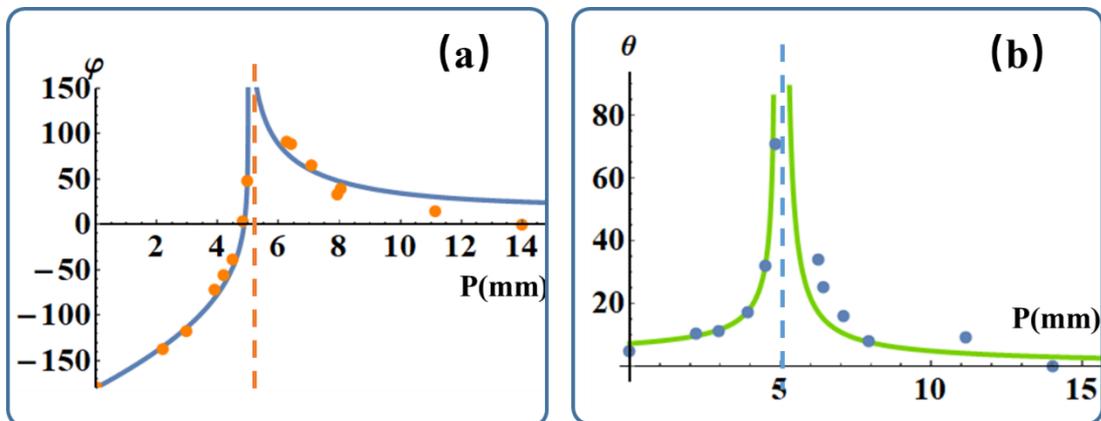


图 2.11 出射角度的测量结果与理论计算的对比 (a) 蓝线为入射光偏转角与撞击参数  $p$  的理论关系，橙点为实验结果。(b) 绿线为测地线偏差耀斑角与冲击参数  $p$  的关系，蓝点为实验结果。

出射  $\beta$  平面。在这些过程中，光线也发生了偏转，得到的总体平均的偏转角度分别为  $-180^\circ$ 、 $-139^\circ$  和  $-93.55^\circ$ 。最后一组实验图片则对应临界情况 3，此时无法得出具体的偏转角度，光线全部聚集在喉部附近。从实验图中，我们不难发现光线受到引力场作用而偏折的同时，也发生了展宽现象，这是由于光束具有一

定宽度，在传播过程中不同部位感受到的引力场不同而造成的。实验中，我们注意到光束的偏转角度随冲击参数  $P$  的变化而变化，因此，光束的发散角可以计算为  $\theta(P) = \varphi^\infty(y + \Delta P) - \varphi^\infty(P) = \Delta P \cdot d\varphi^\infty/dP$ 。注意，我们假设光束源远离喉部；因此，我们可以有这样的近似： $r_i \gg b_0$ ，根据这个近似，当光束没有穿过虫洞时，我们有  $\frac{d\varphi_1^\infty}{dP} = \frac{1}{P-b_0} E(P) - \frac{1}{P} H(P)$ ，其中  $e_p$  是第二类椭圆积分： $E(P) = \int_0^1 \frac{\sqrt{(1-(b_0/P)^2 x^2)}}{\sqrt{(1-x^2)}} dx$ 。因而我们得到光束的发散角度如下：

$$\theta = \frac{\Delta P}{P-b_0} E(P) - \frac{\Delta P}{P} H(P), \quad (2.18)$$

当光束穿过虫洞时，得到  $\frac{d\varphi_2^\infty}{dP} = \frac{1}{b_0-P} I(P) + \frac{1}{b_0} H(P)$ ，其中  $I(P)$  表示为  $I(P) = \int_0^1 \frac{\sqrt{(1-(P/b_0)^2 x^2)}}{\sqrt{(1-x^2)}} dx$ 。然后我们可以得到散度角度如下：

$$\theta = \Delta p \cdot \frac{d\varphi_2^\infty}{dP} = \frac{\Delta p}{b_0-P} I(P) + \frac{\Delta p}{b_0} H(P). \quad (2.19)$$

这样，我们就可以得到如图所示的偏折角和发散角曲线，两者都是在  $P=b_0$  处发散，同时，我们在图 2.11 中也用圆点标出了我们测试的实验数据。可以看出实验结果和曲线基本一致。

潮汐力在我们的生活中十分常见，如海边的潮起潮落就是由于月球的引力场派生的潮汐力而引起的，而我们在电影中看到的洛希极限描述的就是一个小型天体在抵达大型天体附近某一距离时即会因为巨大的引力场梯度而解体，这也是一种潮汐力现象。霍金在《时间简史》中曾经提到一个有趣的现象，当宇航员接近黑洞时，首先他就会因为巨大的引力场差而被拉的越来越长，直到完全分裂。那么光线是否会受到引力的潮汐力影响呢？在生活中，我们很难观察到这一现象，因为我们看到的巨大的宏观物体才能感受到一般天体的引力场梯度，而受到潮汐力的影响。实际上，光子同时具有波动性，因为光子波包有大小，因此也会受到潮汐力的影响。而我们的样品就可以模拟虫洞附近的引力场，这种引力场也有梯度极大的特点，因此我们尝试分析这种潮汐力带给光束的影响。

对于矢量  $A_\mu$ ，它在测地线处的二阶微分为：

$$\begin{aligned}
 \frac{D^2 A^\mu}{D\lambda^2} &= \frac{D}{D\lambda} \left( \frac{DA^\mu}{D\lambda} \right) = \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{DA^\mu}{D\lambda} \right) + \Gamma^\mu_{\alpha\beta} \frac{DA^\alpha}{D\lambda} \frac{dx^\beta}{d\lambda} \\
 &= \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{dA^\mu}{d\lambda} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta} A^\alpha \frac{dx^\beta}{d\lambda} \right) + \Gamma^\mu_{\alpha\beta} \left( \frac{dA^\alpha}{d\lambda} + \Gamma^\alpha_{\kappa\lambda} A^\kappa \frac{dx^\lambda}{d\lambda} \right) \frac{dx^\beta}{d\lambda} \\
 &= \frac{d^2 A^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta,\nu} \frac{dx^\nu}{d\lambda} A^\alpha \frac{dx^\beta}{d\lambda} + 2\Gamma^\mu_{\alpha\beta} \frac{dA^\alpha}{d\lambda} \frac{dx^\beta}{d\lambda} \\
 &\quad - \Gamma^\mu_{\alpha\beta} A^\alpha \Gamma^\beta_{\kappa\lambda} A^\kappa \frac{dx^\kappa}{d\lambda} \frac{dx^\lambda}{d\lambda} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta} \Gamma^\alpha_{\kappa\lambda} A^\kappa \frac{dx^\lambda}{d\lambda} \frac{dx^\beta}{d\lambda}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

假设两个光束的位置向量分别表示为  $x^\mu(\tau)$  和  $x^\mu(\tau) + s^\mu(\tau)$ , 其中  $s$  为小量。我们写出它们的测地线方程如下:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}(x) \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} &= 0 \\
 \frac{d^2(x^\mu + s^\mu)}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}(x + s) \left( \frac{dx^\alpha}{d\tau} + \frac{ds^\alpha}{d\tau} \right) \left( \frac{dx^\beta}{d\tau} + \frac{ds^\beta}{d\tau} \right) &= 0
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

如果两个光束最初足够接近,  $s^\mu$  和  $ds^\mu/d\lambda$  无穷小, 大约导致  $\Gamma^\mu_{\alpha\beta}(x + s) \cong \Gamma^\mu_{\alpha\beta}(x) + \Gamma^\mu_{\alpha\beta,\sigma} s^\sigma$ 。由式 (2.21) 可得

$$\frac{d^2 s^\mu}{d\tau^2} = -\Gamma^\mu_{\alpha\beta,\sigma} s^\sigma \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} - 2\Gamma^\mu_{\alpha\beta}(x + s) \frac{ds^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} \tag{2.22}$$

把  $s^\mu$  看做  $A^\mu$ , 代入方程。(2.22) 在 (2.20) 中, 我们可以得到  $s$  沿测地线的二阶导数

$$\frac{D^2 s^\mu}{D\lambda^2} = R^\mu_{\alpha\beta\sigma} \frac{dx^\alpha}{d\lambda} \frac{dx^\beta}{d\lambda} s^\sigma, \tag{2.23}$$

其中  $R^\mu_{\alpha\beta\sigma}$  为黎曼张量, 可以表为

$$R^\varphi_{r\varphi r} = \frac{b_0^2}{b_0^2 r^2 - r^4}, \quad R^\varphi_{rr\varphi} = -\frac{b_0^2}{b_0^2 r^2 - r^4}, \quad R^\varphi_{\varphi r\varphi} = -\frac{b_0^2}{r^2}, \quad R^r_{\varphi\varphi r} = \frac{b_0^2}{r^2}$$

因此, 对于 MT 虫洞的度量, 相对加速度计算为

$$a^r = -\frac{b_0^2}{r^2} \left[ \Delta\varphi \frac{dr}{d\lambda} \frac{d\varphi}{d\lambda} - \left( \frac{d\varphi}{d\lambda} \right)^2 \Delta r \right] \tag{2.24}$$

$$a^\varphi = -\frac{b_0^2}{b_0^2 r^2 - r^4} \left[ \Delta r \frac{dr}{d\lambda} \frac{d\varphi}{d\lambda} - \Delta\phi \left( \frac{dr}{d\lambda} \right)^2 \right] \quad (2.25)$$

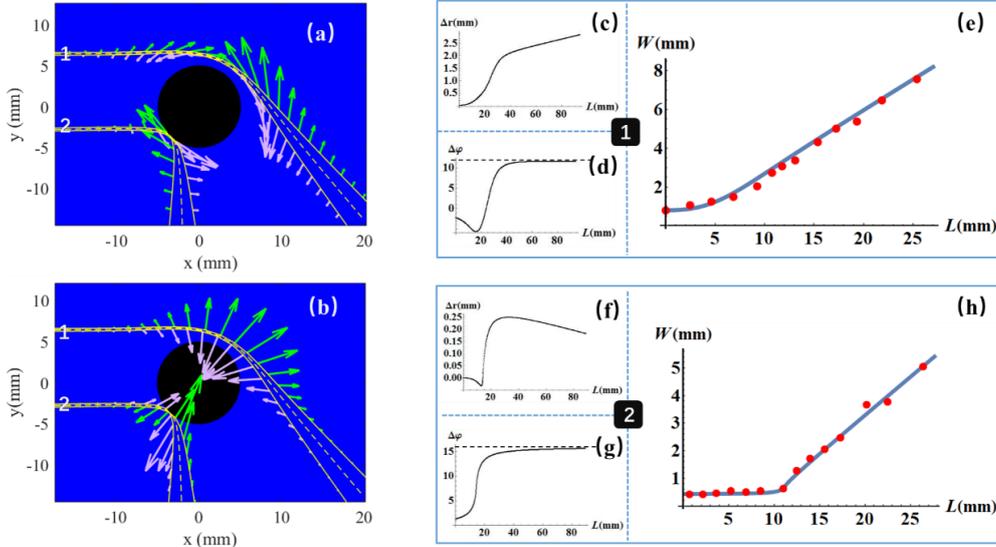


图 2.12 (a) 入射光轨迹的切向潮汐加速度。(b) 入射光的径向潮汐加速度。(c) (d) (e) 情况 1 中一个碰撞参数下的测地线偏移。由初始  $\Delta P$  沿未吸收光轨迹传播引起的  $\Delta r$  (c) 和  $\Delta \phi$  (d) 的演变分别显示(c)和(d)。光束的发散宽度如(e)所示。实验结果用红点标记。(f) (g) (h) 情况 2 中带有有一个碰撞参数的测地线偏移。初始扰动沿未吸收光轨迹传播引起的  $\Delta r$  和  $\Delta \phi$  的演化分别示于(f)和(g)。推导出的光束宽度如(h)所示。实验结果也用红点标记。(d)和(g)中的渐近线为对应的发散角度。

这里  $\Delta r = r_1(\lambda) - r_2(\lambda)$  和  $\Delta\phi = \varphi_1(\lambda) - \varphi_2(\lambda)$ , 用下标 1 和 2 表示两个闭合测地线。极坐标示意图如图 7 所示。根据极坐标系中的测地线方程, 我们计算沿测地线线的变化 ( $\Delta r, \Delta \phi$ ) 如图 2.12(c), (d), (f), (g) 所示。我们可以看到在图中所示, 在光束穿越虫洞或从虫洞一侧经过时, 光束的两侧收到的等效的“力”随着接近虫洞而急剧变大, 同时光纤的半径也在极速增加; 当光束从虫洞附近出射后, 这种拉扯的力又逐渐减小, 使光束趋近于缓变。

然后计算潮汐加速度 ( $a^r, a^\varphi$ ) 沿测地线的变化, 如图 2.12(a) 和图 2.12(b) 中曲线所示。同时我们在 matlab 中近似测量了实验图片中光束两边的轨迹并得到相应的加速度, 在图中用红色的点表示出来。通过对比我们发现, 用潮汐力理论可以完美解释光束在模拟虫洞附近的扩散现象, 这就说明了在黑洞或者虫洞巨大的引力, 可以把光束也给撕裂, 同时也说明了光束想要穿越虫洞并保留所含的信息, 也只能选择较小的碰撞参数。

## 1.6 本章小结

在模拟二维光学虫洞这一工作中，我们用嵌入图曲面来巧妙地将二维虫洞的度规可视化，设计并用 3D 打印技术加工了嵌入图形状的均匀曲面波导，并在这个模拟虫洞中研究、演示了光束在虫洞这种奇特引力场附近的行为。我们知道，光在自由空间中通过光子波包来传递信息。在平直空间中，光子波包不会过快的扩散，并能有效支持信息的传输，这也是我们在用光来传递信息时一直希望的。通常情况下，由于正常环境中重力相对均匀，因而潮汐力非常小，几乎不会影响光子波包的形状，所以通常光子波包的扩散主要是由于光束的衍射而产生的，基本上与重力无关。但是，我们研究发现，在类似虫洞这种天体附近，存在着极高引力场情况下，潮汐力效应是不可忽视的，强大的潮汐加速度会导致波包快速扩散，甚至最终被撕裂。

综上所述，我们使用二维弯曲曲面来模拟虫洞对光子波包的巨大潮汐作用，实验和理论的结果都表明，潮汐力会导致波包的扩散和变形。尽管可穿越的虫洞一直被想象成未来人们星际旅行和通讯的时空隧道，但巨大的潮汐力会产生破坏性的影响，它不仅会撕裂通过虫洞的物质粒子，也会破坏信息通过光的传输。因此，潮汐效应是相对论背景下通讯技术中一个无法忽视的重大问题。本研究同时也为模拟此类强引力场作用下的多种光学现象提供了一个良好的实验范式。

## 参考文献

- [1] D. Schurig, J.J. Mock, B.J. Justice, S.A. Cummer, J.B. Pendry, A.F. Starr and D.R. Smith, “Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies”, *Science* **314**, 977 (2006).
- [2] R. Liu, C. Ji, J.J. Mock, J.Y. Chin, T.J. Cui and D.R. Smith, “Broadband Ground-Plane Cloak”, *Science* **323**, 366 (2009).
- [3] X. Wang, H. Chen, H. Liu, L. Xu, C. Sheng and S. Zhu, “Self-Focusing and the Talbot Effect in

- Conformal Transformation Optics”, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 033902 (2017).
- [4] C. Sheng, H. Liu, Y. Wang, S.N. Zhu and D.A. Genov, “Trapping light by mimicking gravitational lensing”, *Nat. Photonics* **7**, 902 (2013).
- [5] C. Sheng, R. Bekenstein, H. Liu, S. Zhu and M. Segev, “Wavefront shaping through emulated curved space in waveguide settings”, *Nat Commun* **7**, 10747 (2016).
- [6] X. Wang, H. Liu, C. Sheng and S. Zhu, “Reversible wavefront shaping between Gaussian and Airy beams by mimicking gravitational field”, *J. Opt.* **20**, 024015 (2018).
- [7] Smolyaninov, II, “Giant Unruh effect in hyperbolic metamaterial waveguides”, *Opt. Lett.* **44**, 2224 (2019).
- [8] H. Ge, C. Sheng, S. Zhu and H. Liu, “Observation of the acceleration of light in a tapered optical fiber”, *Opt. Express* **29**, 27212 (2021).
- [9] C. Sheng, H. Liu, H. Chen and S. Zhu, “Definite photon deflections of topological defects in metasurfaces and symmetry-breaking phase transitions with material loss”, *Nat Commun* **9**, 4271 (2018).
- [10] F. Zhong, J. Li, H. Liu and S. Zhu, “Controlling Surface Plasmons Through Covariant Transformation of the Spin-Dependent Geometric Phase Between Curved Metamaterials”, *Phys. Rev. Lett.* **120**, (2018).
- [11] R.C.T. da Costa, “Quantum mechanics of a constrained particle”, *Phys. Rev. A* **23**, 1982 (1981).
- [12] S. Batz and U. Peschel, “Linear and nonlinear optics in curved space”, *Phys. Rev. A* **78**, 043821 (2008).
- [13] S. Batz and U. Peschel, “Solitons in curved space of constant curvature”, *Phys. Rev. A* **81**, 053806 (2010).
- [14] V.H. Schultheiss, S. Batz and U. Peschel, “Hanbury Brown and Twiss measurements in curved space”, *Nat. Photonics* **10**, 106 (2015).
- [15] R. Bekenstein et al., “Control of light by curved space in nanophotonic structures”, *Nat. Photonics* **11**, 664 (2017).
- [16] A. Patsyk, M.A. Bandres, R. Bekenstein and M. Segev, “Observation of Accelerating Wave Packets in Curved Space”, *PHYSICAL REVIEW X* **8**, (2018).
- [17] C. Xu, A. Abbas, L.-G. Wang, S.-Y. Zhu and M.S. Zubairy, “Wolf effect of partially coherent light fields in two-dimensional curved space”, *Phys. Rev. A* **97**, (2018).

- [18] A. Libster-Hershko, R. Shiloh and A. Arie, “Surface plasmon polaritons on curved surfaces”, *Optica* **6**, (2019).
- [19] A. Einstein and N. Rosen, “The Particle Problem in the General Theory of Relativity”, *Phys. Rev.* **48**, 73 (1935).
- [20] J.A. Wheeler, “On the nature of quantum geometrodynamics”, *Ann. Phys.* **2**, 604 (1957).
- [21] M.S. Morris and K.S. Thorne, “Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity”, *Am. J. Phys.* **56**, 395 (1988).
- [22] A. Greenleaf, Y. Kurylev, M. Lassas and G. Uhlmann, “Electromagnetic Wormholes and Virtual Magnetic Monopoles from Metamaterials”, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 183901 (2007).
- [23] C. Sabín, “Quantum simulation of traversable wormhole spacetimes in a dc-SQUID array”, *Physical Review D* **94**, 081501(R) (2016).
- [24] J. Zhu, Y. Liu, Z. Liang, T. Chen and J. Li, “Elastic Waves in Curved Space: Mimicking a Wormhole”, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 234301 (2018).

## 第三章 变换光学曲面波导模拟时空拓扑缺陷与光场的调控

### 3.1 变换光学中的奇点

变换光学出现以来，许多新型的器件设计如雨后春笋般涌现，但尽管变换光学设计考虑了超材料的要素，有些器件实现起来仍然非常困难，如 Pendry 设计的三维隐身衣，因为需要对三维空间进行坐标变换，所以对变换后的超材料的三个反向上的 6 个电磁参数都有要求，这无疑是非常难以实现的[1]，因此后来人们通常采用柱面的介质对某一模式（TE 或者 TM）做电磁隐身。如果说这种变换后各项异性材料还可以通过一些加工方式来解决的话，对于另一些光学仪器的设计，如 Eaton 透镜，中心折射率为无穷大，不可见透镜，中心折射率也为无穷大，我们把它叫做材料奇点，即为不可实现的点。这里我们发现，许多光学仪器的设计，正是被其中的奇异点和各项异性材料所限制。

因此，人们开始思考如何从理论上解决这一问题。2008 年，Tyc 和 Leonhardt 在文章中提出了一种解决方法，他们举了一个例子[2]，如一个空间的折射率分布为  $n_r = r^p$ ，显然当  $p$  不等于 0 的时候， $r=0$  这一点必为奇点。他们通过坐标变换，将原来的  $(r, \theta, \varphi)$  变换为新坐标  $(R, \theta, \varphi)$ ，变换规则为  $R = r^p + 1$ ，那么容易得到，在径向上的光速为原来光速的  $\eta = dR/dr$  倍，即  $(p + 1) r^p$  倍，那么径向折射率就变成了  $n_r/\eta$ ，即  $1/(p + 1)$ ，而切向折射率变为了

$$n_\varphi = n_r / (R \sin\theta d\varphi / r \sin\theta d\varphi) = 1$$

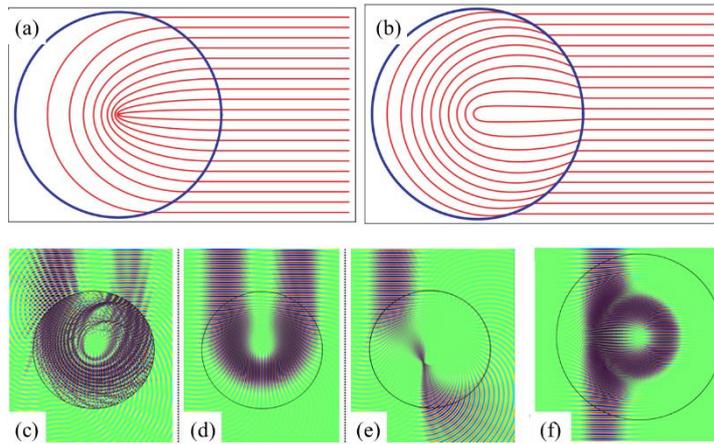


图 3.1 (a) 伊顿透镜是基于折射率分布的完美反反射器。从右侧入射的光(红色所示)撞击在伊顿透镜(蓝色)上,在那里它沿着椭圆段旋转并被反射回来。它来自的方向。由于折射率分布是径向对称的,反向反射器工作于所有方向的光。(b) 变换的伊顿透镜。射光线在变换后的伊顿透镜的原点周围几乎是等间隔的,这说明折射率剖面不再是奇异的。 变形圆柱伊顿透镜的全波数值模拟(瞬时总电场)。(c) 由非磁性材料(面内偏振)组成的缩放变形伊顿透镜,但没有消除阻抗。(d) 由非磁性材料组成的变形伊顿透镜,修正阻抗。(e) 与(d)相同,但用于面外偏振。(f) 变换的不可见球全波模拟

显然材料奇点不复存在了。他们用这一变换方法改写了 Eaton 透镜的折射率,成功地设计了不存在材料奇点地变换 Eaton 透镜。实际上,这一奇点没有被消去,而是被转化了,我们可以注意到,转化后地折射率是各向异性的,转换后介质是单轴的,光轴的方向是  $r$  方向,此时,我们可以说,一个不可能实现的“材料奇点”转变为一个有机会实现的“几何奇点”。这种转换方法不仅在实验中具有实用价值,还对于光学仿真有很大的借鉴意义。2013 年 Hooper 和 Philbin 提出一种更加实用的消除材料奇点的方法[3],他们通过积分来变换,使得在径向和角项上变换后电磁参数都可以调节以实现阻抗匹配和兼顾材料制备。他们给出了波动光学仿真,发现按照他们的参数设计的 Eaton 透镜可以完成百分之六十以上的反射。然而,通过这种奇点变换方法想得到完美的奇点光学仪器是很难的,上面介绍的文章中,对于各项异性设计,要同时考虑阻抗匹配和材料制备,很难

设计出完美的奇点仪器。

另一种设计方式——曲面也开始被人们所注意。起因是完美仪器的实现，完美仪器指类似于麦克斯韦鱼眼透镜的折射率非均匀分布的透镜，光从一点出发，

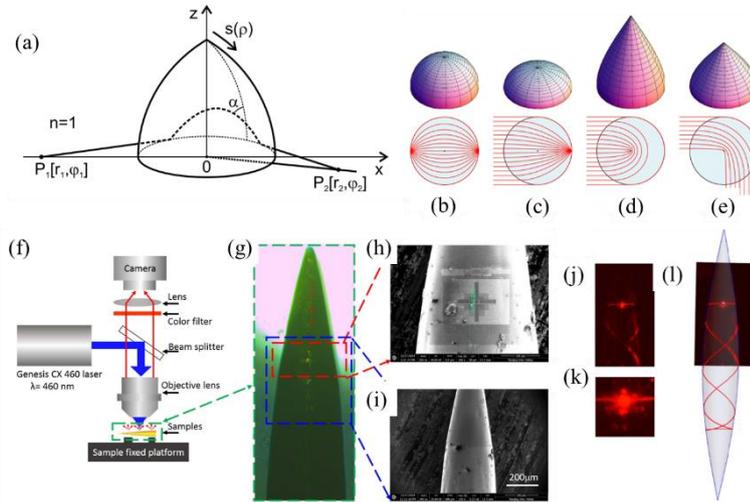


图 3.2 (a)用测地线透镜解决 Luneburg 反问题的几何构型。图 4。光线追踪和等效测地线透镜解决的几个 Luneburg 问题: (b)麦克斯韦鱼眼, (c)龙柏透镜, (d)伊顿透镜, (e)  $90^\circ$  旋转透镜。球形介质用浅蓝色表示。实验设置和样品描述。(f)光与测地线透镜的观测和耦合方案示意图。一束激光从顶部耦合到三维弯曲波导上, 激发波导中的稀土离子。发射的 615 纳米荧光被 CCD 相机收集。(g)由 CCD 相机在白光照射下捕捉到的三维弯曲波导形态。(h)自旋镀膜前耦合光栅周围三维曲面(红色虚线框)的扫描电子显微镜图像。交叉结构对应于(g)中显示的结构, 用于将激光束耦合到波导中。(i)旋涂前较大尺度三维曲面(蓝色虚线框)的扫描电子显微镜图像。根据此图, 可以得到三维曲面的准确参数。(j)微结构金属针波导的光学测量。(k)耦合源附近放大图。(l)用主轴拟合微结构金属针波导的光轨迹。

无论沿什么方向前进, 都会在另一点会聚, 完美仪器可以很好地解决成像的像差问题, 例如龙柏透镜, Eaton 透镜, 麦克斯韦鱼眼透镜和不可见球都是完美仪器, 巧合的是, 他们其中之二都存在折射率奇点问题。2011 年, Tyc 等人在文章中提出了定义光的角动量问题——即测地线方法来解决 Luneburg 问题, 即通过入射点和出射点来求解折射率分布[4]。2012 年, Martin 和 Tyc 在此基础上引入测地线透镜方法[5], 简单地来说, 就是用光在曲面上的测地运动来调控光束的传播, 他们将均匀曲面的度规线元与平面的折射率分布下的度规等价, 得到了一套由平面到曲面的共形变换。如图 3.2 (b)-(e)所示, 这套共形变换的方法下, 龙柏透镜, Eaton 透镜, 不可见球等均可以转化为不同形状的旋转对称曲面——当然只是二

维的折射率分布，如果是三维的折射率分布，我们便无法构造可视化，或是可以在现实中实现的测地透镜了。2018年，陈焕阳教授课题组与我课题组合作，利用拉锥的银线构成测地线透镜的形状，再在锥形结构上加工均匀的 PMMA 薄膜，形成均匀的曲面波导，将光从波导的任意位置耦合入，都可以观察到自聚焦现象[6]。

2015年，Horsely 等人结合此前消除材料奇点的方法，和测地线构造曲面的方法，使得非物理空间的光学设备可以投入实用[7]。他们首先演示了一个变换，对于一个中心对称的，零点为奇异点折射率分布，用类似测地线透镜的方法可以将它变化为突起的曲面，如图 3.3(d)所示。而对于 Eaton 透镜，他们将其折射率函数分解为相乘的两部分，一部分含有中心奇点，他们将其变化为曲面，而后根据曲面到平面的坐标变换，用变换光学方法将另一项转化为表面上的各项异性折射率分布，这种设计可以很好地兼顾到阻抗匹配与折射率材料制备的问题。除此之外，人们在用共形变换光学研究奇点还有很多重要的工作[8-10]。

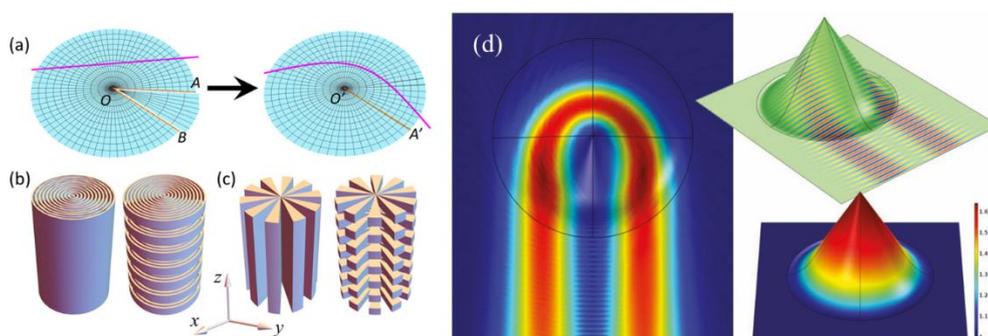


图 3.3 (a)用 Volterra 过程的角坐标变换构造旋转空间的示意图:从平面空间中去除一个扇形 AOB, 并通过粘贴边界 OA 和 OB 粘接剩余部分。(b, c)基于同心多层(b)和对称切片(c)的圆柱径向各向异性的超材料实现, 分别是连续的或周期的。(d)使用雕刻平行板波导的伊顿透镜二维实现的有限元建模(5)。该器件使用平面窄高斯光束激励, 其波长为形变区域半径的 1/10, 偏移到器件的一侧。左面板显示了设备内时间平均场的自顶向下视图, 清楚地显示了所需的回溯反射功能。右上面板显示了电场在器件等距投影上的瞬时 z 分量(正常于器件的平均平面), 在那里我们可以看到尖端在重定向入射波中的作用。右下面板显示了需要的折射率,  $n(r)$ , 必须出现在波导的变形区域。

当我们回到奇点本身，是否所有的奇点都是一样的呢？显然不是，2015年，Y. L. Zhang 等人讨论了奇点处的拓扑缺陷[11]，通过基于变换光学的一种缺角变换，建立起三维空间中拓扑缺陷与各向异性材料之间的等价关系，这种拓扑缺陷是基于变换光学的宇宙弦模拟。2018年，西班牙学者研究了光在模拟宇宙弦时空的超材料介质中传播时的干涉和衍射[12]，这是一种具有曲率的拓扑缺陷奇点。模拟现象类似于 AB 效应的引力模拟，因为光在黎曼张量消失的区域传播，尽管如此，仍然受到局限于弦核的非零曲率的影响。他们对超材料介质进行了全波数值模拟，并利用衍射的渐近理论对结果进行了解析解释，结果非常吻合。更为有趣的是，他们证明了波在具有锥形奇异性的介质中传播的主要特征可以用包含两个几何光学和两个衍射波的四波干涉来解释。2017年，香港理工大学课题组与 Pendry 合作[13]，从几何角度对径向各向异性材料的光学进行了理论研究。在变换光学的框架内，他们证明了具有径向各向异性的光学介质等价于旋转几何，即带有奇异曲率的线拓扑缺陷。如图 3.3 (a) - (c) 所示，通过引入表征旋转空间整体拓扑的几何参数，他们系统地分析了在椭圆和双曲区域内由同心多层或对称切片组成的两种典型径向各向异性的有效几何和拓扑电荷。结果表明，椭圆径向各向异性和双曲径向各向异性分别产生光学黎曼几何和伪黎曼几何。此外，他们从坐标变换的角度研究了光在超材料中波长处的波动光学和半经典射线动力学。研究发现，奇异点对光的作用取决于拓扑荷的大小，具有吸引力或排斥力。2018年，我们课题组的盛冲老师在银膜上用聚焦离子束刻蚀技术制备了同心圆超表面，并在超表面上旋涂 PMMA，构成了各项异性折射率波导，这种折射率分布可以构成拓扑缺陷，对于 TE 模式和 TM 模式，这种超表面结构可以分别模拟正拓扑缺陷和负拓扑缺陷，这样的拓扑缺陷也对应着宇宙弦结构，当光经过宇宙弦附近时，会根据拓扑缺陷的正负向不同侧偏折，并且这种结构具有鲁棒性，使光束在偏折的同时仍然保形[14]。

在这一章中，我们将用巧妙的“逆向方法”来实现曲面上的共形奇点，它可以对应于现实空间中的材料奇点，并且简单易于实现。通过调节构造曲面的参数，我们可以看到不同的分裂效应。除此之外，特定的拓扑缺陷还可以造成幻觉效应，使多个点光源在远场处可以等效为一个点光源。

### 3.2 共形奇点与时空拓扑缺陷的逆向设计光学模拟

常规的变换光学思路，是从扭曲的虚拟空间出发，来构造物理空间中的材料参数，使得非均匀的材料参数（对应平直空间的度规）能够模拟非均匀的空间度规（通常折射率是均匀的），这是由于使实验空间坐标系发生变化是很难的，相比之下构造折射率就显得简单。自从测地线透镜的方法用于非均匀折射率的模拟，我们似乎也可以通过曲面的方法来构造一些非凡的坐标系。那么，如果我们从反向的变换光学出发出发，用“扭曲”的坐标来模拟折射率，也许可以在“虚拟空间”中实现一些独特的效应。

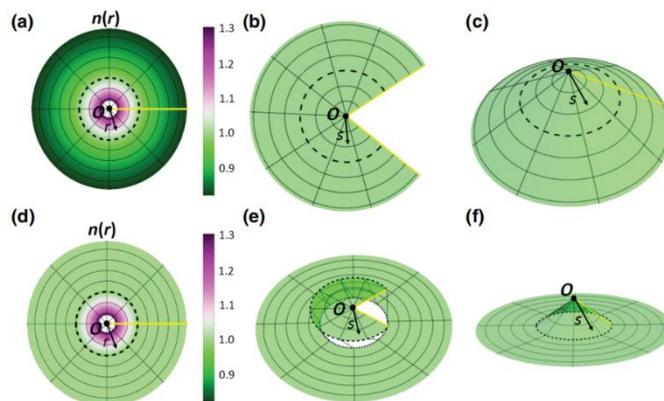


图 3.4 无限共形奇点与二维正拓扑缺陷。(a)  $0 < \alpha < 1$  情况下  $w = z^\alpha$  幂共形映射的物理空间和 (b) 虚空间。(c) 物理空间的测地线透镜。(d) 物理空间和 (e) 截断的虚拟空间。(f) 截断下物理空间的测地线透镜。

如图 3.4 (b) 所示，我们将一个圆形的纸片沿其中一条半径剪开，从中剪下一个圆心角为  $\alpha$  的扇形，然后再将缺角的两边合拢，那么就得到一个圆锥，圆锥的角度就是表征这一共形映射的参数  $\alpha$ 。当  $0 < \alpha < 1$  时，物理空间和虚拟空间分别用轴向网格表示为  $z$  和  $w$  复平面，如图 3.4 (a) 和 3.4 (b) 所示。我们令虚拟空间中折射率为均匀的，即  $n(w)=1$ 。根据共形变换光学，图 3.4 (a) 和 3.4 (b) 中的共形映射可以写为幂映射的形式

$$w = z^\alpha \quad (3.1)$$

因此虚拟空间中的折射率分布可以写为

$$n(z) = n(w)|dw/dz| = \alpha r^{\alpha-1} \quad (3.2)$$

由式 3.2 知,  $z$  空间中, 只要  $\alpha \neq 0$ , 即存在一个材料奇点, 或者说折射率奇点, 折射率为 0 或正无穷。参考测地线透镜理论我们虚拟空间中的锥形结构即为一个在顶点处存在拓扑缺陷的平面空间, 圆锥面上任意一点的坐标为  $(s, \rho)$ , 其中  $s$  表示圆锥体点沿母线的长度,  $\rho$  表示到圆锥体旋转轴的距离。在这里, 我们想提到对称介质的折射率曲线对应于等效测地透镜的折射率曲线, 其中  $ds = ndr, \rho = nr$ 。根据式 3.2, 我们得到  $\rho = \alpha s$ 。因此, 图 3.4(a) 所示方程 3.2 的  $n(z)$  测地线透镜正好是图 1(c) 中的圆锥形结构, 除了圆锥形拓扑缺陷外, 该圆锥形结构局部是平坦的。这种方法在参考文献[7] (不是这里的幂映射) 中报道过, 它可以实现具有局部折射率分布的圆锥曲面。根据我们的计算, 物理空间折射率的分布如图 3.4(a) 所示, 其中心为一个折射率无穷大的奇点, 从中心到无穷远处的折射率随着半径的增大而减小, 从中心的无穷大到无穷远处的趋近于 0。为了将物理空间的折射率分布嵌入折射率均匀的空间中, 我们选择在折射率为 1 的半径处将这个极坐标空间截断, 成为一个圆, 镶嵌到另一个均匀的折射率空间, 如图 3.4(d) 所示, 虚线处的阶段半径为  $r_0 = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$ , 虚线内为从中心的无穷到边界的 1 分布的拓扑缺陷空间, 虚线外为均匀空间, 他们在虚线处可以完美过渡。由于物理空间被截断, 对应地, 虚拟空间在  $r$  处也被截断, 同样需要与均匀空间链接, 因而我们得到了如图 3.4(e) 所示地虚拟空间, 它可以视为一个人工的黎曼面, 如图 3.4(f) 所示, 同时, 它也可以看作图 3.4(d) 中物理空间的测地线透镜。需要注意的是, 截取的半径不唯一, 只要能与外接的波导折射率连续使反射降到最小即可。值得一提的是, 如伊顿透镜, 不可见透镜都可以用类似的方式实

现，只是需要用虚拟非均匀的折射率分布来模拟物理空间的拓扑奇点而已。

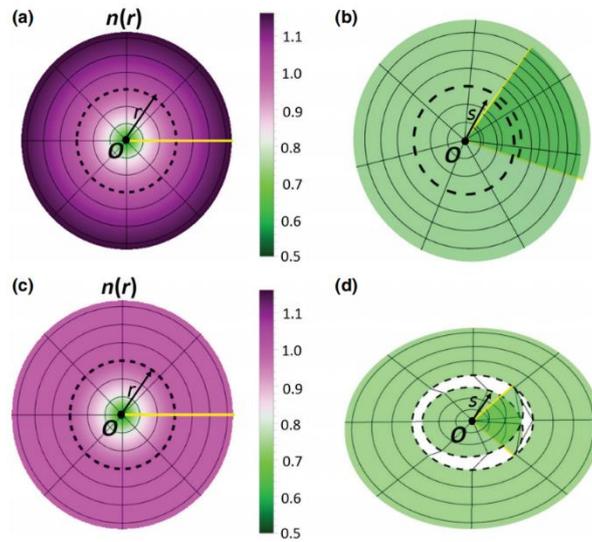


图 3.5 零共形奇点和负二维拓扑缺陷。(a)  $\alpha > 1$  情况下  $w = z^\alpha$  幂共形映射的物理空间和 (b) 虚拟空间。(c) 物理空间和 (d) 截断的虚拟空间。

上一段，我们在  $0 < \alpha < 1$  的条件下，我们成功地构造了具有无穷大奇异性的旋转对称连续非均匀折射率分布和具有正拓扑缺陷的二维曲面。它们都可以嵌入到统一的背景中。下面我们将讨论  $\alpha > 1$  的情况，此时我们无法在具体画出虚拟空间中锥体的形状，但是我们仍然可以给出虚拟空间和物理空间中的表述，如图 3.5 (a) 和图 3.5 (b) 中所示， $n(z)$  和  $n(w)$  的值分别可以用图中的等高线图表示。我们可以发现，在图 3.5 (b) 中，与上一段情况相反，扇形会多出一个角度。类似于第一种情况，引入虚拟空间折射率为 1 的设定，我们得到物理空间的折射率分布为从中心为 0 到外围逐渐增大，最后趋近于无穷大。类似地，我们在折射率为 1 处截断，将它镶嵌到平直的折射率为 1 的背景中。最终我们构造出了奇异性为 0 的具有负拓扑缺陷的二维曲面。

## 3.3 共形奇点和拓扑缺陷的仿真和实验

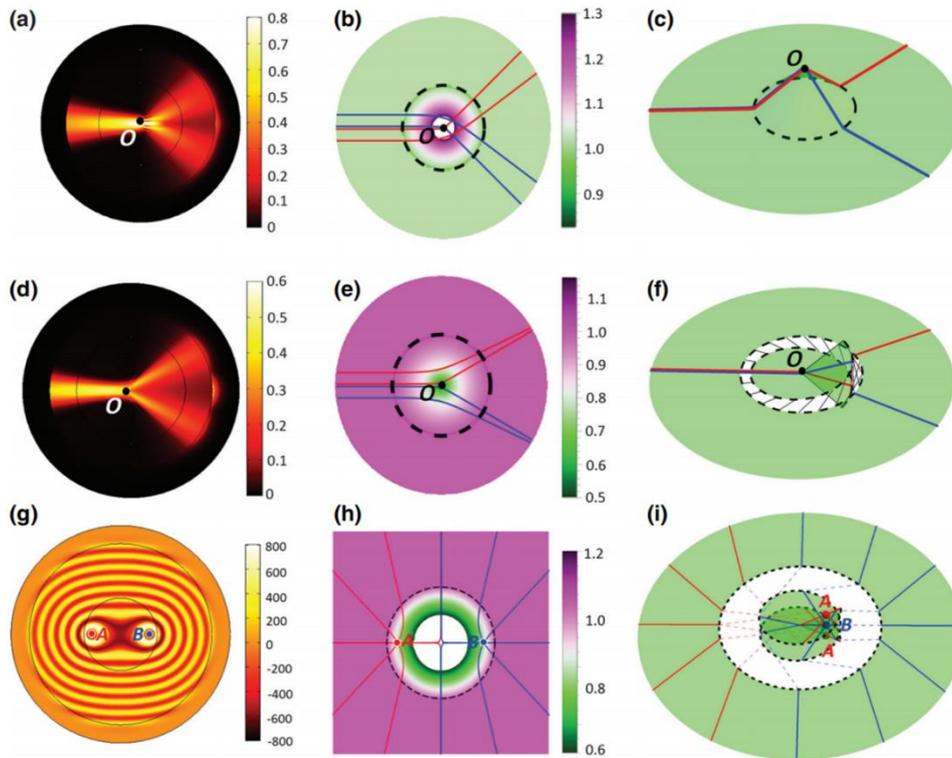


图 3.6 分裂效应和错觉效应。(a)截断条件下高斯光束撞击无限共形奇点的  $z$  方向电场图。(b)截断下无限保形奇点附近的光轨迹。(c)截断下无限共形奇点测地线透镜附近的光轨迹。(d)截断条件下高斯光束撞击零共形奇点的电场模式。(e)截断下零共形奇点附近的光轨迹。(f)截断下零共形奇点虚拟空间中的光轨迹。(g)截断条件下  $\sigma = 2$  的零共形奇点 A  $(-0.8, 0)$  和 B  $(0.8, 0)$  处两个点源的电场格局。(h)截断下零共形奇点中的光轨迹。(i)截断下零共形奇点虚拟空间中的光轨迹。

我们可以在仿真中演示如何通过构造共形奇点以及它对应的等效二维拓扑缺陷来控制光束的传播。我们将分别展示正拓扑缺陷对应的幻觉效应和负拓扑缺陷对应的分裂效应。在仿真软件 COMSOL 多物理场仿真中，我们进行数值模拟，探究两种不同奇点的折射率分布带来的效应。在图 3.6 (a) 中，我们仿真了无穷奇点的效果，一束高斯光正对着无穷奇点入射，我们发现，出射的光会分叉，但是中间由干涉条纹，这说明高斯光被奇点分为两束并相交从对方一侧出射，形成干涉。而当一束高斯光正对着零奇点入射时，我们看到光的分叉，并且中间没有干涉条纹，这说明高斯光被分成两束并从各自的一侧出射，如图 3.6 (d) 所示，仿佛被零奇点劈裂开来；上述两种效应我们称之为分裂效应。

此外，我们还在 3.6 (b) (c) 以及 3.6 (e) (f) 中用射线追踪的方法验证了分裂效应，我们将光束沿着不同微小的相对于奇点的入射角动量打入折射率分布区域，我们发现分裂角度  $\beta$  可以写为如下表达式  $\beta = \Delta\theta/\alpha$ 。当我们把  $\alpha=2, 3, 4$  等正数情况，我们在共形奇点附近旋转对称地放置  $\alpha$  个点源，这  $\alpha$  个点源就可以共同作用，让外围的波前接近一个点源的效果。我们以图 3.6(g) 中的  $\alpha = 2$  为例。在  $(0, -0.8)$  和  $(0, 0.8)$  位置分别放置  $z$  方向的两个点源 A 和 B。我们发现，远离奇点的波前逐渐变成一个近似的圆，就好像两个源之间没有干扰一样。这种效应可以在几何光学的条件下很好地理解如图 3(h) 所示。在图 3.6(i) 的虚拟空间人工黎曼面中，由于  $\alpha = 2$  的负拓扑缺陷，增加了一整个相同圆形区域的一段。这两个圆形区域通过截断与外面的两个半空间相连。因此，蓝色和红色的两个源似乎在各自的圆形区域中独立传播，从而在每个半空间中独立传播。对于图 3.7(g) 中具有共形奇点的物理空间，它继承了带有共形映射的虚拟空间的事实，即两个对称点源各自在各自的半空间上传播，互不干扰。但是，如果两个点源不对称放置，就会相互干扰，消除错觉效应。关于它背后的数学原理，可以参考文献[15]，即通过几个光源的对称放置来等效为一个光源，其原因是虚拟空间与物理空间的映射存在多个点简并的情况，因而在一个空间中简并的多点放置同样的源，在另一个空间就等于多倍强度的单一点源，由于共形变换的特性，点源的散射波形状会被继承。

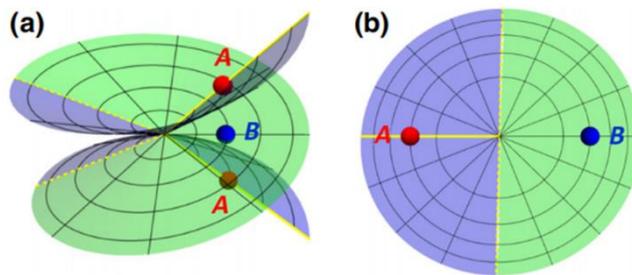


图 3.7 (a)  $\alpha = 2$  情况下  $w = z^\alpha$  的幂共形映射的物理空间和 (b) 虚拟空间。

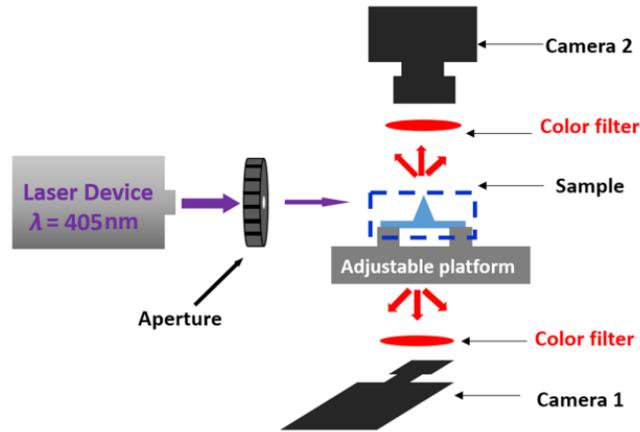


图 3.8 实验设置的光学测量原理图。激光光束从侧面通过孔径耦合到二维锥形波导结构。荧光灯在波导内被激光束激发，以显示 2D CCD 相机中的光路。当样品相对于光束水平移动时，二维 CCD 摄像机可以捕捉到不同的光路。

由于很难在实验中制备第二种黎曼面，我们在实验中采用 3D 打印的方式制作了一个厚度均匀的二维曲面来实现正的拓扑缺陷。。我们的样品是一个由透明树脂制成的均匀厚度的锥面形波导。它由三部分组成，用于调控光线的锥形部分、用于引导光线进入锥形部分的平面部分以及衔接两部分的曲面部分。图 3.8(a) 和图 3.8(e) 分别显示了样品的俯视图和侧视图，从图中我们可以清楚地看到圆锥的形状和大小，高度为 5mm，地面半径为 5mm。对于可见光波段，树脂的折射率约为 1.52，并且具有荧光特性。（实际上，树脂的折射率对于我们测试的现象没有影响，而是会影响样品本身的波导半径和最大曲率，在最后会有说明）。光学测量方案如图 3.8 所示，其中我们使用波长为 405 nm 的激光束作为模拟入射光源。在激光器和样品之间，我们使用了一个从 0 到 3000  $\mu\text{m}$  范围可调的光阑来控制激光束光斑大小。通过调整六维自由度平台，将光束耦合到品中，并水平移动样品，使光束从不同的输入位置进入锥面波导。405nm 的激光会使树脂材料产生约 600nm 的荧光，通过滤色片我们可以收集散射的荧光，由此清楚地观察样品内部的光路。实验平台具体布置如下：两个 CCD 摄像机被放置在不同的位置。一个是位于样品的正上方，观察样品的俯视图，由于我们的波导同时也是测地线透镜，而相机的焦距调整在四周的平直波导上，因此，我们对锥形波导这一“虚拟

空间”的二维成像也可以被看作是对“物理空间”的成像，而另一个是垂直对准样品的侧片侧面，以观察侧视图。两者都有一个滤色片来收集荧光。

基于荧光成像技术的样品正上方的相机拍摄到的照片显示在图 3.9 所示。与圆锥边界相切的激光束方向(黄色部分)不受圆锥影响，如图 3.9 (b)所示，而对于其他不同的入射位置，激光束(黄色部分)逐渐弯曲，如图 3.9 (c)和图 3.9 (d)所示。我们使用图 3.4(f)所示的结构来拟合相机对图 3.9 (b)– (d)的测量值。

图 3.9 (f)–(h)绘制了红色曲线的结果，与实验结果非常吻合。因此，通过实验证明了锥形结构的拓扑缺陷可以有效地表现为共形奇点。需要注意的是，为了便于观察实验现象，我们使用了荧光技术，导致存在由荧光成像技术引起的一些能量损耗，在实际应用中，这种损耗可以通过更换波导的材质来避免。

关于曲面波导大小的讨论：我们设计的曲面波导厚度为均匀的 1mm，在锥面和平面的连接处，为了防止连接的不平滑导致的散射问题，我们在锥形和平面之

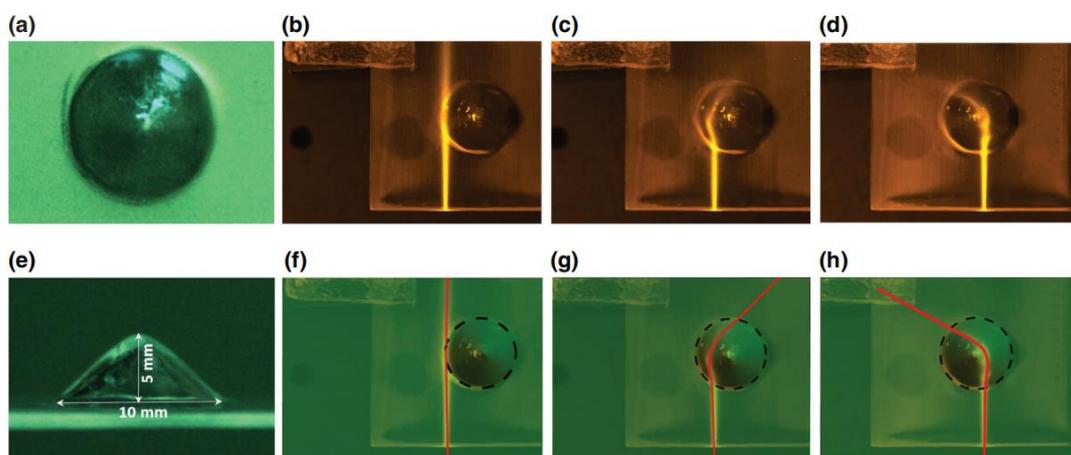


图 3.9 试样的实验图及弯曲效果。(a)样品的俯视图。(e)侧视图。圆锥的高度和直径分别为 5 毫米和 10 毫米。(b–d)激光束在不同的位置撞击锥体。它们被二维锥形波导弯曲。(f–h)与拓扑缺陷对应的拟合结果。

间设计了一个过渡曲面，这保证了整个波导除了锥尖外处处平滑。在我们的整个曲面波导中，曲率半径最小为约 1cm，这保证了不会因为曲率过大而导致光的泄漏。

### 3.4 本章小结

总之,我们发现折射率曲线的共形奇异点,无论是零还是无穷大,都是由共形映射 $w = z^\alpha$ 引起的,等价于正的或负的拓扑缺陷。我们截断这些奇点的器件,使它们可以嵌入均匀的背景中,形成连续的折射率分布,这也相当于均匀材料中截断的拓扑缺陷。通过数值模拟验证了这些奇异点和拓扑缺陷的分裂效应和幻觉效应。我们证明了虚拟空间中的二维拓扑缺陷可以有效地实现共形奇点。我们制作了这样一个具有正拓扑缺陷的器件,并演示了它的光弯曲功能。我们的工作表明,基于共形变换光学的复杂设备可以在虚拟空间中实现。由于所有曲面都是共形平面,因此可以找到一个非旋转对称的曲面,它对应于某种非均匀折射率剖面。这可以用作连接传统几何光学与片上应用的平台。例如可以安排多个锥形结构在2D空间中自由引导光。基于文献中的波动理论和当前几何光学的工作,锥面设计和制作可以作为集成光子学的偏转板和非线性光学的微腔。原则上,我们的设计可以在宽频带上工作,这在以前的超材料工程中一直是一个问题。此外,采用我们的方法,在薄的声波弯曲波导中也可以得到类似的结果。

### 参考文献

- [1] J.B. Pendry, D. Schurig and D.R. Smith, “Controlling electromagnetic fields”, *Science* **312**, 1780 (2006).
- [2] T. Tyc and U. Leonhardt, “Transmutation of singularities in optical instruments”, *New J. Phys.* **10**, (2008).
- [3] I.R. Hooper and T.G. Philbin, “Transmutation of singularities and zeros in graded index optical instruments: a methodology for designing practical devices”, *Opt. Express* **21**, 32313 (2013).
- [4] T. Tyc, L. Herzánová, M. Šarbort and K. Bering, “Absolute instruments and perfect imaging in geometrical optics”, *New J. Phys.* **13**, (2011).
- [5] M. Sarbort and T. Tyc, “Spherical media and geodesic lenses in geometrical optics”, *J. Opt.* **14**, (2012).

- [6] L. Xu, X. Wang, T. Tyc, C. Sheng, S. Zhu, H. Liu and H. Chen, “Light rays and waves on geodesic lenses”, *Photonics Research* **7**, 1266 (2019).
- [7] S.A.R. Horsley, I.R. Hooper, R.C. Mitchell-Thomas and O. Quevedo-Teruel, “Removing singular refractive indices with sculpted surfaces”, *SCIENTIFIC REPORTS* **4**, (2014).
- [8] Y.C. Liu, M. Mukhtar, Y.G. Ma and C.K. Ong, “Transmutation of planar media singularities in a conformal cloak”, *JOURNAL OF THE OPTICAL SOCIETY OF AMERICA A-OPTICS IMAGE SCIENCE AND VISION* **30**, 2280 (2013).
- [9] L. Xu and H.Y. Chen, “Transformation optics with artificial Riemann sheets”, *New J. Phys.* **15**, (2013).
- [10] S. Viaene, V. Ginis, J. Danckaert and P. Tassin, “Mitigating optical singularities in coordinate-based metamaterial waveguides”, *PHYSICAL REVIEW B* **95**, (2017).
- [11] Y.L. Zhang, X.Z. Dong, M.L. Zheng, Z.S. Zhao and X.M. Duan, “Steering electromagnetic beams with conical curvature singularities”, *Opt. Lett.* **40**, 4783 (2015).
- [12] I. Fernandez-Nunez and O. Bulashenko, “Wave propagation in metamaterials mimicking the topology of a cosmic string”, *J. Opt.* **20**, (2018).
- [13] Y.L. Zhang, J.B. Pendry and D.Y. Lei, “Radial anisotropy from a geometric viewpoint: Topological singularity and effective medium realization”, *PHYSICAL REVIEW B* **96**, (2017).
- [14] C. Sheng, H. Liu, H.Y. Chen and S.N. Zhu, “Definite photon deflections of topological defects in metasurfaces and symmetry-breaking phase transitions with material loss”, *NATURE COMMUNICATIONS* **9**, (2018).
- [15] H.Y. Chen, Y.D. Xu, H. Li and T. Tyc, “Playing the tricks of numbers of light sources”, *New J. Phys.* **15**, (2013).

# 第四章 变换光学波导阵列中引力视界的量子模拟

## 4.1 量子模拟与波导阵列背景介绍

类比方法是人类科学研究的一个重要方法，从古希腊哲学家亚里士多德就开始使用。类比研究，在正确的使用方法下，可以打通学科间的间隙，使科学研究变得高效且可以突破壁垒。例如德布罗意由几何光学和粒子动力学启发提出了物质波；卢瑟福由太阳系的行星绕转行为提出了卢瑟福模型；人们将数学中的拓扑引入物理学[1, 2]，并将固体物理中的拓扑相引入其他物理体系[3-6]。

类比思想在经典电磁体系已有一系列经典范例，如在电磁场中引入涡旋，源，汇等。此外还有类比引力和广义相对论，经典的类比引力理论与实验我们已经在前面介绍过了。除了经典模拟，人们对经典物理学和量子物理学之间的类比也越来越感兴趣。例如，基于描述单色光束空间传播的旁轴光波动方程与量子粒子的时间薛定谔方程之间的相似性，在原子、分子或凝聚态物理中遇到的各种相干量子效应已经映射到光波导中。考虑到因为多体效应、退相干以及薛定谔方程中时间依赖或非线性项的存在引起的多种问题，理解和探测微观量子系统中的相干波现象通常是一项具有挑战性的任务，而在光波导中的这种类比有可能探索在原始量子系统中尚未获得的相干动力学机制。例如，由单模耦合波导制成的光子晶格已经成为模拟凝聚态系统中大量量子现象的流行工具，从使用螺旋波导的光子 Floquet 拓扑绝缘体[7]和 Weyl 物理[8]，使用应变光子晶格[9]的朗道能级，Aharonov-Bohm 笼[10]到演示平坦带态和无色散光传播[11]。与此同时，波导中

的量子经典类比又促进了新型集成光学函数和器件的获得,例如分数阶离散傅里叶变换[12]和此类光子芯片上的量子逻辑门[13]。这种量子光学类比使用光学波导已经得到了很好的总结,并给出了一些相关的综述[14, 15]。除了量子光学类比,其他量子经典模拟系统也得到了证明,例如,利用水面波来模拟霍金辐射[16]和彭罗斯超辐射[17],利用电路网络[18]来研究凝聚态中的高阶拓扑效应。

与此同时,在过去的几十年里,量子模拟取得了显著的进展,在费曼的创新理论中[19],人们可以使用一个可控的量子系统来研究另一个不太可控或难以接近的量子系统。各种量子结构[20],如原子和离子、核和电子自旋、超导电路和光子,具有高度可控性、新的探测可能性和极端的物理参数体系的显著优势,已

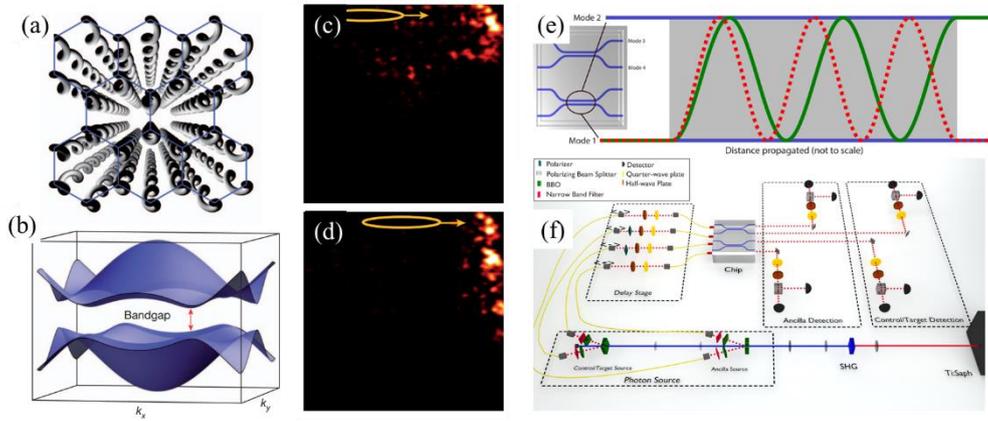


图 4.1 蜂窝光子 Floquet 拓扑绝缘体晶格的几何结构和能带结构。(a)螺旋波导示意图。它们的旋转轴在  $z$  方向,每根波导绕自己的中轴旋转,中轴呈蜂窝状排列。(b)光子拓扑绝缘体的体带结构: $R=8\mu\text{m}$  的螺旋波导排列在蜂窝状晶格中。相比于没有旋转的波导阵列,这里的狄拉克点(用红色双端箭头标记)处的带隙开放,这对应于 Floquet 拓扑绝缘体中的带隙。(c) (d)光从 Floquet 阵列不同位置打入时,光都会局域在边界传播,并且无散射,这样形成了拓扑保护的边界态。(e)CNOT 门底层结构偏振相关定向耦合器原理图。最初在一个波导中传播的光可以以两个波导的空间分离和折射率决定的速率瞬间耦合到另一个波导。因此,在模式 1 中发现一个光子的概率振幅可以在模式 1 和模式 2 之间振荡。由于轻微的双折射,水平(H)和垂直(V)偏振的振荡速率略有不同。插图显示了该芯片的原理图,实现了模式 1 和 2 以及模式 3 和 4 的定向耦合器。方向耦合器的倏逝耦合区域的设计使所有  $v$  偏振光(虚线红色)在区域的末端保持在模式 1,而所有  $h$  偏振光(实绿色线)转移到模式 2,类似于自由空间 PBS。不同的参数选择可以导致 H 和 V 的两种模式同时出现相同的概率,从而产生 A50:50 BS,就像他们在芯片底层实现的那样(未显示)。(f)CNOT 门测试光路

被证明是灵活的量子模拟器,用于处理凝聚态物理[21]、高能物理[22]、量子化学[23]和宇宙学[24]等领域的棘手问题。例如,霍金辐射[25],一种由于辐射温度极低和缺乏天文观测工具而在黑洞视界附近无法探测到的量子效应,已在各种

量子模拟器中成功模拟，从超冷原子[26]、玻色-爱因斯坦凝聚态[27]、离子阱[28]、费米简并液体[29]到超导电路[30]和非线性光学介质[31, 32]。此外，自然凝聚态物理中复杂的相互作用多体问题，如哈伯德模型[33, 34]、自旋玻璃[35]、量子相变[36]等，也通过量子模拟得到了高效率的研究。令人鼓舞的是，更令人惊叹的是用于解决某些数学任务的特殊量子模拟器的最新进展，如 Sycamore 量子处理器[37]、高斯玻色采样机九章[38]和祖冲之量子处理器[39]，与经典计算机相比，它们充分展示了量子的优势，可以执行定义明确的棘手问题。

在过去的几十年里，倏逝耦合波导阵列作为一种操纵电磁波的特殊的可视化平台已经成为人们关注的焦点，在这种平台中，传播光的色散和衍射可以被特定地修改。此外，事实证明，这些系统中的光演化与相对论背景下粒子函数的量子

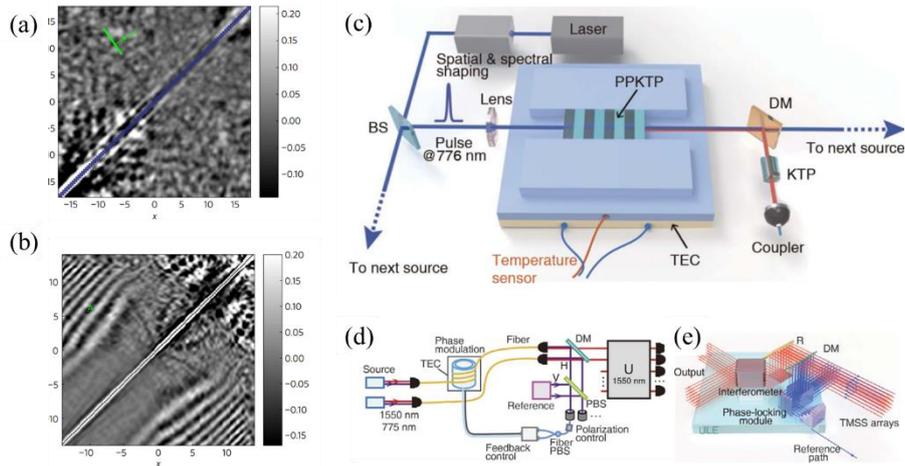


图 4.2 (a) (b) BEC 体系模拟霍金辐射，在 BEC 体系中探测到的 (a) 双粒子关联。(b) 正反粒子关联。(c) (d) (e) “九章”量子计算机中的 (c) 光源。(d) 相位调节系统。(e) 无源锁相系统。

演化具有基本的相似性，因此波导阵列可以作为模拟与广义相对论相关的量子场的玩具模型系统。例如，F. Dreisow 等人[40]利用一维二元波导阵列来模拟自由狄拉克电子的 Zitterbewegung(颤抖运动)。在第一布里渊带边缘附近的色散曲线在数学上等价于典型的双曲能量动量色散自由运动的相对论性大质量粒子的正能量和负能量分支的关系。同样，无质量狄拉克粒子[41]、真空不稳定性和对产生[42, 43]、中微子振荡[44]和马约拉纳费米子[45]也在波导阵列中基于类似原理得到了很好的模拟。然而，这些模拟都属于经典的光子模拟领域。借助于

量子光学来考虑类比引力的量子方面是很有吸引力的。

幸运的是,量子光学技术取得了显著的进展。Y. Wang 等人提出并实验证明了费米子在接近人造黑洞时的量子演化,该演化是使用飞秒激光直接写入制备的双层波导阵列来模拟的技术更有趣的是,量子演化过程中的单光子波包技术。由于波导之间耦合和现场能量的高可控性,受变换光学概念的启发,可以使用具有非均匀跳系数的瞬态耦合波导阵列构建具有史瓦西度量的一维人工黑洞。与平坦

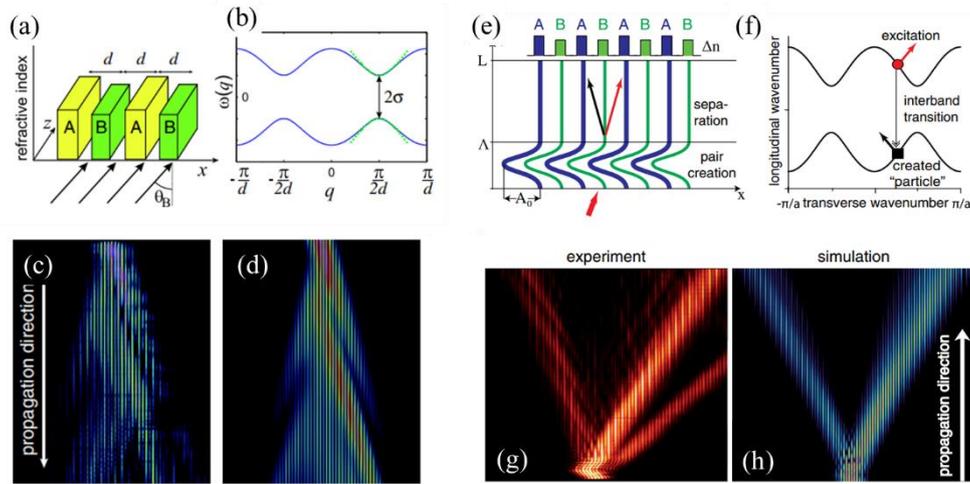


图 4.3 用双组元的一维波导阵列模拟 Zitterbewegung 效应 (a) 双组元的波导阵列示意图。(b) 波导阵列的色散关系。(c) (d) 光子在波导阵列中传播时观察到的 Zitterbewegung 效应和理论模拟对比 弯曲的一维双组元波导阵列模拟生成正负粒子对 (e) 弯曲阵列 ABAB 结构示意图。(f) 色散能带及正负粒子位置示意图。(g) 实验观测到的模拟生成正负粒子。(h) 对应的理论计算结果

空间中的线性时间演化相比,黑洞事件视界附近单光子波包的动态行为随时间呈指数形式,其指数指数取决于黑洞的曲率。更有趣的是,在这种预先设计的模拟黑洞视界的波导阵列中,单光子波包的量子演化过程很好地模拟了霍金辐射:具有正能量的单光子波包从黑洞逃逸,而负能量被捕获。此外,黑洞视界附近纠缠光子的量子演化是一个很有吸引力的问题。盛冲老师从理论上研究了模拟黑洞视界的梯度波导阵列中单光子、两个难以区分的光子和纠缠光子的量子行走。由于黑洞的强大引力,单光子和两个难以区分的光子在这种不均匀晶格中的光学捕获符合众所周知的经典物理识别。与直觉相反,路径纠缠光子有一种光学逃逸,其中一个光子被捕获,而另一个光子逃逸。有趣的是,与完全由量子干涉引起的霍金辐射相比,这种违反直觉的现象具有独特的逃逸机制。此外,他还在这样一个

模型系统中研究了纠缠熵，结果清楚地表明，随着黑洞曲率的增加，最大纠缠态的纠缠变少并单调减小。

量子行走[46]是经典随机行走的量子力学模拟，是用于量子计算和模拟的强大工具。与经典随机行走相比，QWs 具有相干叠加和量子干涉的独特优势，使其成为模拟物理和拓扑现象[47-49]、构建新型量子算法[50-52]和实现通用量子计算[53, 54]的引人注目的平台。量子阱的实现已经在不同的物理架构上实现，从核磁共振[55]、俘获原子和离子[56, 57]、超导系统 4、光纤[58]到体光学[47]特别是集成光子电路[59-63]。在这些架构中，具有大规模集成和高复杂性的硅光子学[64]由于具有成本效益的制造和与 CMOS 电子器件的兼容性而被认为是 qv 的一个有前途的选择。因此，基于硅光子学的量子阱可以作为量子模拟的资源结构，例如环境辅助量子输运[65]和化学中分子的孤菌模式[66]。另一方面，由于量子引力是现代物理学的重大挑战领域，寻求量子力学与广义相对论的统一，人们对弯曲空间中的量子模拟越来越感兴趣[67-69]。最突出的例子是霍金-安鲁效应，它已经被各种量子架构很好地模拟了[26, 32, 70, 71]。然而，如何利用硅芯片上的量子阱来研究广义相对论的量子方面仍然是一个悬而未决的问题。

在本章中，我们将在绝缘衬底上的硅（SOI）波导阵列中用非均匀的波导间距产生耦合系数分布构造黑洞视界附近可以用伦德勒度规来描述的等效引力场，我们在波导阵列中进行了单光子，不可区分的双光子和路径纠缠态 NOON 态的量子行走和测量，展示了光子坠入黑洞的过程，发现了量子干涉而引起的反常逃逸效果，这种效果是反直觉的，并且与霍金辐射作用的机制不同。

## 4.2 伦德勒度规对应变换光学波导阵列的构造和量子行走理论

首先我们介绍一下如何将伦德勒度规映射到一维波导阵列中。我们考虑这样一个最简单 1+1 维史瓦西时空，由于空间仅存在一个维度，其方向角上的变元为 0:  $d\theta = 0$ ,  $d\varphi = 0$ ，于是我们得到二维时空的度规

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_s}{r}\right) dt^2 + \frac{1}{\left(1 - \frac{r_s}{r}\right)} dr^2 \quad (4.1)$$

其中  $r_s$  是史瓦西黑洞的半径，当我们考虑视界附近的时空时，史瓦西度规的系数可以简化为  $1 - \frac{r_s}{r} = 1 - \left(1 + \frac{\rho^2}{4r_s^2}\right)^{-1} \cong \frac{\rho^2}{4r_s^2}$ 。因此，上面的度规可以写成  $ds^2 = -\frac{\rho^2}{4r_s^2} dt^2 + d\rho^2$ ，其形式与伦德勒度规  $ds^2 = -(\alpha x)^2 dt^2 + dx^2$  相同。在这一体系中，曲率  $1/2r$ ，对应着伦德勒度规中的加速度  $\alpha$ 。

根据变换光学，伦德勒度规中光子的演化可以等效于光子在具有如下折射率分布的介质中传播

$$n_{eff} = \sqrt{-\frac{g_{11}}{g_{00}}} = \frac{1}{\alpha x} \quad (4.2)$$

其中两项度规系数分别为  $g_{00} = -\alpha^2 x^2$ ， $g_{11} = 1$ 。我们把度规中的光速归一化，得到光在介质中的传播速度

$$v = \frac{1}{n_{eff}} = \alpha x \quad (4.3)$$

我们尝试在波导阵列中利用不同波导间的耦合系数变化来构造这一变化的折射率。在光学波导阵列中的单光子动力学可以用耦合的离散薛定谔方程来描述，这一方程是用紧束缚近似从傍轴方程推导得到（即采用微扰近似来处理垂直于传播方向的两个维度，使传播方向的二次算符消去，得到传播方向的维度对应薛定谔方程中的时间项而得到）：

$$i\partial\phi_m/\partial z = \beta_0\phi_m - \kappa_m\phi_{m-1} - \kappa_{m+1}\phi_{m+1} \quad (4.4)$$

其中  $\phi_m$  是第  $m$  根波导的场复振幅， $z$  是波导传播的方向，对应 1+1 维时空中的时间轴， $\beta_0$  为每一根波导上的能量， $\kappa_m$  代表第  $m-1$  根波导与第  $m$  根波导的耦合系数。考虑将  $\kappa_m$  和  $\kappa_{m+1}$  看作近似相等，带入周期性平面波解  $\phi_m = A \exp(i\beta_x m d + i\beta_z z)$ ，我们考虑横向和纵向的波矢满足

$$\beta_z = \beta_0 - 2\kappa \cos(\beta_x d) \quad (4.5)$$

其中,  $A$  为平面波振幅,  $\beta_x$  和  $\beta_y$  为横纵波矢量,  $d$  为波导间距。当光子在这样的波导中经过  $\Delta z$  的距离传播后, 每个横向分量增加相位一个相位  $\Phi = \beta_z(\beta_x)\Delta z$ , 而相应的以  $\beta$  为中心的波的横向位移为  $\Delta x = \frac{\partial \Phi}{\partial \beta_x} = \Delta z \frac{\partial \beta_z}{\partial \beta_x}$ 。由于耦合波导方程中的传播距离  $z$  在薛定谔方程中起着时间项的作用, 我们将该系统中波包的最大速度定义为

$$v_{max} = \frac{\Delta x}{\Delta z} = \frac{\partial \beta_z}{\partial \beta_x} \quad (4.6)$$

通过比较式 3 和式 6, 并进行离散化处理, 得到耦合系数为

$$\kappa/\kappa_0 = \alpha m/2 \quad (4.7)$$

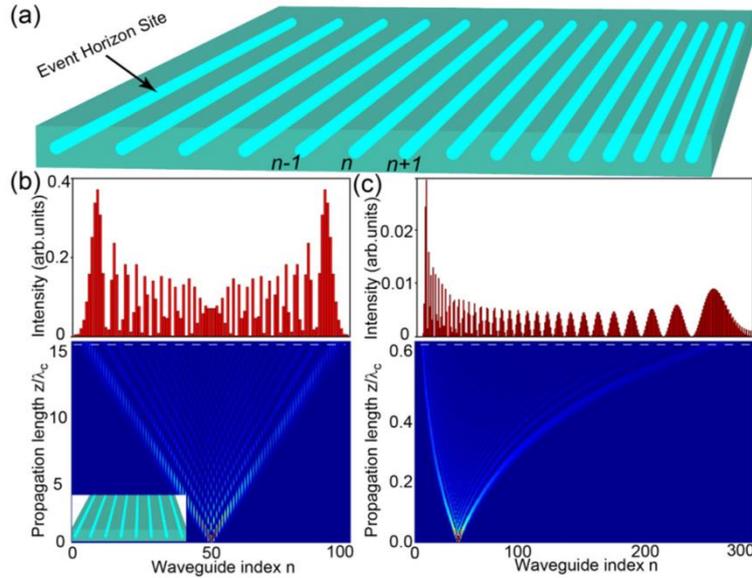


图 4.4 单光子在均匀和非均匀光学晶格中的量子行走, 对应于平坦空间和具有伦德勒度规的非惯性系。(a) 耦合系数与波导位置线性相关的非均匀晶格示意图, 如  $\kappa/\kappa_0 = \alpha m/2$ 。这里,  $\alpha$  是加速度。(b) 单光子在均匀晶格中的量子行走。插图是进化图中白色虚线的输出模式。注入单光子的位置是  $n = 50$ 。(c) 单光子在非均匀晶格中的量子行走, 用伦德勒度量模拟非惯性系。插图是进化图中白色虚线的输出模式。注入单光子的位置  $n = 45$ 。这里,  $\lambda = \pi/2\kappa_0$ ,  $\kappa_0$  是耦合系数。

这里我们取  $x = md$ ,  $m$  是波导点,  $\kappa_0$  是归一化耦合系数。需要注意到为了满足史瓦西黑洞的条件, 需要有  $\alpha x \ll 1$ 。波导间距需要满足  $d \ll 1/m\alpha\kappa_0$  当我们的波导束为 100 时, 我们假定  $\kappa_0 \approx 0.001 \mu\text{m}^{-1}$ ,  $m \approx 100a$  发现很容易在微加工

体系中实现。通过上面的论述，我们证实了用线性变化的耦合系数来模拟黑洞世界附近的引力场是可行的。

由于每个波导都支持单模，因此波导  $n$  中的场由玻色子产生算符  $a_n^\dagger$  和湮灭算符  $a_n$  表示，满足对易关系  $[a_m, a_n^\dagger] = \delta_{m,n}$ 。操作符根据海森堡方程：

$$-i \frac{\partial a_n^\dagger}{\partial z} = \beta_0 a_n^\dagger + \frac{\alpha(n-1)\kappa_0}{2} a_n^\dagger + \frac{\alpha n \kappa_0}{2} a_{n+1}^\dagger \quad (4.8)$$

其中  $z$  为传播轴向坐标，等效于时间轴， $\beta_0$  ( $\kappa_0$ ) 为传播(耦合)常数。产生算符和湮灭算符的演化是用上述方程的格林函数  $U_{m,n}(z)$  计算：

$$a_m^\dagger(z) = \sum_n U_{m,n}(z) a_m^\dagger(z=0) \quad (4.9)$$

其中

$$U_{m,n}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dq \exp \{ imq - i2n \arctan \left[ \tanh \left( \operatorname{arctanh} \left[ \tan \left( \frac{q}{2} \right) \right] - \frac{\alpha \kappa_0 z}{2} \right) \right] - i\beta_0 z \}.$$

其中酉矩阵描述了单光子从  $m$  根波导跃迁到  $n$  波导的机率幅。格林函数的推导过程如下：

为了得到以线性变化耦合系数的模拟加速波导阵列的 Green 函数，取哈密顿算子：

$$H = -\frac{\alpha \kappa_0}{2} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} n (|n\rangle\langle n+1| + |n+1\rangle\langle n|) + \beta_0 \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} |n\rangle\langle n+1| \quad (4.10)$$

也可以用布洛赫波表示：

$$|k\rangle = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} |n\rangle\langle n|k\rangle = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} |n\rangle e^{ink} \quad (4.11)$$

满足布洛赫方程： $\langle n+1|k\rangle = |n\rangle e^{ink}$

准动量  $k$  被约束在布里渊区内，通过恒等式：

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} n \langle k'|n+1\rangle \langle n|k\rangle &= e^{-ik'} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} n \langle k'|n\rangle \langle n|k\rangle = \\ e^{-ik'} \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} n e^{-in(k-k')} &= e^{-ik'} i \frac{\partial \delta(k'-k)}{\partial k} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} n \langle k'|n\rangle \langle n+1|k\rangle &= e^{ik} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} n \langle k'|n\rangle \langle n|k\rangle = \\ e^{ik} \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} n e^{in(k-k')} &= e^{ik} i \frac{\partial \delta(k'-k)}{\partial k} \end{aligned} \quad (4.13)$$

我们得到了紧束缚的哈密顿量为对角项：

$$\langle k'|H|k\rangle = \delta(k'-k)H(k)$$

$$H(k) = -\alpha\kappa_0 \cos(k) i \frac{\partial}{\partial k} + \beta_0$$

哈密顿量的本征值由对一阶微分方程积分得到：

$$-\alpha\kappa_0 \cos(k) i \frac{\partial}{\partial k} \Psi(k) + \beta_0 \Psi(k) = E\Psi(k) \quad (4.14)$$

根据周期性边界条件  $\Psi(k) = \Psi(k + 2\pi)$ ，与  $E_m = \beta_0 - \frac{m\alpha\kappa_0}{2}$  的表达式，上式可重写为：

$$\Psi_m(k) = \langle k|\Psi_m\rangle = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \exp\left[\frac{2(E_m - \beta_0) \operatorname{arctanh}\left(\frac{k}{2}\right)}{\alpha\kappa_0}\right] = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \exp\left[im \operatorname{arctanh}\left(\tan\left(\frac{k}{2}\right)\right)\right] \quad (4.15)$$

$E$  通过傅里叶变换对万尼尔态的描述：

$$\begin{aligned} \Psi_m(n) = \langle n|\Psi_m\rangle &= \int_{-\pi}^{\pi} dk \langle n|k\rangle \langle k|\Psi_m\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dk \exp[ink - \\ im \operatorname{arctanh}\left(\tan\left(\frac{k}{2}\right)\right)] & \end{aligned} \quad (4.16)$$

在万尼尔函数基础上，传播子可以写为：

$$U_{nn'} = \langle n | U(z) | n' \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dq \exp \{ imq - i2n \arctan \left[ \tanh \left( \operatorname{arctanh} \left[ \tan \left( \frac{q}{2} \right) \right] - \frac{\alpha\kappa_0 z}{2} \right) \right] - i\beta_0 z \} \quad (4.17)$$

当  $\frac{m\alpha\kappa_0}{2} \gg 1$ , 也就是光子传播足够距离之后, 格林方程可以简写为:

$$U_{nn'} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dk \exp(ink) \exp \left( in' \frac{\pi}{2} - i\beta_0 z \right) = \delta(n) \exp \left( in' \frac{\pi}{2} - i\beta_0 z \right) \quad (4.18)$$

在图 4.4(a) 中, 我们给出了伦德勒度规对应的线性耦合系数分布的波导阵列示意图, 波导的间距从左往右逐渐缩小, 对应的耦合系数则是线性增大, 最左侧对应黑洞的视界, 它几乎不与外界耦合, 这表明在伦德勒度规中, 视界处处于静止的状态。而随着视线往右移动, 观察到的速度越来越大, 这表明时空逐渐趋于平直。作为对比, 我们给出了均匀的波导阵列, 它对应着一个惯性参考系, 每一个点的速度都是相同的。

由于任何输入状态都可以用产生和湮灭算符来表示, 在具有伦德勒度规的模拟非惯性系中, 可以使用格林函数计算光子的量子行走。当光子在某一处被注入晶格时, 位于  $m$  点的概率由光子态密度  $\rho_m = \langle a_m^\dagger a_m \rangle = |U_{m,m'}|^2$  给出, 如图 4.4(c) 所示。光子的行走呈现非对称的形式: 它通过在波导之间的隧穿在光波导阵列中上传播, 随着传播到一定距离, 逐渐在两侧的波导上形成两个峰值。与对应平直空间的均匀波导阵列中的两个强度相同的峰不同, 伦德勒度规波导中峰值具有依赖于加速度  $a$  的指数形式。有趣的是, 随着传播距离的增加, 靠近视界位置的左边峰值占主导地位, 而远离视界位置的右边峰值变弱。我们也可以从格林函数的角度来理解这一现象。当光子在  $z \gg \frac{2}{\alpha\kappa_0}$  长距离传播时, 方程可简化为  $U_{m,n}(z) \cong \delta(m) \exp \left( in' \frac{\pi}{2} - i\beta_0 z \right)$ 。因此, 无论光子被注入到哪个位置, 光子都被捕获到视界位置, 如图 2 所示。此外, 单光子的捕获过程与光子被黑洞捕获的过程相似。1+1 维伦德勒度规在数学上等价于史瓦西度规, 这一事实也证实了这种相

似性只考虑径向的黑洞在视界附近。

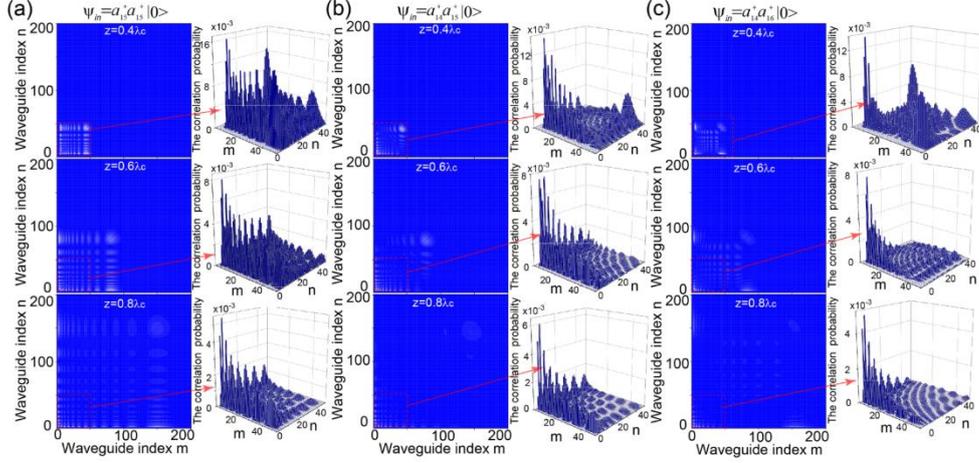


图 4.5 在模拟非惯性系的非均匀晶格中，输入两个不可区分光子的量子行走。(a)两个光子耦合到单个波导 ( $n_1 = n_2 = 15$ ) 的多个传播距离上的多重探测概率。(b)当两个光子耦合到两个相邻波导 ( $n_1 = 14, n_2 = 15$ ) 时，在几个传播距离上的多重探测概率。(c)在几个传播距离下，两个光子耦合到被一个波导隔开的波导 ( $n_1 = 14, n_2 = 16$ ) 的多重探测概率  $F$ 。这里， $\lambda = \pi/2\kappa_0$ ， $\kappa_0$  是耦合系数。

此外，为了研究模拟加速非惯性系中光子的量子性质，我们着重研究了光子的非经典特征的演化的关联函数

$\Gamma_{m,n}^{(p,q)} = \frac{1}{q!p!} \langle a_m^{\dagger p} a_n^{\dagger q} a_n^q a_m^p \rangle$ ，表示在波导  $m$  点检测到  $p$  个光子并且在波导  $n$  点检测到  $q$  个光子的概率 ( $p, q$ )。当输入两个不可区分的光子，关联性为  $\Gamma_{m,n}^{(1,1)} = \frac{1}{1+\delta_{m,n}} |U_{m,m'} U_{n,n'} + U_{n,m'} U_{m,n'}|^2$ ，其中  $m'$  和  $n'$  是光子被注入的位置。如下所述，我们研究了三种不同的双光子输入状态的关联度  $\Gamma$ : (i) 两个光子耦合到单个波导 [图 4.5(a)]; (ii) 两个光子耦合到两个相邻的波导中 [图 4.5 (b)]; 和 (iii) 两个光子耦合成由一个波导分开的波导 [图 4.5 (c)]。尽管这三种情况的相关模式略有不同，但在足够大的传播距离后，两个光子有极高的概率聚集在事件视界附近，这表明两个难以区分的光子被捕获了。

如果多个全同的光子依然被捕获，是否所有情况下光子都无法逃离黑洞引力场呢？我们尝试引入更为复杂的纠缠特性。纠缠是量子光学和信息技术的核心，是一个反直觉的特性。贝尔不等式的违反一直是量子光学实验的前沿内容，这也关系到量子密钥分发，隐形传态等技术的前景。在理论计算中我们使用两个全同的光子注入到两个相邻波导或同一根波导中，路径纠缠态的表达式为公式 n，其中两个光子的相位差可调节。

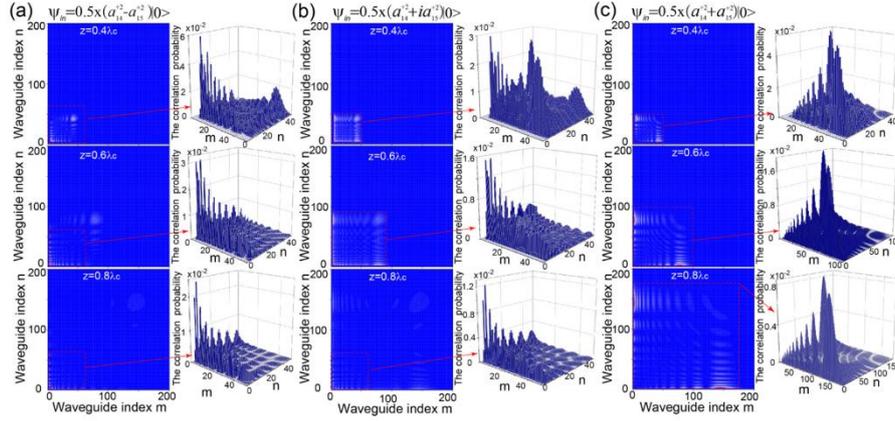


图 4.6 在模拟非惯性系的非均匀晶格中，路径纠缠 NOON 光子耦合到两个具有不同相位  $\phi$  的相邻波导的量子行走。(a)  $\phi = \pi$  时，多个传播距离下的多重探测概率  $\Gamma$ 。(b)  $\phi = \pi/2$  时，多个传播距离下的多重探测概率  $\Gamma$ 。(c)  $\phi = 0$  时，多个传播距离下的多重探测概率  $\Gamma$ 。

我们使用光子的关联函数， $\Gamma_{m,n}^{(1,1)}$  表示在  $m$  号波导处检测到一个光子且在  $n$  号波导处检测到另一个光子的概率来描述和标定 NOON 态的表现，此时初态为  $|\psi\rangle = \frac{1}{2}(a_m^{\dagger 2} + e^{-i\phi} a_{m+1}^{\dagger 2})|0\rangle$ 。我们采用三个不同相位差  $\phi = \pi, \pi/2, 0$  来表征 NOON 态对相位的反应对于  $\phi = \pi$ ，经过足够的传播距离后，光子在事件视界波导位置附近聚集，如图 4.6(a) 所示，这符合光子被困在事件视界位置的期望。此外，对于  $\phi = \pi/2$ ，虽然两个光子在事件视界点附近聚集的概率很大，但也有一个光子在事件视界点附近被捕获，另一个光子逃逸的概率[见图 4.6 (b)]。然而，当  $\phi = 0$  时，一个光子在视界点被捕获，另一个光子肯定有可能逃逸，如图 4.6 (c) 所示。第二种情况表明路径纠缠态有机会逃逸处黑洞引力场，第三种情况更是表明纠缠态在伦德勒时空的演化完全违背了对于黑洞的经典印象。因为我们在理论种用伦德勒度规完全等效了史瓦西黑洞视界附近

的时空，因此第三种情况也完全表明了黑洞事件附近两个处于路径纠缠态公式  $n$  的光子会有一个被视界捕获，而另一个逃逸。

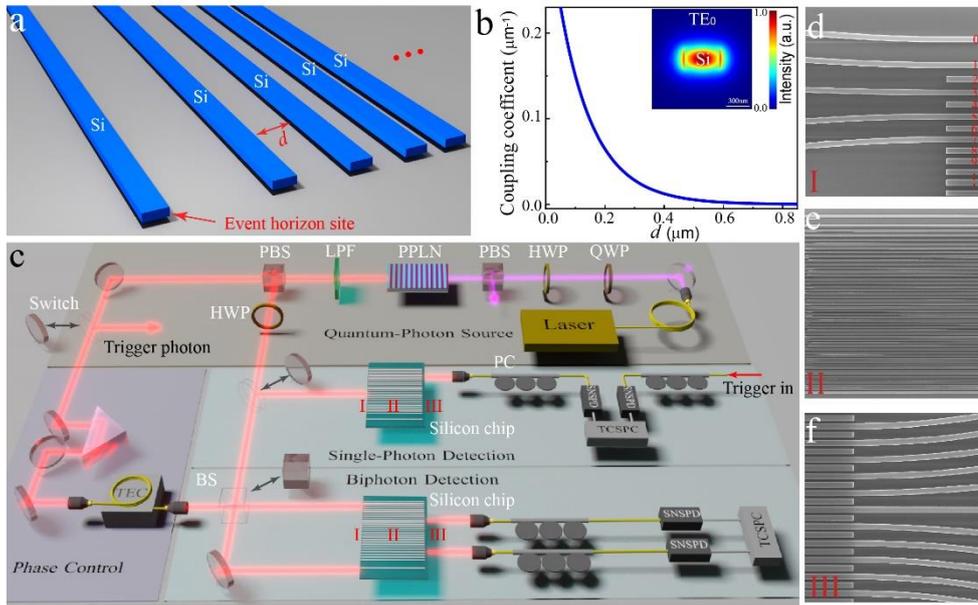


图 4.7 (a) 非均匀硅波导阵列示意图，从左到右波导间距  $d$  逐渐减小，构成离散的耦合系数分布，对应的耦合系数呈线性增长，对应着黑洞周围伦德勒度规的引力场，最左侧对应黑洞的视界。(b) 波导间耦合系数与波导间距的关系曲线，右上角标注了这条曲线对应的波导模式，为横电基模 (TE<sub>0</sub> 模式)。(c) 实验装置示意图，光源为周期极化的铌酸锂波导 SPDC (自发参量下转换) 产生的单光子源，泵浦光为 TOPTICA 的连续可调激光器，调制波长为 775.46nm，产生的下转换波长为 1550.46nm 的简并的偏振纠缠的双光子。中间用半波片和四分之一波片调节泵浦光，出射端用二向色镜滤波并用偏振分束器 (PBS) 分光，将两路光子分开来。此时对应不同实验有不同的光路：对于单光子行走实验，一路光进入波导样品然后从出射端收集信号，和另一路不经过样品作为触发信号的光一起到超导纳米线 (SNSPD) 进行信号接收和符合测量。对于全同光子和路径纠缠态的测量，需要将两路光同时注入样品波导，其中一路光需要进行精度为 100nm 的光程调节，如果需要测量路径纠缠态，则要在在此基础上将两路光在分束器 (BS) 上进行干涉，制备 NOON 态。在分束器之后在一路的光纤放入温控，进行 0.003 $\pi$  精度的相位调控。同样，在出射端在需要的两个波导出口收集信号并做符合测量。(d) 扫描电镜下的输入波导图像，为了避免串扰，保证输入波导的间距足够大，分别在 0、1、3、5、7 号波导上接入信号输入口 (e) 非均匀波导阵列主体的扫描电镜图片，波导的间距由大到小变化 (f) 波导阵列出口的扫描电镜图片，同样为了避免串扰，输出口设置为每隔一根选择一个。

### 4.3 变换光学非均匀波导阵列中的量子行走测量

在理论中我们预测了纠缠光子在黑洞视界附近的反常行为，那这一预测是否与实验相符呢？我们搭建了实验模块来验证这一问题。

样品制备：我们用电子束曝光（EBL）技术在 SOI（绝缘衬底上的硅）芯片上制备了具有间距分布的波导阵列结构，如图 4.7(a)(c)所示，电子束曝光具有加工精度极高，一体成型的特性，因此可以保证加工出来的波导参数与理论上的接近。SOI 芯片上硅器件层厚度为 220nm，下方为 2 $\mu$ m 厚度的二氧化硅。我们加工波导的标准为 220nm\*450nm 均匀截面的标准单模波导，波导周围的包层是二氧化硅。由于这种单模波导的 TE（横向电场）模式的耦合系数取决于两个波导间的距离，满足 $\kappa=\alpha n/2$ ，如图 4.7(b)所示。根据这种耦合系数-距离函数，我们确定了各个波导之间的位置关系，制备了 50 根波导的波导阵列，确保波导间的耦合系数分布满足随着波导数离散的线性分布，从而满足模拟伦德勒度规的关系。

除了设计了波导的主要演化部分，我们还精确的设计并估算了光子的耦合耦出，我们在演化阵列的一侧选择了视界附近的几根的波导作为光子的入射点，实验中我们将用单光子或双光子从一个或多个口打入。为了避免入射口之间彼此的耦合干扰，我们选取的入射口彼此之间还至少相隔一个波导，这使除了主体波导外光子不会发生串扰，如图 4.7(d)所示。考虑到信号的输出，我们同样在主体波导的另一侧每隔一根波导取一个作为输出口，如图 4.7(f)所示，共计 25 个输入口和 5 个输出口。所有的输入和输出口，我们都用较长的波导引线将其引出，在芯片上形成以 127 $\mu$ m 间距均匀排列的耦合端，在每一个耦合端，波导通过锥形结构扩大并刻蚀了 652nm 间距的 TE 模式耦合光栅，我们用具有一定倾斜角的光纤阵列来进行光的耦合，这样对于每一根波导，耦合条件都是几乎完全相同的。此外需要说明的是，对于每一个端口的长距离耦出波导的长度差异，根据我们统计，最大差距不超过 200 $\mu$ m，而经过测试，单模硅波导的损耗约为 3dB/cm，因此波导之间彼此损耗差异最多为 1.4%，可以视为传输损耗基本一致。

如图 4.7(c)所示，实验模块的示意图主要分为以下三个部分，分别是量子态制备模块，片上光子态演化部分和符合测量部分。

光子态制备部分，我们采用了二型周期极化的铌酸锂波导（PPLN），通过和频并调节温度寻找到在 1550nm 附近的简并点，泵浦光为 785.46nm，倍频光为

1550.92nm。实验中我们逆向用 785.46nm 的连续光注入铌酸锂波导中，产生自发参量下转换过程，生成光子对，通过长通滤波器和偏振分束器，我们将其分为水平和垂直偏振两路，将两路的光程调节为基本一致，然后通过笼式结构分别耦合进入光纤中。为了检验光子对的质量，我们利用半波片（hwp）将两路光的偏振调为一致，并通过调节两路光程差进行 Hong-Ou-Mandel 干涉测量，测量的图线如图所示，HOM 干涉形成的下陷曲线谷非常深，对比度为  $97.32\% \pm 0.17\%$ ，这可以说明分离的光子对具有很高的量子干涉可见度。

片上光子态演化部分，主要由光子芯片，光纤阵列以及周围的温控及保温设置组成。光子芯片固定在可旋转的样品台上，光纤阵列则固定在六维平移台上，除了三个维度的横移，还有俯仰，摆动和旋转，最终我们调节到最高效的耦合位置，经典光单边效率为 14% 左右，并且每一个输入输出效率基本一致。实验时光子从光纤阵列几个输入口对应编号的光纤打入，然后再通过光纤阵列的输出口对应编号的光纤测量。在耦入端前还要加入偏振控制器（PC），使光子能够以最高效率耦合进入波导。

第三部分为符合测量光路，从我们的样品中耦出的光将进入一对超导纳米线光子探测器（SNSPD）并进行检测，光子经过光子探测器转换为电信号，然后用 TCSPC 模块（型号 Picoquant PicoHarp）进行符合测量，对于一定强度内的单光子源，会测量到一个固定时延的符合峰，这表明两路光的光程差。在进入超导纳米线之前，我们同样需要接入偏振控制器进行调节，以获得最大的探测效率。此外，我们还需要接入 100G 带宽的波分复用器（WDM），中心波长为 1550.92nm，测量范围为 0.8nm，接入 WDM 可以将信号很好地滤波，消除背景光和环境光。

首先我们进行单光子的测量，我们将分为两路的光子对其中一路注入硅波导中进行演化，而另一路作为触发信号。两个光子分别被耦合出来进入超导探测器进行符合测量。我们在同一注入点下制备了三个传播长度不同的非均匀硅波导阵列。

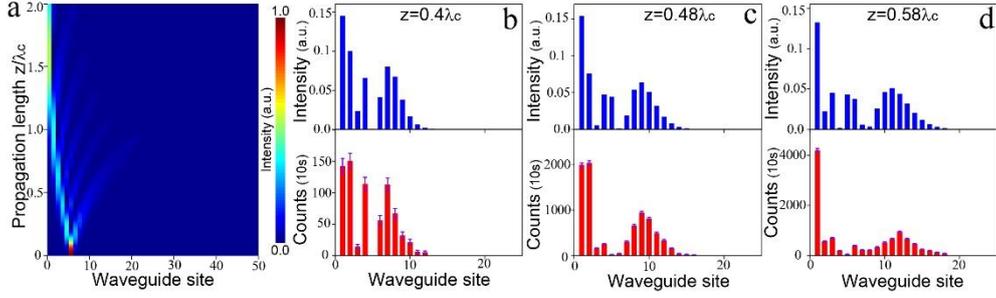


图 4.8 (a) 非均匀波导阵列中的单光子行走模拟图。(b) 波导阵列长度为 0.4 倍耦合长度时的理论归一化结果(蓝色)与出射端单光子测量结果(红色)对比。(c) 波导阵列长度为 0.48 倍耦合长度时的理论归一化结果(蓝色)与出射端单光子测量结果(红色)对比。(d) 波导阵列长度为 0.58 倍耦合长度时理论归一化结果(蓝色)与出射端单光子测量结果(红色)对比。

实验结果与对比理论结果如图 2(b)–(d) 所示。此外，我们采用公式  $S^{(1,1)} =$

$$\left( \sum_{i,j} \sqrt{\Gamma_{i,j}^{exp} \cdot \Gamma_{i,j}^{th}} \right)^2 / \left( \sum_{i,j} \Gamma_{i,j}^{exp} \sum_j \Gamma_{i,j}^{th} \right)$$

计算这些随机行走光子和实验的相似度，结果分别为  $96.3\% \pm 1.8\%$ 、 $89.7\% \pm 1.5\%$  和  $90.0\% \pm 0.3\%$ 。因此，实验和理论结果都验证了模拟事件视界附近单光子的捕获过程，这与黑洞捕获光子的过程相似。实际上，这种潜在的必然的相似性是由 1+1 维伦德勒度量在数学上等价于视界附近史瓦西黑洞的度规导致的。

第二步，我们需要进行不可区分的光子对在波导中的演化来观察多粒子在黑洞视界附近的演化。在实验中，我们将对由偏振分束器分开的两束光的光程精确

调节，来制备全同光子对，并观察输出波导之间的两两符合，得到数据矩阵。

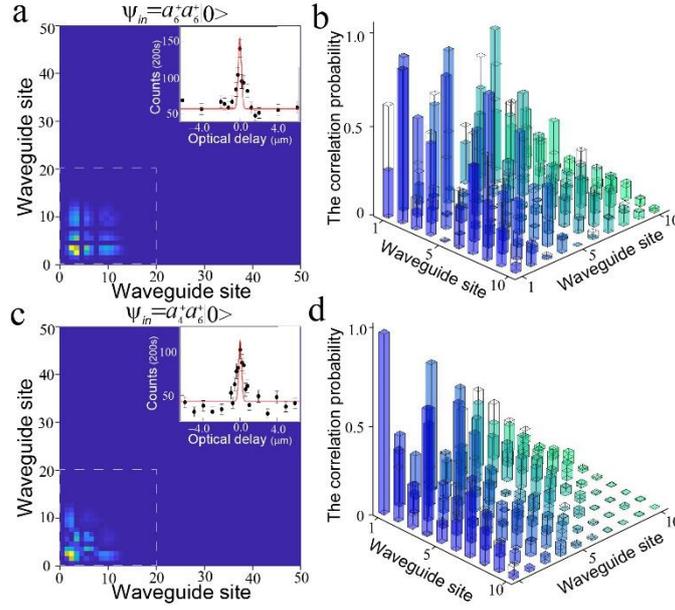


图 4.9 (a) 实验测量全同光子从同一根波导打入的离散关联图，右上角为调整两路光程差时出现的聚束效应。(b) 从同一根波导打入的二维关联图和理论结果（线框）的对比。(c) 实验测量全同光子从同一根波导打入的离散关联图，右上角为调整两路光程差时出现的聚束效应。(d) 从两根波导打入的二维关联图和理论结果（线框）的对比。

我们采用数据矩阵的第一项作为指标（因为它通常是一个较大的数值）来表征两路光子的不可区分特性，我们使用两个反射镜和一个角锥棱镜来构造一个光程调节装置，角锥棱镜固定在一个平行于入射光线的单轴位移台上，位移台的精度为 100nm，这样光程调节的精度就是 200nm。最终得到的第一对角项和光程差的关系如图 4.9(a) 和 (c) 的插图所示，峰值几乎是可分辨值的两倍，说明这两个光子具有较高的不可分辨质量。图 4.9(b) 和图 4.9(c) 分别为两个不可区分的光子耦合到同一位置时在传播长度上的理论和实验重合概率分布，图 4.9 (b) 和图 4.9 (c) 为两个光子注入到不同位置时的情况。我们计算由  $S^{(1,1)} =$

$$\left( \sum_{i,j} \sqrt{\Gamma_{i,j}^{exp} \cdot \Gamma_{i,j}^{th}} \right)^2 / \left( \sum_{i,j} \Gamma_{i,j}^{exp} \sum_j \Gamma_{i,j}^{th} \right)$$

定义的两个矩阵之间的相似度来描述实验与理论之间的差异。对于两种不同的入射情况，实验结果与模拟结果的相似性分别为  $93.0\% \pm 0.22\%$  和  $80.8\% \pm 0.37\%$ 。这种偏差是由于光子不可分辨性的不完善和波导位置的差分耦合效率造成的。尽管如此，所有这些理论和实验结果清楚地表明，两个光子有很高的概率聚集在平坦的视界点附近，这表明两个难以区分的

光子被捕获了。这种聚集现象符合经典物理学中的一个认识，即光子由于黑洞的强大引力而被捕获。

除了不可区分的光子，在模拟的加速非惯性系中纠缠光子的情况更有吸引力。在实验中，我们还可以将  $N = 2$  注入到两个波导中，生成路径纠缠的 NOON 态。

实现路径纠缠态的制备需要做一些准备工作，因为路径纠缠态对两路光的相位差有着严格要求，这就要求两路光的相位都比较稳定，并且还需要其中的一路可以调节相位。不光如此，对于调节出的相位，我们也要有表征的能力。因此，我们做的第一步是将光源中的两路光程调节到大致相等，并且用 Hong-Ou-Mandel 干涉保证光子的全同性。Hong-Ou-Mandel 干涉的具体过程是将两路光从分束器 (BS) 的两路打入 (实验中是光线 BS)，再从出射的两端收集光进行符合测量。如果光子是全同的，那么它们在面对 BS 时会做出相同的选择，要么一同从一侧出射，要么一同从另一侧出射，这样就会产生  $|20\rangle$  和  $|02\rangle$  的叠加态，如果两路光完全全同，那么由于光子对位于同侧，测到的符合将会为 0，对比度为 100%。实验中我们调节光程是 HOM 干涉的对比度达到 97% 以上。当完成 HOM 干涉后，我们需要对  $|20\rangle$  和  $|02\rangle$  两路光的光程进行调控。由于光纤的材质二氧化硅的折射率会随温度变化而变化，因此光程也会随着折射率的变化而变化，所以我们将两路的光纤放入保温箱中，并加入多层保温措施，使两路的相位差维持在定值的时间可以在 5 个小时以上。最后我们在其中一路添加相位调控，即将某一段约 40cm 长的光纤放入反馈式温控设备，实验时，我们就可以手动微调温度，使两路光的相位差到达我们需要的位置。

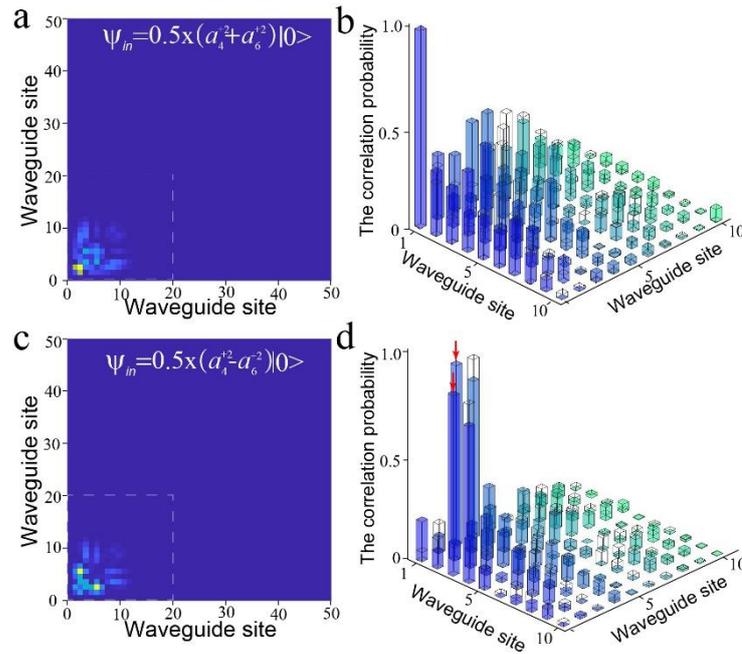


图 4.10 (a) 实验测量路径纠缠光子从两根波导打入，并且相位差为 $\pi$ 时的二维关联图 (b) 相位差为 $\pi$ 的路径纠缠态实验的二维关联图和理论结果的对比。(c) 实验测量路径纠缠光子从两根波导打入，并且相位差为 0 时的二维关联图。(d) 相位差为 0 的路径纠缠态实验的二维关联图和理论结果的对比。

成功调控相位后，我们得到了实验结果。图 4.10(a) 是  $\theta = 0$  时输入 NOON 态相关分布的模拟。实验结果与仿真结果一致，如图 4.10 (b) 和图 4.10 (c) 所示，相似度为  $78.35\% \pm 0.19\%$ 。尽管有一些偏差，但模拟和实验结果都清楚地表明，光子在事件视界附近聚集，这符合光子总是被黑洞捕获的预期。与直觉相反，对于  $\theta = 0$  的输入 NOON 态，我们发现一个光子被捕获到视界位置，而另一个光子有非常高的概率从黑洞的视界逃逸，如图 4.10 (d)-(f) 所示。实验结果与理论结果吻合度为  $88.38\% \pm 0.49\%$ 。如上所述，由设计的非均匀硅光子晶格映射的伦德勒度规在数学上等同于事件视界附近的史瓦西黑洞。然而，实验和理论结果都表明，对于这种路径纠缠的 NOON 态，光子逃逸的现象是违反直觉的，这与经典物理学中光子总是被黑洞捕获的概念完全相反。更有趣的是，这种光子逃逸与霍金辐射完全不同，霍金辐射的机制是由于真空涨落产生正负能粒子对，负能粒子被黑洞捕获，正能粒子逃逸。相比之下，纠缠光子的光子逃逸完全是由于量子干涉。

## 4.4 本章小结

我们利用硅光子学在模拟的黑洞视界中通过实验实现了单光子、两个不可分辨光子和纠缠光子的量子行走。单光子和不可区分光子的量子行走展示演示了黑洞最主要的特征-对光的吸收。更为有趣的是，由于量子干涉，对某种类型的路径纠缠光子观察到一种反直觉的光学逃逸现象，其机制与霍金辐射不同。我们的工作首先利用了硅光子学，这是未来集成光子芯片用于模拟弯曲空间中的量子效应的一个很有前景的技术路线。此外，这种受变换光学启发的非均匀硅光子波导阵列可能为研究量子力学和广义相对论方面更具挑战性的工作提供了一个平台，例如反德西特/共形场投影和圈量子引力。此外，在广义相对论概念的启发下，可以获得新的集成光学器件，如光子的纠缠操纵和光路由。

## 参考文献

- [1] K. Vonklitzing, G. Dorda and M. Pepper, “NEW METHOD FOR HIGH-ACCURACY DETERMINATION OF THE FINE-STRUCTURE CONSTANT BASED ON QUANTIZED HALL RESISTANCE”, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).
- [2] M.Z. Hasan and C.L. Kane, “Colloquium: Topological insulators”, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 3045 (2010).
- [3] L. Lu, J.D. Joannopoulos and M. Soljacic, “Topological photonics”, *Nat. Photonics* **8**, 821 (2014).
- [4] S.D. Huber, “Topological mechanics”, *Nat. Phys.* **12**, 621 (2016).
- [5] G.C. Ma, M. Xiao and C.T. Chan, “Topological phases in acoustic and mechanical systems”, *NATURE REVIEWS PHYSICS* **1**, 281 (2019).
- [6] T. Ozawa et al., “Topological photonics”, *Rev. Mod. Phys.* **91**, (2019).
- [7] M.C. Rechtsman et al., “Photonic Floquet topological insulators”, *NATURE* **496**, 196 (2013).
- [8] A. Cerjan, S. Huang, M. Wang, K.P. Chen, Y.D. Chong and M.C. Rechtsman, “Experimental realization of a Weyl exceptional ring”, *Nat. Photonics* **13**, 623 (2019).

- [9] M.C. Rechtsman, J.M. Zeuner, A. Tunnermann, S. Nolte, M. Segev and A. Szameit, “Strain-induced pseudomagnetic field and photonic Landau levels in dielectric structures”, *Nat. Photonics* **7**, 153 (2013).
- [10] S. Mukherjee, M. Di Liberto, P. Ohberg, R.R. Thomson and N. Goldman, “Experimental Observation of Aharonov-Bohm Cages in Photonic Lattices”, *Phys. Rev. Lett.* **121**, (2018).
- [11] S. Mukherjee, A. Spracklen, D. Choudhury, N. Goldman, P. Ohberg, E. Andersson and R.R. Thomson, “Observation of a Localized Flat-Band State in a Photonic Lieb Lattice”, *Phys. Rev. Lett.* **114**, (2015).
- [12] S. Weimann et al., “Implementation of quantum and classical discrete fractional Fourier transforms”, *NATURE COMMUNICATIONS* **7**, (2016).
- [13] J. Zeuner et al., “Integrated-optics heralded controlled-NOT gate for polarization-encoded qubits”, *NPJ QUANTUM INFORMATION* **4**, (2018).
- [14] S. Longhi, “Quantum-optical analogies using photonic structures”, *Laser Photonics Rev.* **3**, 243 (2009).
- [15] A. Szameit and S. Nolte, “Discrete optics in femtosecond-laser-written photonic structures”, *JOURNAL OF PHYSICS B-ATOMIC MOLECULAR AND OPTICAL PHYSICS* **43**, (2010).
- [16] S. Weinfurter, E.W. Tedford, M.C.J. Penrice, W.G. Unruh and G.A. Lawrence, “Measurement of Stimulated Hawking Emission in an Analogue System”, *Phys. Rev. Lett.* **106**, (2011).
- [17] T. Torres, S. Patrick, A. Coutant, M. Richartz, E.W. Tedford and S. Weinfurter, “Rotational superradiant scattering in a vortex flow”, *Nat. Phys.* **13**, 833 (2017).
- [18] H. Ge, C. Sheng, S.N. Zhu and H. Liu, “Observation of the acceleration of light in a tapered optical fiber”, *Opt. Express* **29**, 27212 (2021).
- [19] R.P. Feynman, “SIMULATING PHYSICS WITH COMPUTERS”, *Int. J. Theor. Phys.* **21**, 467 (1982).
- [20] I.M. Georgescu, S. Ashhab and F. Nori, “Quantum simulation”, *Rev. Mod. Phys.* **86**, 153 (2014).
- [21] C.A. Regal, M. Greiner and D.S. Jin, “Observation of resonance condensation of fermionic atom

- pairs”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, (2004).
- [22] H.P. Buchler, M. Hermele, S.D. Huber, M.P.A. Fisher and P. Zoller, “Atomic quantum simulator for lattice gauge theories and ring exchange models”, *Phys. Rev. Lett.* **95**, (2005).
- [23] I. Kassal, S.P. Jordan, P.J. Love, M. Mohseni and A. Aspuru-Guzik, “Polynomial-time quantum algorithm for the simulation of chemical dynamics”, *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* **105**, 18681 (2008).
- [24] U.R. Fischer and R. Schutzhold, “Quantum simulation of cosmic inflation in two-component Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. A* **70**, (2004).
- [25] S.W. Hawking, “BLACK-HOLE EXPLOSIONS”, *NATURE* **248**, 30 (1974).
- [26] J.Z. Hu, L. Feng, Z.D. Zhang and C. Chin, “Quantum simulation of Unruh radiation”, *Nat. Phys.* **15**, 785 (2019).
- [27] J. Steinhauer, “Observation of quantum Hawking radiation and its entanglement in an analogue black hole”, *Nat. Phys.* **12**, 959 (2016).
- [28] B. Horstmann, B. Reznik, S. Fagnocchi and J.I. Cirac, “Hawking Radiation from an Acoustic Black Hole on an Ion Ring”, *Phys. Rev. Lett.* **104**, (2010).
- [29] S. Giovanazzi, “Hawking radiation in sonic black holes”, *Phys. Rev. Lett.* **94**, (2005).
- [30] P.D. Nation, M.P. Blencowe, A.J. Rimberg and E. Buks, “Analogue Hawking Radiation in a dc-SQUID Array Transmission Line”, *Phys. Rev. Lett.* **103**, (2009).
- [31] T.G. Philbin, C. Kuklewicz, S. Robertson, S. Hill, F. Konig and U. Leonhardt, “Fiber-optical analog of the event horizon”, *Science* **319**, 1367 (2008).
- [32] J. Drori, Y. Rosenberg, D. Bermudez, Y. Silberberg and U. Leonhardt, “Observation of Stimulated Hawking Radiation in an Optical Analogue”, *Phys. Rev. Lett.* **122**, (2019).
- [33] D. Jaksch, C. Bruder, J.I. Cirac, C.W. Gardiner and P. Zoller, “Cold bosonic atoms in optical lattices”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3108 (1998).
- [34] B. Yang et al., “Observation of gauge invariance in a 71-site Bose-Hubbard quantum simulator”, *NATURE* **587**, 392 (2020).

- [35] D.A. Lidar and O. Biham, “Simulating Ising spin glasses on a quantum computer”, *PHYSICAL REVIEW E* **56**, 3661 (1997).
- [36] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T.W. Hansch and I. Bloch, “Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms”, *NATURE* **415**, 39 (2002).
- [37] F. Arute et al., “Quantum supremacy using a programmable superconducting processor”, *NATURE* **574**, 505 (2019).
- [38] H.S. Zhong et al., “Quantum computational advantage using photons”, *Science* **370**, 1460 (2020).
- [39] Y.L. Wu et al., “Strong Quantum Computational Advantage Using a Superconducting Quantum Processor”, *Phys. Rev. Lett.* **127**, (2021).
- [40] F. Dreisow, M. Heinrich, R. Keil, A. Tunnermann, S. Nolte, S. Longhi and A. Szameit, “Classical Simulation of Relativistic Zitterbewegung in Photonic Lattices”, *Phys. Rev. Lett.* **105**, (2010).
- [41] J.M. Zeuner et al., “Optical Analogues for Massless Dirac Particles and Conical Diffraction in One Dimension”, *Phys. Rev. Lett.* **109**, (2012).
- [42] F. Dreisow, S. Longhi, S. Nolte, A. Tunnermann and A. Szameit, “Vacuum Instability and Pair Production in an Optical Setting”, *Phys. Rev. Lett.* **109**, (2012).
- [43] C. Koke, C. Noh and D.G. Angelakis, “Dirac equation in 2-dimensional curved spacetime, particle creation, and coupled waveguide arrays”, *Ann. Phys.* **374**, 162 (2016).
- [44] A. Marini, S. Longhi and F. Biancalana, “Optical Simulation of Neutrino Oscillations in Binary Waveguide Arrays”, *Phys. Rev. Lett.* **113**, (2014).
- [45] R. Keil, C. Noh, A. Rai, S. Stutzer, S. Nolte, D.G. Angelakis and A. Szameit, “Optical simulation of charge conservation violation and Majorana dynamics”, *OPTICA* **2**, 454 (2015).
- [46] Y. Aharonov, L. Davidovich and N. Zagury, “Quantum random walks”, *Phys. Rev. A* **48**, 1687 (1993).
- [47] L. Xiao et al., “Observation of topological edge states in parity–time-symmetric quantum walks”, *Nat. Phys.* **13**, 1117 (2017).
- [48] Y. Wang et al., “Direct Observation of Topology from Single-Photon Dynamics”, *Phys. Rev. Lett.*

122, 193903 (2019).

[49] M. Gong et al., “Quantum walks on a programmable two-dimensional 62-qubit superconducting processor”, *Science* **372**, 948 (2021).

[50] N. Shenvi, J. Kempe and K.B. Whaley, “Quantum random-walk search algorithm”, *Phys. Rev. A* **67**, (2003).

[51] J.B. Spring et al., “Boson Sampling on a Photonic Chip”, *Science* **339**, 798 (2013).

[52] H. Tang et al., “Experimental quantum fast hitting on hexagonal graphs”, *Nat. Photonics* **12**, 754 (2018).

[53] A.M. Childs, “Universal computation by quantum walk”, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 180501 (2009).

[54] A.M. Childs, D. Gosset and Z. Webb, “Universal Computation by Multiparticle Quantum Walk”, *Science* **339**, 791 (2013).

[55] J. Du, H. Li, X. Xu, M. Shi, J. Wu, X. Zhou and R. Han, “Experimental implementation of the quantum random-walk algorithm”, *Phys. Rev. A* **67**, (2003).

[56] M. Karski, L. Förster, J.-M. Choi, A. Steffen, W. Alt, D. Meschede and A. Widera, “Quantum Walk in Position Space with Single Optically Trapped Atoms”, *Science* **325**, 174 (2009).

[57] H. Schmitz, R. Matjeschk, C. Schneider, J. Glueckert, M. Enderlein, T. Huber and T. Schaetz, “Quantum walk of a trapped ion in phase space”, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 090504 (2009).

[58] H. Defienne, M. Barbieri, I.A. Walmsley, B.J. Smith and S. Gigan, “Two-photon quantum walk in a multimode fiber”, *Science Advances* **2**, e1501054 (2016).

[59] H.B. Perets, Y. Lahini, F. Pozzi, M. Sorel, R. Morandotti and Y. Silberberg, “Realization of quantum walks with negligible decoherence in waveguide lattices”, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 170506 (2008).

[60] A. Peruzzo et al., “Quantum Walks of Correlated Photons”, *Science* **329**, 1500 (2010).

[61] A.S. Solntsev et al., “Generation of Nonclassical Biphoton States through Cascaded Quantum Walks on a Nonlinear Chip”, *Physical Review X* **4**, (2014).

[62] M. Lebugle, M. Grafe, R. Heilmann, A. Perez-Leija, S. Nolte and A. Szameit, “Experimental

- observation of N00N state Bloch oscillations”, *Nat Commun* **6**, 8273 (2015).
- [63] Z.-Q. Jiao et al., “Two-dimensional quantum walks of correlated photons”, *Optica* **8**, (2021).
- [64] J.W. Silverstone, D. Bonneau, J.L. O'Brien and M.G. Thompson, “Silicon Quantum Photonics”, *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **22**, 390 (2016).
- [65] N.C. Harris et al., “Quantum transport simulations in a programmable nanophotonic processor”, *Nat. Photonics* **11**, 447 (2017).
- [66] C. Sparrow et al., “Simulating the vibrational quantum dynamics of molecules using photonics”, *Nature* **557**, 660 (2018).
- [67] G. Di Molfetta, M. Brachet and F. Debbasch, “Quantum walks as massless Dirac fermions in curved space-time”, *Phys. Rev. A* **88**, (2013).
- [68] P. Arrighi, S. Facchini and M. Forets, “Quantum walking in curved spacetime”, *Quantum Inf. Process.* **15**, 3467 (2016).
- [69] Y. Wang et al., “Quantum simulation of particle pair creation near the event horizon”, *NATIONAL SCIENCE REVIEW* **7**, 1476 (2020).
- [70] F. Belgiorno et al., “Hawking Radiation from Ultrashort Laser Pulse Filaments”, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 203901 (2010).
- [71] J.R. Muñoz de Nova, K. Golubkov, V.I. Kolobov and J. Steinhauer, “Observation of thermal Hawking radiation and its temperature in an analogue black hole”, *Nature* **569**, 688 (2019).

## 总结与展望

20 世纪以来,借助人工材料的东风,变换光学蓬勃发展,从微波,太赫兹到近红外,可见光,各个波段都有变换光学器件的设计,片上波导,光热吸收,光子晶体,表面等离激元,纳米聚焦,非线性体系,量子光学体系,变换光学的设计思路遍布了几乎所有光学体系,乃至声学,弹性波等体系中也引入了变换光学思想。在这样的发展趋势下,我们理应为了达成想要的效果兼容并包,借鉴不同体系的优点并使用。

近些年来,天文学领域有了许多惊人的观测结果,如 LIGO 观测的引力波,和黑洞图像的获取等。作为天文观测的有力补充,光学模拟体系一直是人们关心的话题,例如黑洞的计算和模拟仿真早在观测到之前就进行了数十乃至上百年。然而在光学模拟广义相对论的过程中,经常会遇到难以模拟的强引力场,受限于材料而无法制备,而这样的强引力场往往还是更为有趣的部分。我们在弯曲波导模拟虫洞的过程中,巧妙地将引力透镜理论结合虫洞度规,较为轻松地制备了可以模拟二维可穿越虫洞的曲面,这种上下对称的曲面波导,也“曲线”解决了虫洞坐标筒并难以模拟的难题。不仅我们对于引力透镜的创新性设计,我们实验方法中对于测地线透镜的焦平面成像以直接获得光在引力场中的传播像也为以后的复杂引力场模拟提供了范式。我们还讨论信息穿越虫洞时受到潮汐力的影响,也为以后虫洞的观测和更加

深入的模拟奠定基础。

在变换光学的器件设计过程中，折射率奇点的存在使得 Eaton 透镜，不可见球等仪器难以实现，我们通过创新地使用逆变换光学过程，用空间的缺角拼接来等效平坦平面上的材料奇点，并且调控拓扑缺陷的符号和大小，实现了类似于宇宙弦的偏折光的效果。另外还可以同过负拓扑缺陷将多个光源的远场强度无损叠加，实现错觉效应。我们这种用曲面来避免变换光学设计中材料奇点的手段可以在变换光学仪器设计中被借鉴。

2022 年诺贝尔物理学奖得主为三个在纠缠光子实验，贝尔不等式违反中做出卓越贡献的科学家，这说明了量子光学的重要性，无论是量子密钥分发，隐形传态还是量子计算都是未来的重要方向。量子模拟可以说是量子计算的一种，2020 年潘建伟院士课题组在量子计算机“九章”中实现了玻色采样的高效计算，其效率远高于经典计算机。我国和美国是目前唯二实现“量子霸权”的国家，显然，量子光学研究的影响力已经不仅限于科研领域。我们在非均匀的硅光子晶格中进行量子行走，这在之前是无人实现的，也可以为后面片上的量子模拟和计算提供参考。在广义相对论模拟中，这也是具有创新意义的，模拟了黑洞视界附近伦德勒  $1+1$  维时空度规中纠缠光子的演化和干涉现象，也为后面的片上量子模拟提供范式。

总而言之，我们尝试在不同体系中模拟弯曲的空间和时空，解决前面成熟体系中难以模拟某些极限引力场和折射率的问题，并且由经

典到量子，逐步递进。

展望未来，我们可以说，材料加工和模拟体系开发的脚步从未停止，随着各种加工平台的发展和成熟，更多精密的，特性优越的材料都可以被设计和加工。或许很快我们就可以在曲面上进行量子模拟实验，在波导阵列中进行非线性的广义相对论模拟，研究更为有趣的动力学问题，或是在更高维的波导上调制电磁参数的变化，模拟复杂的时空度规，未来的空间很广阔，等待我们去继续探究。

# 攻读博士期间发表论文

隐去

# 致谢

隐去