

学校代码: 10284
分类号: 0431.2
密 级: 保密
U D C: 535.8
学 号: DG1822017



南京大學

博士学位论文

论文题目 基于共形变换的
集成宽带光子器件

作者姓名 黄春雨

专业名称 物理学

研究方向 微纳光学与光子学

导师姓名 刘辉 教授

2024年05月28日

答辩委员会主席 刘雪明 教授

评 阅 人 盲审 1

盲审 2

盲审 3

论文答辩日期 2024年 05月 25日

研究生签名: 董春雨

导师签名:

刘辉

南京大学博士学位论文

基于共形变换的集成宽带光子器件

作者：黄春雨

导师：刘辉 教授

南京大学物理学院
固体微结构国家实验室

**Integrated Broadband Photonic Devices based
on Conformal Transformation**

By Huang Chunyu

Supervised by Prof. Liu Hui

School of Physics, Nanjing University

National Laboratory of Solid State Microstructures

南京大学

学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的论文是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除了文中特别加以标注引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写的成果作品。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

作者签名：黄春雨

日期：2024 年 5 月 27 日

导师签名：

刘辉

日期：2024 年 5 月 27 日

学位论文授权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权南京大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于（请在以下相应方框内打“√”）：

1、保密 ，在年解密后适用本授权书。

2、不保密 。

作者签名：黄春雨

日期：2024 年 5 月 27 日

导师签名：

刘辉

日期：2024 年 5 月 27 日

南京大学研究生毕业论文中文摘要首页用纸

毕业论文题目： 基于共形变换的集成宽带光子器件
物理学 专业 18 级博士生姓名： 黄春雨
指导教师（姓名、职称）： 刘辉 教授

摘要

集成非线性光子器件在现代光通信中起着关键作用，实现高速光通信中的宽带属性问题至关重要。目前已经提出的解决方法有群速度色散调控、零折射率波导或微腔谐振器等等。然而，这些方法要么严格依赖于材料，要么产生的宽带光谱并不严格连续，或者是受铁电畴的极化工艺等加工因素限制，目前仍缺乏一种在芯片上设计这样器件的通用方法。共形变换光学是近年来光学领域备受瞩目的研究热点之一，通过对空间坐标进行变换，适当调节空间和时间上的介电常数和磁导率，可以在全电磁频谱上任意操纵电磁波的传输。共形变换光学的应用非常广泛，包括隐身技术、光学类比实验、以及完美透镜成像等领域。然而，以往的研究主要集中在其在经典线性光学领域的应用上，对于其在非线性光学以及量子光学领域的应用尚未被探索。本论文以共形变换光学为出发点，探索了片上集成光子器件的设计方法。主要贡献包括以下几个方面：

1、我们建立了渐变弯曲波导共形变换的普适理论模型，将任意弯曲半径变化的弯曲波导转换为具有一定折射率分布的直波导。通过对比分析直波导和固定弯曲半径的弯曲波导中模式和动量演化的规律，阐述了这种渐变弯曲波导在非线性光子器件中的潜在应用。此外，基于这个理论模型，我们证明了弯曲普适共形变换理论的有效性，为接下来的实验工作提供了有力的理论支撑。

2、提出并展示了一种基于共形变换光学的全新片上宽带非线性光子器件的设计方法。通过这一方法，设计并制备了一种具有梯度曲率的新型弯曲加速波导。建立了波导中二阶非线性变换光学的理论模型，深入分析了其中产生宽带非线性频率转换的物理机制。通过理论模型对特定结构的铌酸锂弯曲加速波导中的和频过程进行分析计算，得到了带宽与加速度参数之间的关系。在实验中，采用相机

和光谱仪两个光学测试系统，与以往光路测试非线性频率转换效率的方法不同，成功完成了宽带频率上转换的实验测试，实验结果与理论预期完美符合。

3、利用共形变换光学提出的通用策略，我们展示了一种在片上产生宽带纠缠光源的新方法。通过这一策略，我们设计并加工了一系列蛇形 SOI (silicon-on-insulator) 波导，并在实验中验证了这种方法在芯片上实现宽带时间-频率纠缠光源的潜力。实验结果显示，通过调节加速参数，可以生成任意带宽的纠缠光子对。与传统直波导相比，实验结果进一步证明了蛇形 SOI 波导在片上宽带非线性光学和量子光学方面的优势。

通过这些结果，我们不仅展示了基于共形变换设计宽带片上非线性光子器件的普适方法，还通过在 LNOI (lithium niobate on insulator) 上实现宽带近红外光子的频率上转换探测器、在 SOI 上实现宽带纠缠光源的实验结果验证了其普适性和有效性。此方法不仅适用于文中提到的两种材料平台和两种片上光子器件的应用，未来还可以在诸如氮化硅、碳化硅、硫系玻璃等材料中设计宽带的红外光源、多波长频率放大器、调制器、探测器等器件。

关键词：光子芯片、片上宽带非线性光子器件、片上宽带量子光源、共形变换光学

南京大学研究生毕业论文英文摘要首页用纸

THESIS : Integrated Broadband Photonics Devices Based on Conformal Transformation

SPECIALIZATION: Physics

POSTGRADUATE: Chunyu Huang

MENTOR: Professor Hui Liu

Abstract

Integrated nonlinear photonic devices are important in modern optical communications, and it is crucial to achieve broadband properties in high-speed optical communications. Proposed methods encompass various approaches such as group velocity dispersion engineering, zero-refractive index waveguides, microcavity resonators. However, these approaches often rely heavily on specific materials or produce broadband spectra that lack strict continuity. Additionally, limitations stemming from manufacture technology, such as the polarization process of ferroelectric domains, further complicate device design. As a consequence, there persists a notable absence of a universal methodology for the chip-based design of such devices in the academic realm. Conformal transformation optics (CTO) is a prominent research focus on novel optical phenomenon in recent years. By appropriately adjusting the permittivity and permeability in space and time, electromagnetic wave propagation can be manipulated arbitrarily. Transformation optics have many applications, including cloaking, optical analogy, and perfect lens imaging. However, all these studies are focused on the applications in classical linear optics, none of them consider its applications in nonlinear optics and quantum optics. This paper explores a general approach for broadband integrated photonics devices based on the conformal transformation optics. The main contributions include the following aspects:

1. We established a conformal mapping approach for gradient-curved waveguides, which converts arbitrarily curved waveguides with varying radii into straight

waveguides with a certain refractive index distribution. Through comparative analysis of mode and momentum evolution in straight waveguides and curved waveguides with fixed radii, we demonstrated the potential applications of such gradient-curved waveguides in nonlinear photonics devices. Additionally, based on this theoretical model, we demonstrated the effectiveness of this conformal mapping, providing a fundamental theoretical method for subsequent experimental work.

2. We proposed and demonstrated a novel on-chip broadband nonlinear photonics device design strategy based on CTO. Through this approach, a novel curved accelerating waveguide (CAW) with gradient curvature was designed and fabricated. We established a theoretical model of second-order nonlinear transformation optics in the CAW, providing in-depth analysis of the physical mechanism behind broadband nonlinear frequency conversion. By applying the theoretical model to analyze and compute the sum-frequency generation process in CAW that fabricated on lithium niobate on insulator (LNOI), we obtained the relationship between bandwidth and acceleration parameter. In experiments, we combine a camera and a spectrometer as optical test systems, we tested the broadband frequency up-conversion and the results perfectly match theoretical expectations.

3. By using the universal strategy based on CTO, we have demonstrated a novel method for generating broadband entangled photon sources on-chip. Through this strategy, we designed and fabricated a series of snake-shaped silicon-on-insulator (SOI) waveguides and experimentally validated the potential of this approach to realize on-chip broadband time-frequency entangled photon sources. The experimental results indicate that by adjusting the acceleration parameter, entangled photon pairs of arbitrary bandwidth can be generated. A comparison with traditional straight waveguides further confirms the advantages of snake waveguides in integrated broadband nonlinear optics and quantum optics.

In results, we not only demonstrate a universal approach for designing broadband on-chip nonlinear photonics devices based on CTO but also validate its universality and effectiveness by implementing experimental results on LNOI for broadband near-

infrared photon frequency upconversion detectors and on SOI for broadband entangled photon sources. This method is not only applicable to the two material platforms and on-chip photon devices mentioned in this paper but can also be applied in the future to design broadband infrared sources, multi-wavelength frequency amplifiers, modulators, detectors, and other devices in different materials such as silicon nitride, silicon carbide, and chalcogenide glasses.

Keywords: photonics chip, integrated broadband nonlinear photonics device, integrated broadband quantum light source, conformal transformation optics

摘要.....	I
Abstract.....	iii
第一章 绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 变换光学理论介绍.....	3
1.2.1 变换光学.....	3
1.2.2 共形变换光学.....	7
1.3 变换光学在线性光学中的应用.....	11
1.3.1 设计光学元件.....	11
1.3.2 弯曲时空效应的模拟.....	15
1.3.3 片上光子器件的设计.....	21
1.4 本论文的主要研究内容.....	29
第二章 基于共形变换弯曲波导的理论分析.....	39
2.1 引言.....	39
2.2 固定半径弯曲波导的共形变换理论和应用.....	41
2.2.1 弯曲波导中的色散.....	42
2.2.2 弯曲波导中的模场分布.....	43
2.2.3 弯曲波导中的有效模式面积.....	44
2.3 弯曲波导中的非线性光学过程.....	45
2.4 加速弯曲波导的共形变换理论.....	47
2.5 本章小结.....	51
参考文献.....	53
第三章 基于共形变换的集成宽带非线性光学波导.....	56
3.1 引言.....	56
3.2 设计具有梯度曲率的加速弯曲波导的共形变换方法.....	60
3.3 加速弯曲波导中的宽带频率上转换.....	64
3.4 加速弯曲波导的样品设计和加工.....	71
3.5 加速弯曲波导宽带和频的实验测试.....	72
3.6 本章小结.....	76
参考文献.....	78
第四章 基于共形变换的集成片上宽带纠缠光源.....	82
4.1 引言.....	82
4.2 设计蛇形波导的共形变换方法.....	86
4.3 蛇形 SOI 波导中的宽带四波混频.....	90
4.4 蛇形 SOI 波导中的宽带经典四波混频.....	94
4.5 蛇形 SOI 波导中的宽带自发四波混频符合光子数的测试.....	96
4.6 本章小结.....	99

参考文献.....	101
第五章 总结与展望.....	105
攻读博士期间发表论文.....	107
致谢.....	108

第一章 绪论

1.1 研究背景

1865年，麦克斯韦（Maxwell）建立了麦克斯韦方程组 [1]，并且基于该方程组预言了电磁波的存在。此后，电磁波引起了广泛关注，并且深刻影响着人们的生活，逐渐在信息时代发挥着不可取代的作用。作为一种特殊的电磁波，光波也在信息领域发挥着重要作用。因此，如何有效地调控光波近年来成为一个热门的研究课题。

首先，麦克斯韦方程组满足相对性原理，在不同坐标系下具有相同的形式，在不同的材料中也具有特定的介电常数 ϵ 和磁导率 μ 。那么如果可以改变材料的介电常数 ϵ 与磁导率常数 μ ，人们就可以实现对光波的任意调控，也就是说，人们可以通过改变材料的折射率 n 调控光波。然而，由于理论和实验技术的不完善，在很长一段时间内，相关的研究一直很难取得重大的突破。直至1999年 [2]，Pendry等人提出了一种新型人工电磁-超构材料，该成果使得自然界中无法获得的材料得以被实现，进而用于电磁波的调控。具体来说，人们通过特殊的设计和工艺获得新型的超构材料，而这些新型的超构材料通常具有新颖的性质，譬如负的折射率 [3, 4]。理论上来说，通过改变空间各点的等效介电常数 ϵ_{eff} 和等效磁导率 μ_{eff} ，就能够实现相应的电磁功能。事实上，人们已经通过超构材料获得了一些具有奇特性能的特殊器件 [5-7]。在现代光学器件中，光线近似已经无法满足研究条件，需要在亚波长光学结构中调控光场，研究材料的势能。变换光学则为这方面的研究提供了有效手段 [8, 9]。变换光学通过将坐标变换“吸收”到材料参数中去，可以得到不同坐标系下的介电常数和磁导率，从而调控电磁波的传输。变换光学具有广泛的应用价值，仅在线性光学领域，研究者们就取得了显著的成就。例如研究者们设计了不同波段的隐身斗篷器件 [10-16]。该方法还被运用于纳米聚焦 [17-21]、完美透镜成像以及模拟弯曲时空效应 [22-24]等领域。此外，人们还运用变换光学方法实现了各种波导转换器件 [25-32]，提高了光波导器件的信息处

理能力和集成度。

另一方面，随着光信息和通信技术的飞速发展以及微纳加工技术的产业化，集成光子学正受到越来越广泛的关注 [33-37]。光子芯片作为一种集成光学元件的微型芯片，在通信、计算、传感、医疗等领域都扮演着重要角色。光子芯片在数据传输方面具备小型化、高速、大带宽的能力 [38-43]；在量子信息处理方面，光子芯片是量子计算和通信的关键组成部分，在密码学、安全通信等领域有着巨大的应用潜力 [44-51]；此外，光子芯片还能实现高灵敏度、高分辨率的片上传感器，可用于医疗成像、光学诊断等领域，有助于精准诊断和治疗；光子芯片还具有低功耗、高效能的特点，有利于节能环保。随着材料、制造工艺和集成技术的不断进步，光子芯片将继续成为新一代信息技术的重要基础和核心组成部分，为各个领域的发展带来更多可能性。

光子可以通过多个维度承载信息，譬如轨道角动量、时间、频率等。在集成光子芯片中，频率是信息编码的一个重要自由度，其工作频率带宽的增加意味着更快的光信号处理速度、更大的信息容量和更高的分辨率 [40, 52-54]。随着对数据传输速度和信息容量增长的日益需求，带宽属性的需求也在不断地提升，光子芯片需要具备更大的使用带宽。集成宽带光子器件不仅能够实现更高速的数据传输，还能支持更大容量的数据流。这对于实现高清晰度视频、云计算、大数据分析等大容量数据处理应用至关重要。集成光子器件的宽带非线性过程也为未来片上光源、片上高速调制器、片上探测器等提供了重要应用价值。此外，随着量子通信和量子计算的崛起，宽带光量子芯片为实现量子信息处理提供了必要的硬件基础。因此，光子芯片需要具备更大的使用带宽，以满足当今和未来信息技术的发展需求，并推动数字化时代的进步。

非线性光子器件在光子芯片中扮演着至关重要的角色。这些器件能够实现光子间的非线性频率转换、参量放大、光整流等等，从而实现光信号的调制、转换和处理，大大丰富了光子芯片的功能和应用场景 [55, 56]。非线性光子器件不仅能够实现高效的光学调制和调谐，包括光学调制器、光学频率梳等，为光通信提供了关键的信号处理功能。片上器件的非线性光学过程在量子信息处理和量子计算中也具有重要意义，例如目前稳定的量子光源普遍是由非线性参量过程产生的

[44-49, 57]。因此，如何实现片上宽带的非线性光子器件就成为了集成光子通信和光计算领域亟待解决的重要问题。目前，现有针对这一问题的设计方法要么依赖于特定的设计材料和具体的非线性过程，要么产生的宽带信号并非严格连续，而是离散的多频率形式，要么对加工精度要求极高，需要铁电畴的极化过程，或

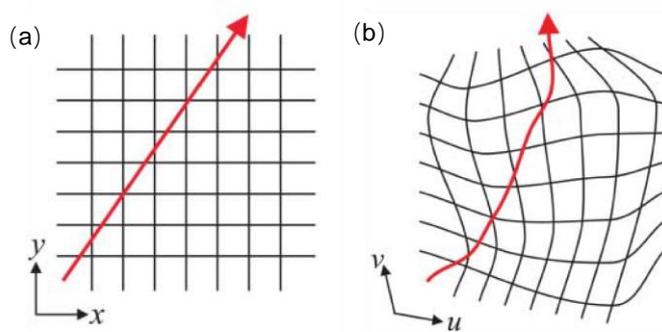


图 1.1 变换光学基本原理[8]。(a) 物理空间中笛卡尔坐标系下光场的传播；(b) 在扭曲的坐标系下，光场传播路径也被扭曲。

者需要牺牲非线性转换效率以换得宽带效果。因此，目前仍然急需寻找一种普适的设计方案来实现宽带非线性光子器件，以满足日益增长的需求。基于这一问题，我们提出了基于变换光学的普适方法，可以用于设计不同材料平台、不同非线性过程、不同波段、无需极化过程的宽带非线性光子器件。

1.2 变换光学理论介绍

1.2.1 变换光学

变换光学是一种新颖的光学理论，通过将电磁材料的设计与空间坐标变换相结合，从而实现调控电磁波的目的。其主要思想是通过构造合适的空间变换，将复杂的物理问题转化为简单的几何问题，从而利用微结构和材料的非均匀性提供额外维度来实现对电磁场的精确控制和调控。通过将坐标变换的几何信息完全“吸收”到材料的电磁参数中，就可以得到不同坐标系下的介电常数和磁导率的分布。如图 1.1，图(a)中 (x, y) 坐标系下的光线为直线，而图(b)给出了扭曲后的 (u, v) 坐标系下光线，这个坐标下的光线为扭曲的线。这两种情况下，它们满足的麦克

斯韦方程具有相同的形式，两个坐标系的坐标变换则体现在介电常数和磁导率的变换。基于此，人们可以根据需求对介电常数和磁导率进行设计和加工，从而改变电磁波的传播路径。变换光学的核心概念是通过坐标变换来实现折射率的梯度分布，使得光线在设备中的路径和效果与在传统的均匀折射率材料中的路径和效果截然不同，从而设计出一些看起来非常奇特的光学器件，可以用来实现诸如隐身、光子模拟、完美透镜、纳米聚焦等新奇并且具有应用价值的现象。

我们知道，介质中麦克斯韦方程组在笛卡尔坐标系下可以写为，

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},\end{aligned}\tag{1.1}$$

其中 ε ， μ 分别表示介质中的相对介电常数和磁导率。传统光学中，往往考虑的是均匀介质，因此介电常数和磁导率往往是常数。变换光学告诉我们，通过坐标变换，介电常数和磁导率可以是一个具有空间梯度的函数。

令 x, y, z 表示原坐标系，变换后的新坐标系用 $u(x, y, z), v(x, y, z), w(x, y, z)$ 表示。原坐标系下的电磁场场量 \mathbf{E} ， \mathbf{H} 以及相对介电常数 ε 和磁导率 μ 在新坐标系下表示为 \mathbf{E}' ， \mathbf{H}' ， ε' ， μ' 。根据麦克斯韦方程组在不同坐标系下的协变性，可知新坐标系下的麦克斯韦方程组表示为：

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E}' &= -\mu'\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{H}' &= \varepsilon'\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t},\end{aligned}\tag{1.2}$$

在新坐标系下，空间各点的材料参数 ε' ， μ' 满足：

$$\begin{aligned}\varepsilon'_u &= \frac{\Lambda\varepsilon\Lambda^T}{\det(\Lambda)}, \\ \mu'_u &= \frac{\Lambda\mu\Lambda^T}{\det(\Lambda)},\end{aligned}\tag{1.3}$$

其中, $\Lambda_{ij} = \frac{\partial x'_i}{\partial x_j}$ 表示由初始坐标系到新坐标系的雅克比变换矩阵。新坐标系下的场量可以表示为: $E' = E/\Lambda^T$, $H' = H/\Lambda^T$ 。至此, 在初始空间 (x, y, z) 的基础上, 我们通过坐标变换得到了一个新空间 (u, v, w) 。理论上只需用满足公式 1.3 的材料代替新空间, 光在材料中的传播路线就会与新空间中的传播路线相同。因此, 只要在实验室制备出满足以上条件的材料, 就可以实现和新空间相同的光线传播。也就是说, 只要物理学家们设计和制备出满足弯曲时空各点属性的超构材料, 那么就能够超构材料中实现与弯曲时空中相同的电磁波传播。

基于上述变换理论, 可以得到隐身的方案。如图 1.2(a), 蓝色标记的部分表示空间发生扭曲的区域, 当光线通过该区域时, 不再沿直线传播, 而是沿着时空

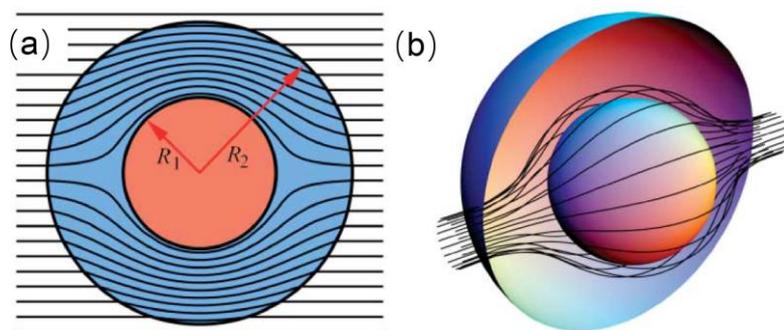


图 1.2 利用超构材料实现的隐身斗篷的示意图[8]: (a)二维隐身斗篷示意图。其中蓝色标记的部分弯曲时空部分, 橙色标记的部分表示隐身区域。 (b)三维隐身斗篷示意图。

扭曲的轨迹传播, 进而绕过橙色标记的部分, 当光线从蓝色标记的部分射出后, 仍然沿着与入射方向相同的方向传播。对于橙色标记空间内的物体, 整个过程与入射光线并没有发生任何相互作用, 因此该区域对于入射光线隐身。推广到三维空间的情况, 如果用满足公式(1.3)的材料替换蓝色标记的弯曲空间, 那么人们就能够实现如图 1.2(b) 所示的隐身区域。该器件被称为三维隐身斗篷, 其设计原理如下: 首先将一个半径为 R_2 的球形区域压缩为外径为 R_2 、内径为 R_1 的区域。设 r' , θ' , φ' 为变换后的新坐标系, 在球坐标系下, 变换前的空间和变换后的空间满足以下关系:

$$r' = \frac{R_2 - R_1}{R_2} r + R_1, \quad (1.4)$$

$$\theta' = \theta, \varphi' = \varphi.$$

根据变换光学理论，可以得到由初始坐标系 (r, θ, φ) 到新坐标系 (r', θ', φ') 的雅可比变换矩阵：

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \frac{R_2 - R_1}{R_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r(R_2 - R_1)}{R_2(r - R_1)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r(R_2 - R_1)}{R_2(r - R_1)} \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

其行列式可以写为：

$$\det(\Lambda) = \frac{r^2(R_2 - R_1)^3}{R_2^3(r - R_1)^2}, \quad (1.6)$$

因此，在新坐标系下，隐身球壳中的电磁参数需要满足：

$$\varepsilon' = \mu' = \begin{bmatrix} \frac{R_2}{R_2 - R_1} \left(\frac{r - R_1}{r} \right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R_2}{R_2 - R_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_2}{R_2 - R_1} \end{bmatrix}. \quad (1.7)$$

上式即为基于变换光学设计球形隐身斗篷的材料需要满足的电磁参数，从它们的张量形式可以看出，材料需要满足各向异性和不均匀性，这对于实际实验并非易事，特别是在高频波段（例如可见光、紫外等）。总的来说，由于超构材料的设计和制备普遍需要复杂的磁导率和介电常数分布，因此实际的实验实现具有一定的挑战性。而共形变换和准共形变换则降低了这个问题的难度，可以实现在非均匀的，各向同性的介质中设计有趣的光学器件。运用共形或准共形变换光学的方法，仅需要具有折射率梯度的各向同性电介质，就可以实现微波到光频率波段的新颖的光子器件，如地毯隐身斗篷，这展示了共形变换在多功能器件设计中的巨大优势。接下来，我们具体介绍共形变换光学理论，以及它用来实现隐身的设计原理。

1.2.2 共形变换光学

2006年,《Science》期刊在刊登 Pendry 教授的变换光学理论的同时 [8],也刊登了 Leonhardt 教授的共形变换光学理论 [9]。与变换光学从麦克斯韦方程组的协变性出发不同,共形变换光学来自亥姆霍兹(Helmholtz)方程在共形变换过程的不变性。共形变换也叫保角变换,是复分析和微分几何中的一个数学技术,用于将一个复平面映射到另一个复平面,同时保持局部角度。简单来说,它是一种在变换下保持小元素(例如无穷小圆)的形状和角度的映射。常见的共形变换有:线性共形变换(如平移、旋转、缩放和反演等)、分式线性变换(Mobius 变换)、解析函数变换(由解析函数构成的复函数,例如指数函数、对数函数、三角函数等)等。这些变换在复平面上的性质决定了它们在数学、物理学和工程学中具有广泛的应用,譬如可以广泛应用于电磁场理论、弹性力学理论、流体动力学等领域,本文重点考虑共形变换在电磁场理论中的应用。

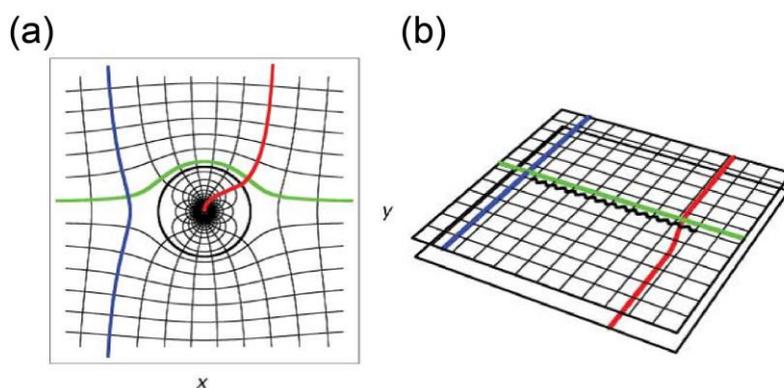


图 1.3 共形变换光学原理示意图[9]: (a) 对于空间 $z = x + iy$, 黑色的圆圈代表交割线, 红线、绿线和蓝线分别代表光线。其中, 红线代表的光线与黑圈代表的交割线相遇后, 进入到圆圈内。绿色和蓝色代表的光线没有与黑圈代表的交割线相遇, 仍然沿着原方向继续向前传播。(b) 对于空间 $w = u + iv$, 上下两个面表示黎曼面, 黑线代表交割线, 蓝线、绿线和红线分别代表光线。其中, 蓝线和绿线代表的光线没有与黑线代表的交割线相遇, 在上黎曼面内传播。红色代表的光线与黑线代表的交割线相遇后, 由上黎曼面进入到下黎曼面。

如图 1.3 所示, 在一个各向同性的介质中, 共形变换将一个解析函数 $w = f(z)$ 从 $z = x + iy$ 空间的点映射到 $w = u + iv$ 空间, 也就是从图 1.3(a)变换到图 1.3(b)。考虑在二维 (x, y) 平面中电磁波的传播, 介质折射率分布可表示为 $n = n(x, y)$ 。对

于横电场波 (Transverse Electric, TE), 在上述平面内传播满足的亥姆霍兹方程可以表示为:

$$\left(\nabla_z^2 + \frac{w^2}{c^2} n_z^2\right) E = 0. \quad (1.8)$$

根据共形变换理论, 可知:

$$f'(z) = \frac{dw}{dz} = \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} - i \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (1.9)$$

而在虚拟空间 $w = \mu + iv$ 中, $\mu = \mu(x, y)$, $v = v(x, y)$, 分别为 (x, y) 坐标的函数。根据柯西黎曼条件 (Cauchy-Riemann, C-R 条件) 可知

$$d\mu = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy, \quad (1.10a)$$

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy, \quad (1.10b)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial u}{\partial y}\right) \left(\frac{\partial}{\partial u} + i \frac{\partial}{\partial v}\right), \quad (1.10c)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y}\right) \left(\frac{\partial}{\partial u} - i \frac{\partial}{\partial v}\right), \quad (1.10d)$$

因此

$$\nabla_z^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \right] \left(\frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2}\right). \quad (1.11)$$

同理, 在虚拟空间 $w = u + iv$ 中, $\nabla_w^2 = \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{\partial^2}{\partial v^2}$, 根据微分链式理论

$$\left|\frac{dw}{dz}\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2}, \quad (1.12)$$

将公式(1.11)和(1.12)带入公式(1.8), 化简后可得:

$$\left(\nabla_w^2 + \frac{w^2}{c^2} n_w^2\right) \psi = 0, \quad (1.13)$$

公式(1.13)表示由新的笛卡尔系替换旧的笛卡尔系后, 在 w 空间的亥姆霍兹方程, n_w 表示相应空间的折射率分布。 w 空间中的折射率与 z 空间的折射率满足以下公式,

$$n_w = n_z \left| \frac{dw}{dz} \right|, \quad n_z = n_w \left| \frac{dz}{dw} \right|. \quad (1.14)$$

此外，根据费马原理可知，光线的传播总是沿着时间最短的路径 [38,39]。光程的线元可以表示为：

$$dl^2 = n_z^2(dx^2 + dy^2) = n_z^2 dz^2 = n_w^2 dw^2. \quad (1.15)$$

由公式(1.15)可知，费马原理在折射率分布不同的原物理空间和变换后的虚拟空间中都成立。也就是说，共形变换方法并没有改变光线在虚拟空间和物理空间中的传播行为。因此，通过该方法可以设计所需情形下的介质折射率分布，从而控制光线的传播。

例如在图 1.3 中 [9], Leonhardt 教授用于联系物理空间 z 和虚拟空间 w 的映射为：

$$w = z + a^2/z, \quad (1.16)$$

$$z = 1/2(w \pm \sqrt{w^2 - 4a^2}),$$

其中， a 为常数，表示空间的拉伸度。经过公式(1.16)的变换，将物理空间 z 平面上半径为 a 的黑色圆圈映射到了虚拟空间的弯折线段。根据共形变换光学理论和公式(1.16)给出的变换，那么物理空间中折射率分布可以表示为 $n_z = n_w |1 - a^2/z^2|$ 。如图 1.3 所示，黑色圆圈外的空间映射到虚拟空间中的带网格的黎曼面，黑色圆圈内的空间映射到虚拟空间中的另一个黎曼面。在图 1.3(a)黑色圆圈以外空间传播的光线（蓝色光线和绿色光线）绕过圆圈边界，然后沿着原来的方向向前继续传播。这在图 1.3(b)空间中看起来就是光线仍然保持在原有的黎曼面内传播。而图 1.3(a)中穿过黑色圆圈的红线，趋于圆心中奇点，在图 1.3(b)中看起来就是红色代表的光线从上黎曼面通过黑线代表的交割线进入到了下面的黎曼面

传播。总的来说，物理空间中观测到的光线会被折射率奇点所吸引，但是并不会完全不可见，而是投影出一定的阴影，因此无法做到完全隐身。

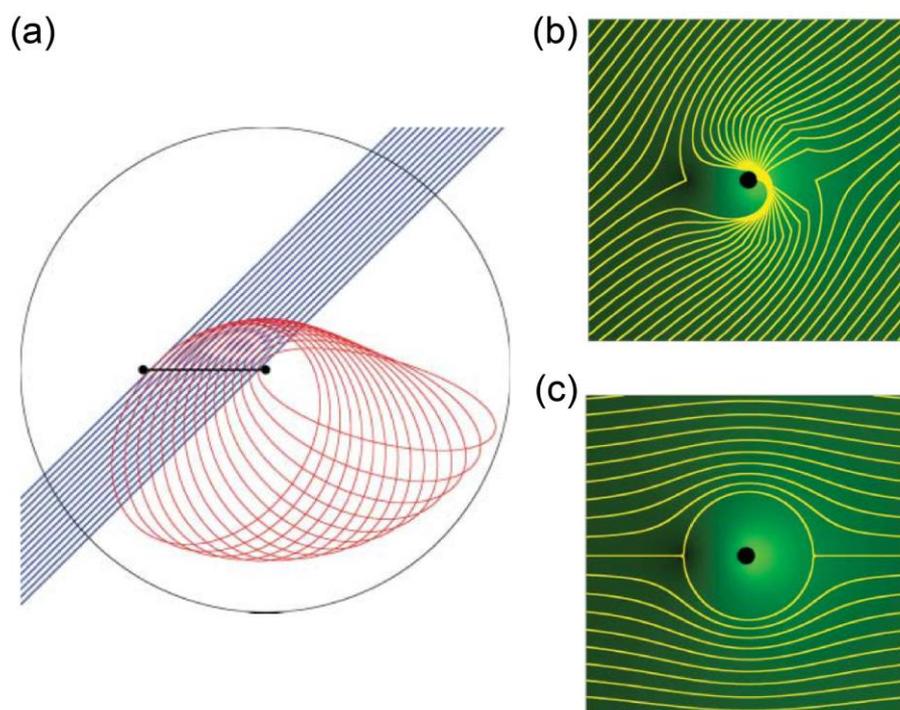


图 1.4 隐身斗篷原理图[9]: (a) 虚拟空间中光的传播。蓝线表示光在上黎曼面的传播轨迹，黑线表示分割线，红线表示光在下黎曼面的传播轨迹。(b) 光线斜入射到隐身斗篷。(c) 光线水平入射到隐身斗篷。

根据共形变换光学，为了达到相应的隐身功能，需要做的是将光线从黑色圆圈的内部区域再引导到外部区域。即入射光首先沿红线传播到圆圈内部，然后重新再传播到圆圈外部，并且传播方向与入射方向相同。因此，黑色圆圈内部需要满足特殊的折射率分布，从而在虚拟空间中有一个势能使得光的传播轨迹闭合。如图 1.4 所示，其中图(a)表示光线在虚拟空间中的传播，由于上黎曼面的折射率满足均匀分布，所以光沿着图中蓝色线所示方向线性传播。当蓝色代表的光线触碰到分割线后，光线将会进入到下方黎曼面。由于黑色圆圈内部的折射率满足特殊的分布，光线将会再次触碰到分割线然后回到上方黎曼面，并且光线的传播方向与入射方向一致，从而实现全方向的隐身斗篷。根据文献[9]，有两种势能满足要求：谐振子势能(Hooke)和开普勒势能(Kepler)。其中在黎曼面上，谐振子势能对应 Luneburg 透镜，开普勒势能对应于 Eaton 透镜。根据共形变换光学，下方黎曼面中折射率分布满足：

$$n_w^2 = \begin{cases} 1 - \frac{|w - w_1|^2}{r_0^2} & (\text{Hooke}) \\ \frac{r_0}{|w - w_1|} - 1 & (\text{Kepler}) \end{cases}, \quad (1.17)$$

这里, $r_0 = 8a$, w_1 为右支割点 $(2a, 0)$ 。如图 1.4(b)和图 1.4(c)所示, 以 kepler 势能下的折射率分布为例, 经过共形变换, 图(a)空间变换到图(b)和图(c)空间, 其中黑色圆对应于图(a)空间中下黎曼面上黑色圆圈外部的区域, 由于光线在下黎曼面的传播轨迹是闭合的椭圆, 光线无法传播到黑色圆圈以外的区域, 因此图(b)和图(c)空间中黑色的圆表示该区域内部都是隐身的。当光线入射到上述隐身衣后, 光线不会进入黑色圆的内部, 而是绕过该区域并最终沿着入射的方向继续传播。因此, 对于黑色圆内部的物体, 它们完全没有与入射光线发生接触。所以, 该区域的物体对于外部的观察者是隐身的。以上便是通过共形变换光学实现各种隐身斗篷的特例, 可以看到, 实际所需的折射率分布是各向同性的和非均匀的。这为共形变换光学设计其他光学器件打下了理论基础。

在这一小节, 我们详细介绍了两种研究共形变换的方法[8,9]。一方面, 它们都基于坐标变换下方程的协变性。另一方面, 两种方法也存在不同。Pendry 等人的方法[8]需要使用各向异性和非均匀的材料, 即适用于二维器件的设计也适用于三维器件的设计。而 Leonhardt 等人的方法[9]需要使用各向同性和非均匀的材料, 该方法更适用于二维器件的设计。

1.3 变换光学在线性光学中的应用

1.3.1 设计光学元件

随着理论方案的提出和实验条件的改善, 在过去的十多年里, 变换光学领域取得了巨大的进步, 大量优秀的成果被报道。首先, 根据变换光学理论, 人们设计得到了很多功能奇特的器件。最著名的就是具有隐身功能的器件。我们在上一节已经详细介绍了由 Pendry 等人提出的隐身斗篷的设计方案。具体来说, 当入射的电磁波进入目标器件后, 电磁波会被有针对性的引导, 从而绕过需要隐身的区域。当电磁波离开目标器件时, 其传播方向与入射方向一致。因为入射电磁波

没有与隐身区域内的物体进行相互作用,所以该区域内的物体不会被外界所察觉。由于变换光学理论对电磁波频率波段没有限制,因此根据这一理论可以实现不同波段的电磁隐身。

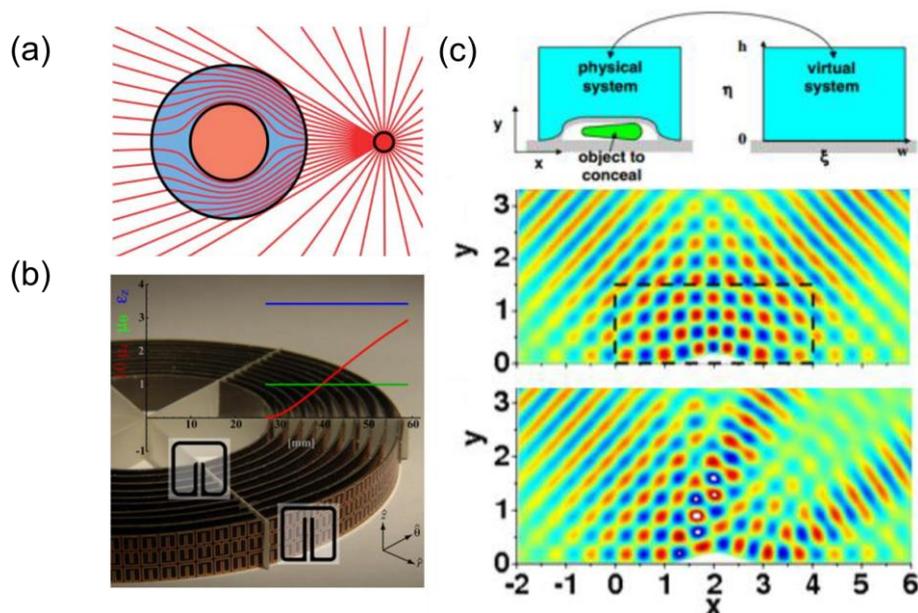


图 1.5 不同隐身器件的示意图。(a)光隔离隐身衣。入射光进入隐身器件后其传播方向被引导,绕过隐身部分。当光束离开隐身器件时,其传播方向仍然与入射方向一致[8]。(b)周期性金属开口环实现 10GHz 附近电磁波的隐身方案,图中为实际样品图。(c)地毯隐身衣[53]。如左图所示,将需要隐身的目标置于地毯隐身衣下面。由于地毯隐身衣的存在,如右图所示,外界看到的放置隐身目标的地面仍然是平坦的。

例如,2006年,实验物理学家们首次在微波波段实现了这种隔离型的隐身斗篷[58]。次年,南京大学的冯一军等人在实验室基于非磁材料观测到了隐身现象[59]。隔离型隐身器件的实质是通过阻断探测粒子和被探测目标接触实现隐身的效果,对于被探测目标的属性和状态没有要求。这一方面极大的增加了隐身目标的范围,另一方面又将导致隔离型隐身器件存在一定的局限性。因为在隐身区域内,隐身目标完全与外界隔离,这同样将导致隐身目标无法与外界进行信息交换[60]。

基于变换光学设计的隐身斗篷还可以借助于互补介质的概念以及空间折叠变换,从而消除散射[61]。这类消除散射型的隐身斗篷[61-63]的优点在于,隐身

目标在隐身区域内可以获得外界传递的信息。其缺点是，隐身器件对于隐身目标的状态和属性都有要求。当隐身目标的形状或者电磁属性发生变化时，隐身器件将失去隐身效果。因此，只有特定的目标才能被隐身，这极大的限制了这类隐身器件的适用范围。

2014年，Sun等人报告了一个新型的隐身器件——散射重叠型的隐身斗篷[64]。其原理是，在隐身器件内放置一个散射较强的物体，而需要被隐身的目标置于该物体旁边。隐身目标的散射强度远低于其周围的物体。因此，当隐身目标的散射与其周围的强散射重叠后，隐身目标发出的弱散射将可以忽略不计，从而达到隐身的目地。散射重叠型隐身器件几乎同时具备了隔离型隐身器件和消除色散型隐身器件的两大优点：第一，被隐身的目标能够接收外界的信息。第二，隐身器件对于隐身目标的状态和属性没有过多要求。但是，这种隐身器件是存在漏洞的，虽然隐身目标的散射远低于其周围的散射，但是仍然客观存在。理论上，外界观察者能够观测到微弱的扰动。

地毯隐身衣是另一种新型的隐身器件[65, 66]。如图 1.5(c)所示，将需要隐身的目标放置于地毯隐身衣下，由于地毯隐身衣的存在，外界观察者不仅看不到隐身目标，而且放置隐身目标的地面在外界观察者看来也是平坦的，从而实现对隐身目标的隐身效果。地毯隐身器件的核心问题是通过变换光学方法制备出覆盖隐身目标的地毯，这种地毯要保证弯曲的地面在外界观察者看来像平坦的一样。地毯隐身衣已经在实验上得到了证明[11, 12, 14, 67-69]。例如，2009年，崔铁军教授等人使用超材料设计和制备出了地毯隐身衣，该隐身衣能够在微波波段实现隐身效果[11]。同年，张翔教授等人基于硅波导在近红外波段实现了类似的结果[14]。次年，Ergin等人将地毯隐身衣推广到了三维空间，实现了可视角度高达 60° 的隐身效果 [67]。

变换光学方法除了设计和制备各种类型的隐身衣[58-71]，还可以实现一些新奇的光学现象。2009年，Yang等人发现，通过特定规律制备的光学器件能够表现出幻视的性能[72]。这些器件可以改变目标物体的散射场，使得目标物体的散射场表现的像其它的与目标物体完全不同的物体。如图 1.6 (a)所示，实际目标是一个男人，但是通过这类光学器件后的散射场表现的却是一个女人。也就是说，

这类光学器件可以实现幻视的目的地。在 Yang 等人的工作中，他们引入了两个概念：补偿介质和恢复介质。补偿介质用来抵消实际物体的散射，而恢复介质用来呈现幻视物体的散射。如图 1.6 (b)所示，他们通过补偿介质消除了勺子的散射，又通过恢复介质呈现了杯子的散射，使得实际物体勺子展现出了幻视的形状——杯子。此外，当幻觉装置附在墙壁上时，可以制造出一个虚假的孔洞，如图 1.6(c)

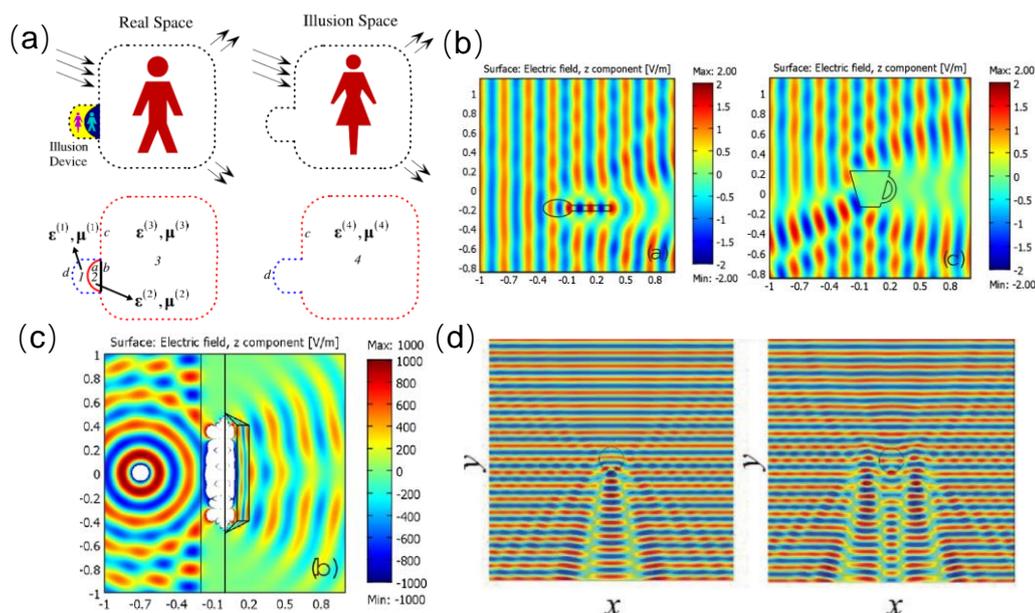


图 1.6 变换光学实现幻觉 [72]。(a) 幻觉装置的工作原理图，通过不同区域中介质的设计，实现将物理空间中的男性转换为女性；(b) 左：自由空间一个勺子的散射场；右：自由空间一个杯子的散射场；(c) 幻觉装置附在墙壁上时，可以制造出一个虚假的孔洞，电磁辐射可以穿越墙壁达到右侧，从而使人们可以在选定的频率下透过墙壁看到外面的景象；(d) 变换光学设计的幻视装置可以将一个圆的散射场变换成两个圆的形式[73]。

所示。具体的原理是，在安装光学器件的位置能够允许电磁辐射穿越墙壁达到另一侧，从而使人们可以在选定的频率下透过墙壁看到另一侧的景象，如同墙壁上存在一个孔洞一样。2010 年，崔铁军教授的团队通过超材料实现了双幻视的效果，也就是说，一个目标物体可以幻视出两个完全不同的物体[73]。如图 1.6 (d)所示，崔铁军教授的团队实现了将一个圆的散射场幻视出两个圆的效果。

变换光学的应用远远不止以上内容，接下来本文继续介绍变换光学的其它应用。2007 年，陈子亭等人基于变换光学方法提出了一种器件，该器件可以改变目

标物体呈现给外界的信息[74]。譬如，目标物体放置的角度。其原理是对电磁波进行了旋转变换。2009年，这一思想首先在微波波段被实验实现[75]。之后的2013年，Zang 等人在太赫兹波段也实现了这种器件，他们进一步指出，这种电磁波旋转器件可以应用于天线设计领域[76]。此外，变换光学还可以应用于电磁集中器[77,78]、光学分束器[28,79]、以及超透镜[80-82]的设计，改变目标物体的散射强度[85-87]，调控电磁波等领域[88, 89]。

1.3.2 弯曲时空效应的模拟

变换光学方法除了被用于设计各种特殊功能的光学器件，也可以将坐标变换属性与弯曲时空度规对应，从而模拟弯曲时空效应。根据广义相对论，时空由张量场描述。在弯曲时空中光子沿弯曲的路径传播，而在非均匀介质中光线也会有特定的弯曲。光子在按照特定张量场设计的微纳结构材料中会沿着预设的路径传播。无论是2015年LIGO首次成功地探测到了双黑洞合并产生的引力波信号[90]，还是2019年史上首张黑洞照片的拍摄[91-93]，都有力的证明了爱因斯坦广义相对论的正确性。根据广义相对论的预言，光在弯曲空间中的传播会发生弯曲。这一预言早在上世纪就被英国天文学家爱丁顿证实，爱丁顿观察到星光经过太阳附近会发生一定的偏转现象。类似地，如果太阳周围的区域存在特定折射率的介质，光线偏转在平直空间中也会发生[94]。1923年，Gordon研究了弯曲时空与折射率的关系，并提出了光学度规[95]。1960年，Plebanski进一步给出了弯曲时空的等效本构关系[96]：

$$\begin{aligned}\varepsilon = \mu &= -\frac{\sqrt{-g}}{g_{00}}g^{ij}, \\ \gamma &= -\varepsilon_{ijk}\frac{g_{0j}}{g_{00}},\end{aligned}\tag{1.18}$$

公式(1.18)意味着利用特定折射率分布的介质可以在平直空间中模拟弯曲时空中的光线偏折。2006年，Leonhardt等人提出了一种新的理论，他们主张在设计光学器件时引入相对论理论，在介电常数和时空度规之间建立联系[97]。按照广义相对论中的张量变换规则，可以得出如下“坐标变换”：

$$g_{\mu' \nu'} = \frac{\partial x^\mu}{\partial x^{\mu'}} \frac{\partial x^\nu}{\partial x^{\nu'}} g_{\mu \nu} , \quad (1.19)$$

利用公式(1.18)得到的介电张量，人们能够通过不同的坐标变换设计出性能各异的电磁材料来模拟弯曲时空。

基于这一理论，很多弯曲时空效应得以在实验室中被观测到[98-107]，譬如黑洞对光束的吸引 [98]、虫洞结构 [99-101]、爱因斯坦环 [104]等。这类应用可以使人们利用较少的成本研究和预测不同类型的弯曲时空效应。例如，2009 年就已经有研究团队利用光学介质分别模拟了复杂的引力场和黑洞[22,98]，并且实

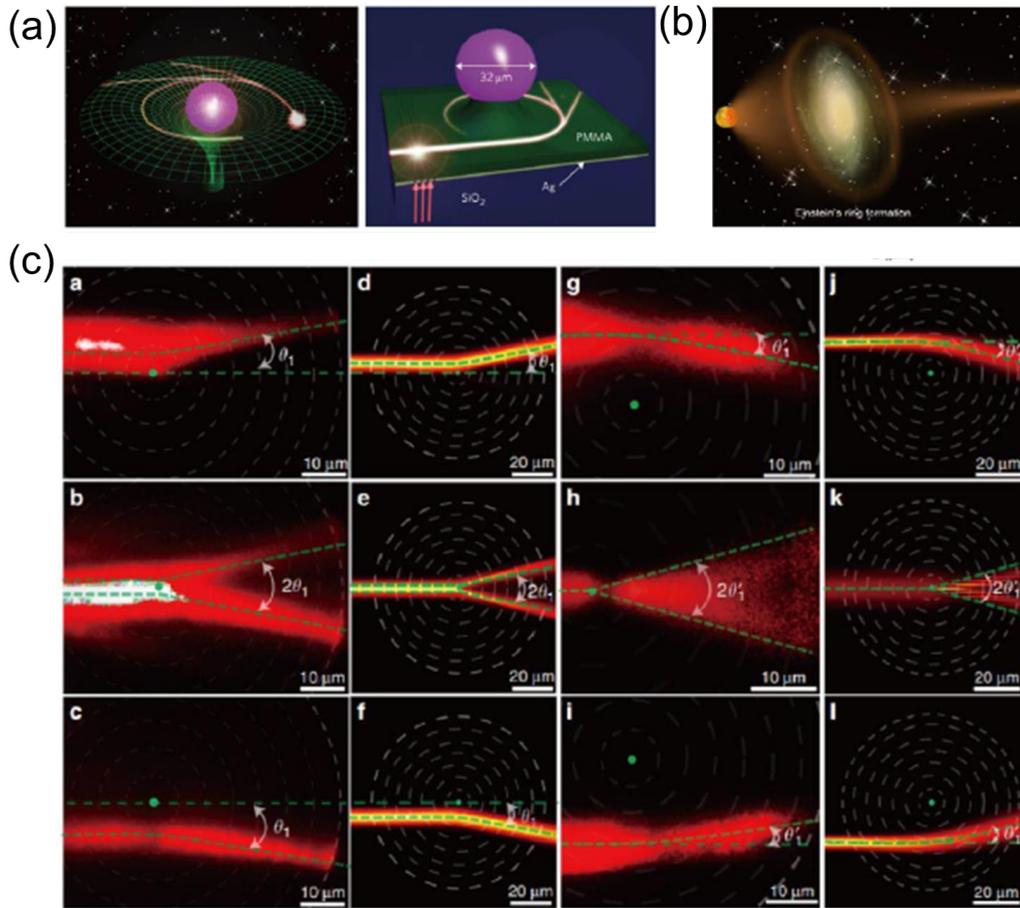


图 1.7 (a)可见光波段的光学黑洞示意图[24]。(b)爱因斯坦环[104]。(c)宇宙弦的模拟结果。当光线靠近正负拓扑缺陷时，光线将发生汇聚和发散[105]。

现了光线吸收器的功能，比拍摄到真实的黑洞提前了 10 年。2010 年，崔铁军教授等人利用超材料模拟了电磁黑洞，演示了电磁黑洞对于微波的吸收和囚禁[23]。

在他们的工作中，电磁黑洞对于微波波段的吸收率达到了 99%。2013 年，南京大学刘辉教授团队基于表面张力效应设计和制备出了与黑洞度规相符合的折射率分布，从而模拟了光学黑洞，实验演示了黑洞对于光束的捕获和吸收[24]。如图 1.7(a)所示，将直径为 $32\ \mu\text{m}$ 的微球置于平面直波导上，由于表面张力效应，球周围介质的厚度发生改变，介质折射率的分布与黑洞度规相符合。当光束进入“黑洞”视界后，光束将被捕获和吸收。之后，该团队又实现了对于爱因斯坦环的模拟演示[104]。爱因斯坦环是广义相对论预言的一种弯曲时空效应，具体来说，当光线经过大质量天体附近时，光线的传播方向将发生偏折，并在天体周围形成一个环，如图 1.7(b)所示。图 1.7(c)展示了该团队模拟宇宙弦缺陷的结果，可以看到，当光线靠近正的拓扑缺陷时，光线将会汇聚。当光线靠近负的拓扑缺陷时，光线将会发散[105]。

变换光学不仅可以用于模拟空间弯曲，还可以用于宇宙演化过程中时间维度

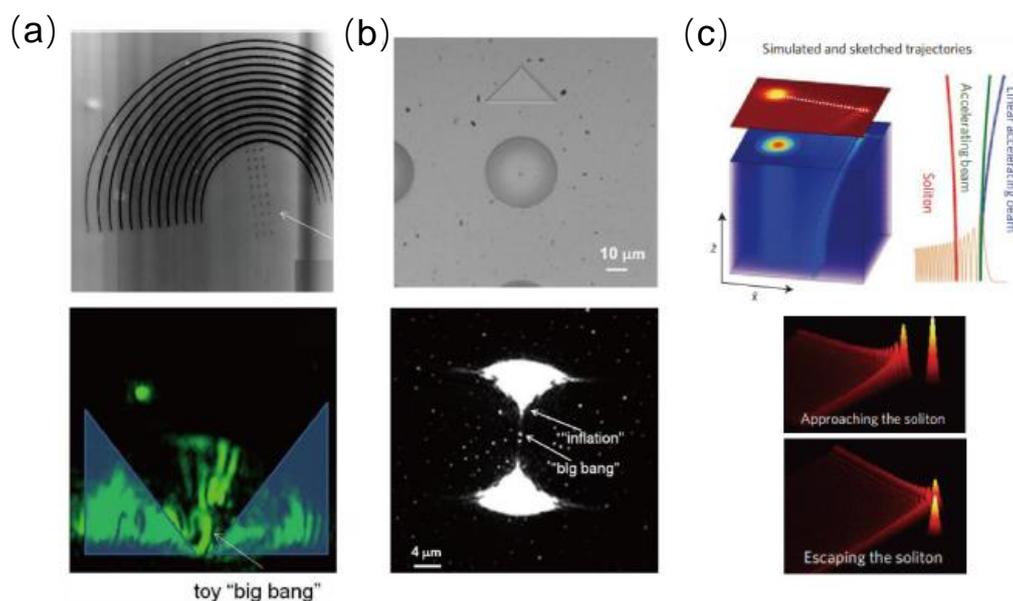


图 1.8 (a) 模拟宇宙大爆炸的样品和测试结果[95]。(b)模拟宇宙膨胀的样品和测试结果[96]。(c)模拟引力红移效应的原理图和测试结果[100]。

的模拟。2011 年，Smolyaninov 等人提出将时间类比到空间坐标上的思想，在三维空间中模拟和演示物质的世界线行为。如图 1.8(a)所示，他们利用超材料设计并获得了特定分布的负介电参数，模拟演示了大爆炸宇宙模型[103]。2012 年，通过对双曲超材料的介电参量分布进行一定修改，Smolyaninov 等人将该思想拓

展到宇宙加速膨胀模型中,在实验上模拟演示了宇宙暴胀模型,如图 1.8(b)所示。另外,2015 年,Segev 团队研究了广义相对论中的非线性动力学 [107]。他们利用了数学上描述量子波包的引力自相互作用的 Newton-Schrödinger 模型,通过创建波包和大质量恒星的引力势之间的相互作用来模拟引力现象,观察引力透镜,潮汐力以及引力红移和蓝移。这些波包在它们自己诱导的弯曲空间中相互作用,表现出复杂的非线性动力学,这是由衍射、干涉和模拟引力效应之间的相互作用引起的,如图 1.8(c)所示。

在上述研究中,超材料的特殊光学属性为研究内容的展开提供了可能,使得

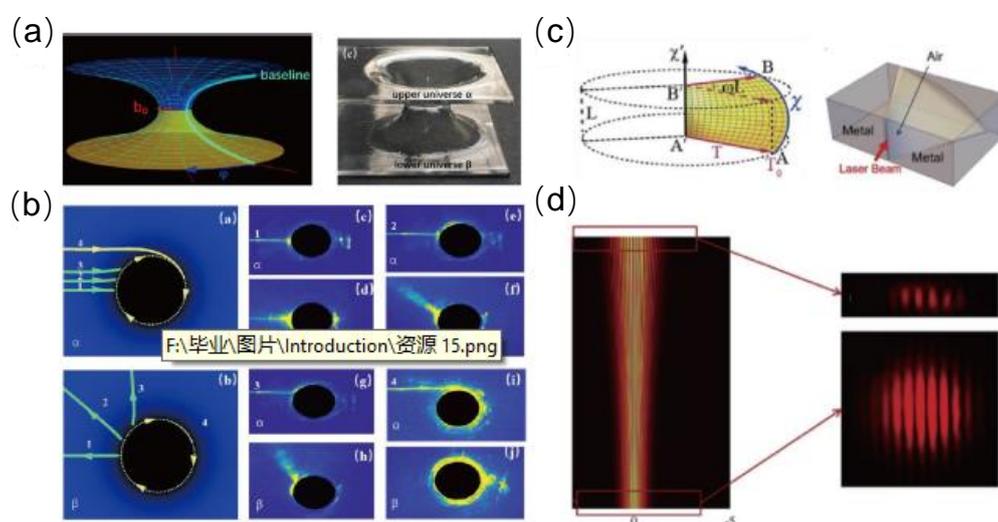


图 1.9 (a) MT 虫洞示意图[107]; (b)光线穿越“MT 虫洞”的观测结果 [107]; (c)模拟 FRW 度规的示意图 [108]; (d)高斯波包的发生红移的观测结果 [108]

研究人员能够获得特定折射率分布的器件。遗憾的是,超材料可以提供的折射率变化范围相对较小,不能够应用于对折射率变化较大的研究内容,譬如强引力场效应。而曲面光学为这一领域的研究提供了可能,研究人员能够基于曲面光学获得更大范围的折射率变化。2008 年, Batz 等人提出光线在不同曲率半径的曲面上的演化存在差异[109]。在正高斯曲率半径的曲面上,光线会发生汇聚行为。在负高斯曲率半径的曲面上,光线会发生发散行为。2010 年,他们在实验上演示了上述行为[110]。2015 年,他们又分别在正高斯曲率半径的曲面和负高斯曲率半径的曲面上完成了 HBT 实验,得到了光在不同曲率半径的曲面上的相干结果

[111]。之后，Segev 等人又在曲率半径不为零的曲面上先后研究了光的隧穿现象和波包加速行为[112,113]。基于以上研究结果可以发现，光线在曲面上的行为与在弯曲时空中的行为类似，也就是说，人们可以通过曲面光学来类比研究光线在弯曲时空中的行为，模拟弯曲时空效应。

接下来本文介绍一种用曲面光学类比研究弯曲时空的方法——度规嵌入法。

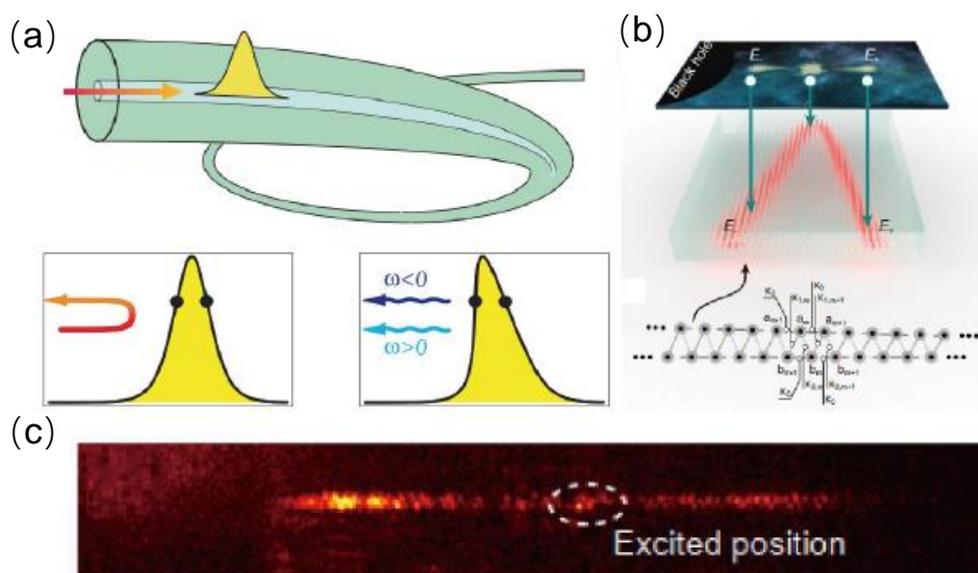


图 1.10(a) 光学视界附近的红移和蓝移[109]；(b) 模拟视界附近粒子对产生的示意图[113]；(c) 视界附近单光子波包的演化行为。单个波包在“黑洞视界”附近分裂成了两部分，并且这两部分演化的方向和速率都不相同 [113]。

该方法的核心内容是将四维时空中的度规映射到一个二维曲面上，从而通过二维曲面来模拟四维弯曲时空中的相对论效应。2020 年，南京大学刘辉老师团队基于该理论在曲面波导上类比得到了 MT (Morris-Thorne) 虫洞度规，并实验演示了光线穿越“虫洞”的行为[114]。如图 1.9(a)所示，虫洞的两端连接着两个宇宙，一个宇宙的光线可以通过虫洞到达另一个宇宙。在具体的工作中，当他们将光线耦合进上面的波导（类比虫洞上端连接的宇宙）后，他们在实验上观测到光线成功通过“虫洞”到达了下面的波导（类比虫洞下端连接的宇宙），如图 1.9(b)所示。同一年，该团队还类比得到了 FRW (Friedmann-Robertson-Walker) 度规，并在该度规下演示了高斯波包的引力红移行为[115]。图 1.9(d)给出了他们的实验结果，可以看到，随着波包在样品中传播，花瓣之间的间隔明显变大，也就是说，波包

发生了红移。

除了研究弯曲时空中的经典效应，变换光学也可以用于弯曲时空中量子效应

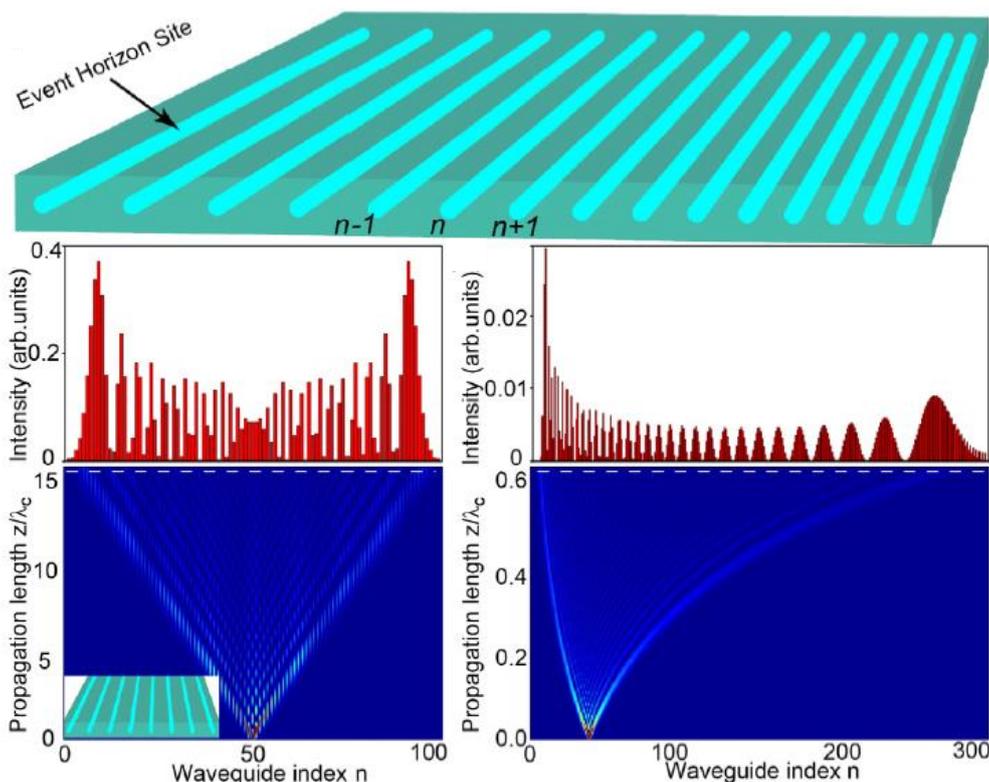


图 1.11 基于变换光学设计的波导阵列中的单光子量子行走。均匀波导阵列（左）和非均匀波导阵列（右）分别对应于平直时空和非惯性的 Rindler 时空。

的研究，这为量子力学与广义相对论的交叉研究提供了很好的参考。2008 年，Philbin 等人基于非线性克尔效应模拟了视界事件。他们首先通过高频率脉冲诱导介质的折射率发生变化，再使用低频率光束进行探测，当低频率光束相对高频率脉冲相对静止时，前者受后者克尔效应的影响将产生一个光学视界[116]。如图 1.10(a)所示，他们还推演了该视界周围的引力红移等相对论效应。2019 年，他们在实验上观测到了该理论的预期结果[117]。同一年，南京大学的刘辉老师团队通过波导阵列模拟演示了费米子在视界附近的一系列行为，包括加速行为和量子行为等，1.10(b)给出了他们的实验示意图。图 1.10(c)是他们记录的单光子波包的演化行为，可以看到，单个波包在视界附近分裂成了两部分，并且这两部分演化的方向和速率都不相同，这一现象与真实视界附近产生的正负粒子对的演化行为非常类似[118]。此外，该团队还利用非均匀波导阵列中的单光子行走，理论上分析

了 Rindler 时空和平直时空中纠缠光子对的演化，如图 1.11 所示 [119]。除了光学系统，Steinhauer 等人还分别在声学系统和玻色-爱因斯坦凝聚体(BEC)研究了相对论效应。特别是基于玻色-爱因斯坦凝聚体的工作，他们直接测量了模拟出的 Hawking 温度。

1.3.3 片上光子器件的设计

近年来，随着光通信领域的不断发展，集成光子学在各类片上光子器件方面的研究备受瞩目。集成光子学的研究目标主要是得到更加紧凑的小型片上光子器件，并将不同功能的光学元件密集地集成到同一块光子芯片上。由于变换光学具有可以自由调控电磁波的优势，我们可以通过在片上设计具有平面梯度折射率的功能器件，就能够在片上调控光场传播，实现超紧凑的片上多功能器件，例如光场准直器、“黑洞”吸收器、无反射分光器、偏振转换器、不同种类的平面透镜等等 [120-123]，如图 1.12 所示。在以往的研究中，人们通过变换光学方法制备

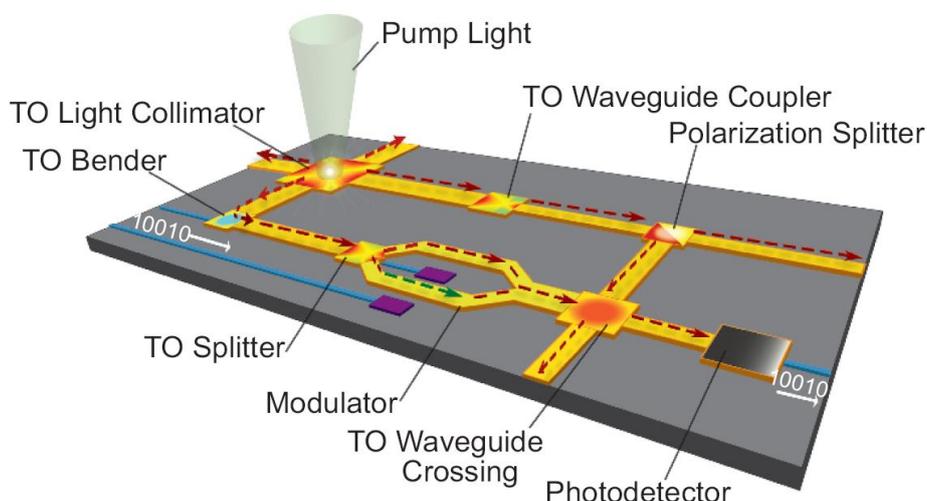


图 1.12 由各种变换光学器件组成的集成光子芯片展示。红色箭头表示光的传播方向，通过基于共形变换设计的光子器件实现复杂的控制。

了很多具有特定功能的器件，获得这些器件的过程除了使用变换光学方法外往往需要特殊的材料，这些材料通常需要具有强烈的各向异性和空间非均匀性等特征，实际实现非常具有挑战性。幸运的是，共形变换技术通过消除了这些强烈的各向异性限制，为片上光子器件的设计提供了一种更为有效的方法[9]。

接下来,本文具体介绍共形变换光学方法在设计片上光子器件时所具有的独特优势。第一,相较于嵌入式变换光学方法,共形变换方法更适合应用于二维空间的变换,能够更灵活地调控光学器件的性能。第二,由于制备器件的材料仅包含非磁性介电材料,使得共形变换方法的制造工艺更加简化。第三,由于制造工艺更加简化,因此共形变换方法具有损耗低、效率高、器件稳定性好的优点。第四,由于其渐变的材料性质,相应器件的工作频带范围更宽。

2010年,张翔课题组提出利用共形变换光学的方法,实现了同时兼具透镜和光束移位器功能的单一光学“雅努斯”器件 [124],是实现紧凑和高速光子系统的关键组成部分。共形变换光学可以通过定义二维平面中的介电常数独立操控空间中的不同方向,从而将多个不同的光学功能集合到单一光学器件中。图 1.13(a)展示了光束通过透镜和光束移位器后的电磁场图。结果显示,当光束由不

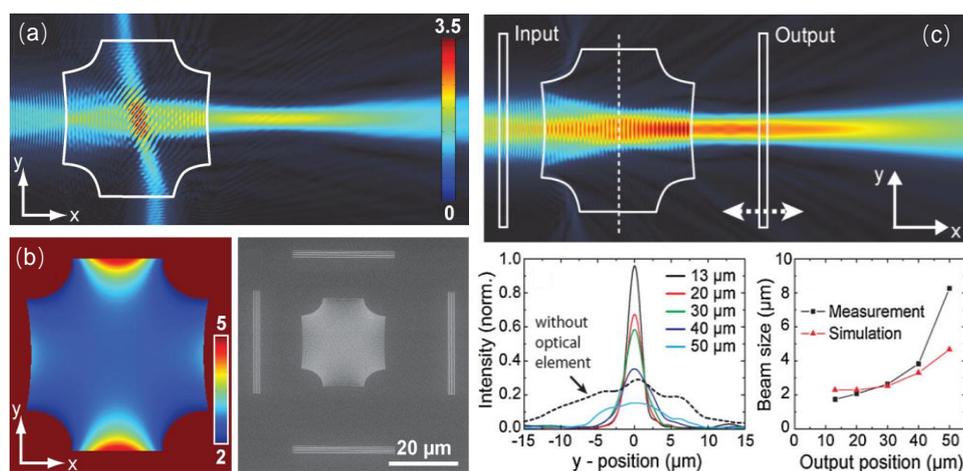


图 1.13 (a)同时实现水平方向透镜和垂直方向光束位移器的光学器件,白色线条标记区域为变换折射率区域;(b)变换后的介电常数分布(左),和器件的扫描电子显微镜图像,器件周围为耦合光栅;(c)对该器件在不同位置耦出光栅测试的结果,右下角图中为光斑测试结果(黑色)与仿真值(红色)相比较。

同的方向通过器件后聚焦的位置并不相同。图 1.13(b)是器件的折射率分布和扫描电子显微图片。图 1.13(c)展示了该器件更详细的分析,通过在器件不同距离处加工耦出光栅以测试光束,测试结果用高斯拟合,从而提取了焦距区域的光束尺寸,并将其与数值计算得到的结果进行了比较。测试结果显示焦斑尺寸约为 2 微米,这表明光束尺寸减小为入射尺寸的六分之一。这种变换光学的实现可以将光

子元件的高效率 and 低损耗的优点与半导体材料的高集成度的优点结合起来。

2012 年，为了得到紧凑的、性能优良的片上光子器件，实现同时集成多种不同的光学元件的目标，一种集成光子芯片方案被提出[120]。如图 1.14 所以，

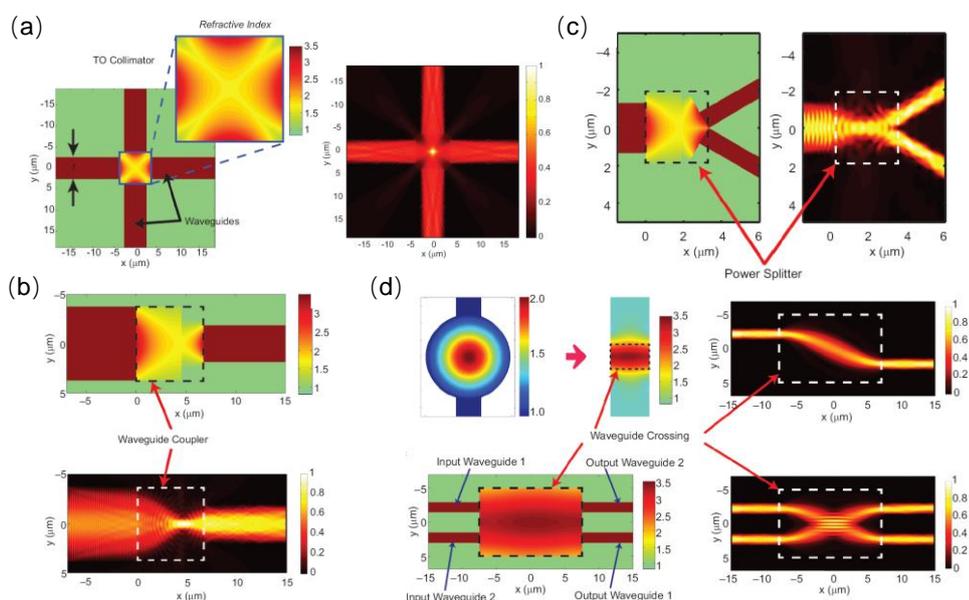


图 1.14 通过共形变换设计的各种功能片上光子器件。(a)变换光学准直器；(b)不同宽度波导的连接器；(c)能量分束器；(d)波导交叉器件。

该方案使用共形变换方法在芯片上实现了多种功能的光学元件。与传统的光学器件相比，集成光子芯片具有体积小、效率高、便于调控等优点。图 1.14 (a)展示了一个连接四个硅波导的光学准直器。基于几何变换，从该准直器的每个表面发出的波具有等相位面，这些面产生垂直于表面的准直光束。当连接到其准直表面上的硅波导时，该变换光学组件有效地将设备中心的点光源发出的光耦合到每个波导中。可以通过控制变换域的几何形状和尺寸来调节设备边缘处的最高折射率。因此，通过设计变换，使硅波导和准直器的折射率在边界处最大程度的相匹配，尽可能的将反射降到最低。另外，波导耦合器可以通过转换导模连接不同尺寸的波导，但是传统耦合器需要较长的绝热变化才能达到较低损耗的耦合。图 1.14 (b)中，通过几何变换设计的变换光学耦合器，可以在极小的尺寸下使得耦入耦出端与波导尺寸和折射率匹配。当光通过该器件时可以平稳地耦合，耦合效率高达 95%。

集成光子学的重要组成部分还包括波导能量分束器和波导交叉。能量分束器

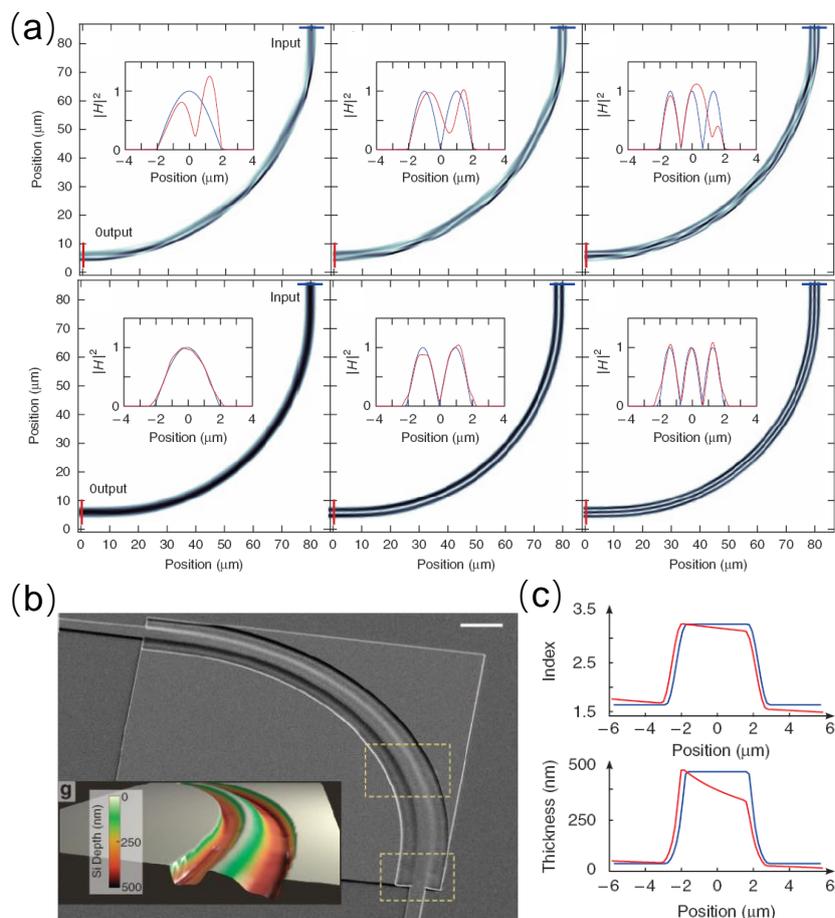


图 1.15 基于共形变换设计的低串扰的多模弯曲波导。(a) 传统多模弯曲波导中的前三个模式光场的传输变化（上），和基于共形变换的低串扰多模弯曲波导中的模式传输对比；(b) 共形变换弯曲波导的扫描电子显微镜照片和原子力扫描三维成像；(c) 共形变换弯曲波导中端点（蓝色）和中心（红色）处的折射率分布和截面厚度[126]。

可以将一个波导中的能量均匀地输出到两个分开的波导中，传统 Y 型或多模干涉器通常占据较大面积或者仅有有限带宽。图 1.14 (c) 中展示的变换光学分束器，由于折射率匹配，可以将能量有效分配到输出波导中。波导交叉允许波导承载的光信号在有限空间内布线和互联，从而提高光子器件的集成密度。为了减轻光波导交叉点的插入损耗和串扰，需要使用共振器或模式扩展型交叉器件。通过应用共形变换光学方法来设计具有渐变折射率截面的新型波导交叉器件，可以在整个变换介质中引导光的传播。因此，可以实现紧凑型交叉器件，并且在宽带范围内工作。图 1.14 (d) 展示了能够弯曲和偏移光束的变换光学器件。通过连接该器件与

一组输入和输出波导来演示交叉功能,该器件可以同时处理两个或多个光束的渐变折射率元件。

虽然光纤在光通信系统中可以实现多模传输,但是集成波导器件很难在片上

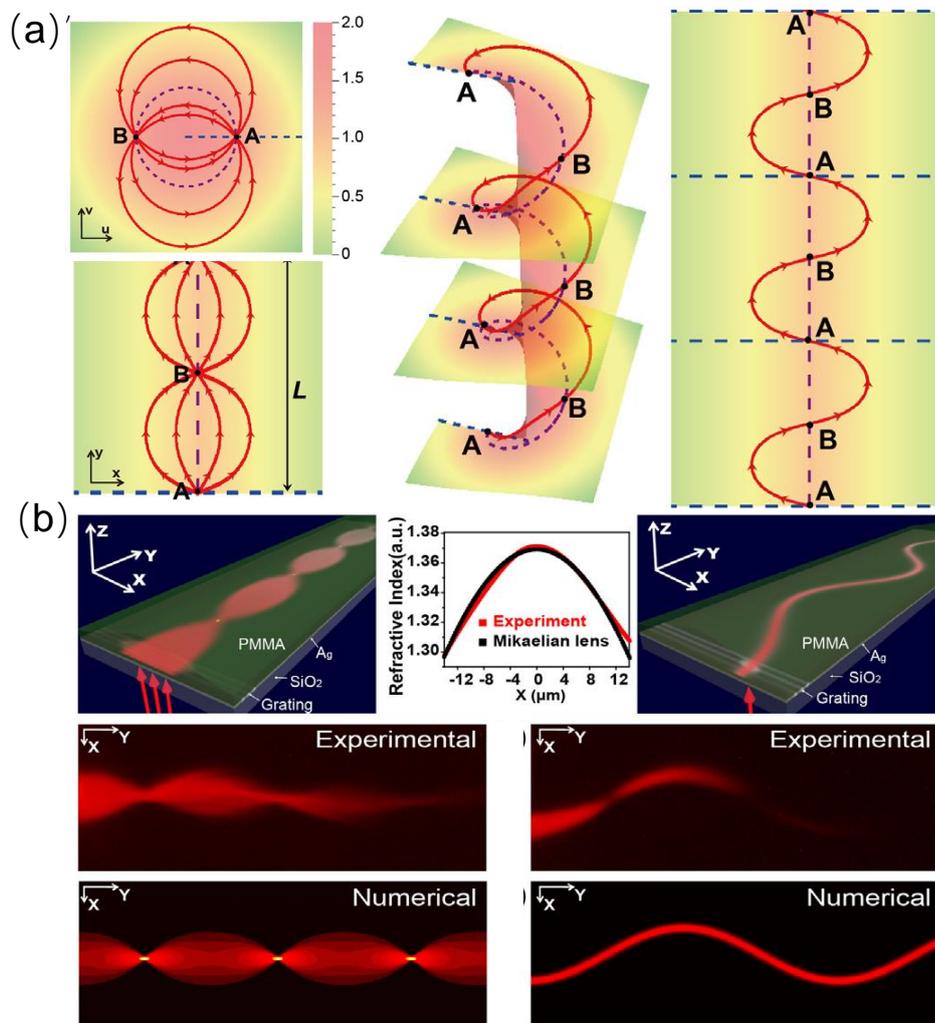


图 1.16 (a) e 指数的共形变换示意图[122]。(b)光束的自聚焦和 \sin 型曲线传播[128]。

实现多模式无串扰的紧凑传输。由于波导在紧凑的弯曲过程中,不可避免地会出现模式间的耦合,从而降低数据传输速率并阻碍模式复用的使用,如图 1.15 (a) 上图所示。Lipson 等人在 2012 提出了一个基于共形变换设计弯曲波导的方法,用于制备具有最小模间耦合的片上多模器件,从而打开了集成多模光学的可能性 [125]。图 1.15 (a)中的下图展示了低串扰多模弯曲波导中模式的传播,相比较于

上图的传统波导，对多个模式的保持都具有明显优势。图 1.15 (b)为灰度曝光技术加工出的截面形状渐变的波导，波导的截面和等效折射率分布随传播方向改变，如图 1.15 (c)所示。这种基于共形变换的低串扰多模弯曲波导不仅可以保证输入端的模场分布在传输过程中保持不变，而且不同模式之间在传输过程中的串扰也可以忽略不记。2020 年，Zhang 等人提出了通过共形变换进行形状优化的弯曲波导。可以有效地抑制散射损耗和模式间的串扰，支持同时传播四种 TE 模式 [126]。他们所提出的多模弯曲波导器件在 1.16-1.66 μm 的超宽波长范围内具有极小的损耗 ($<0.1 \text{ dB}$) 和极低的串扰 ($<-20 \text{ dB}$)。他们还在 SOI 上加工了这种多模弯曲波导，经过测试后发现，在 1550 nm 波长的入射信号下，所有低阶模式的测量超额损耗均小于 0.6 dB，而模间串扰均低于 -17 dB。

共形变换光学还可以用于平面结构中完美成像透镜的设计。2017 年，南京大学刘辉教授团队基于指数共形变换方法制备了片上 Mikaelian 透镜[122]。具体来说，物理空间 (x, y) 坐标下的 Mikaelian 透镜是由共形变换方法将虚拟空间 (μ, ν) 坐标下的麦克斯韦鱼眼透镜映射而来的，图 1.16(a)给出了更为直观的说明。红色光线在黎曼面中沿着一个螺旋曲线传播，表现在物理空间中即是类正弦曲线型 [127]。图 1.16 (b)展示了实验测试结果与数值仿真的对比，结果表明共形变换光学可以实现片上光束的周期性自聚焦和正弦函数型的光束传输。利用这种完美无衍射的对光束的复现功能，可以进一步实现共形变换透镜中的 Talbot 效应。相较于普通 Talbot 效应无法在没有衍射的情况下传输场模式，在 Mikaelian 透镜中的共形 Talbot 效应可以避免这个衍射问题，从而实现芯片上无衍射的信息传输。2018 年，该团队又基于共形变换光学设计了具有特殊渐变折射率的波导。在这个波导内可以实现将宽的高斯光束转换成加速光束，再将生成的加速光束改变回高斯光束的过程 [123]。

在光子芯片上，模分复用器件可以同时利用多个模式传输信息，从而提高集成光子电路的通讯能力，因此多模波导的交叉是一个关键的器件。然而传统方法仅能实现少数模式的波导交叉。2018 年，Li 等人提出了一种适用于多个模式传输的多模波导交叉器件 [128]。该器件具有星型交叉结构，能够同时满足多个波导模式传输。又因为该器件是由麦克斯韦鱼眼透镜经过共形变换而成，所以该器件能够使得多个波导模式同时从一侧成像到对侧，如图 1.17 所示。图 1.17(a)和

(b)展示了基于人工边界共形映射方法设计的变换麦克斯韦鱼眼波导交叉器件，和其中的折射率分布。图 1.16(c)中展示了利用电子束曝光技术在 SOI 上光刻得到的样品实际结构。图 1.16(d) 展示了利用原子力显微镜测量的鱼眼波导交叉器件三维图像。该工作开发了一种新的人工边界共形映射方法，结合半解析形式，

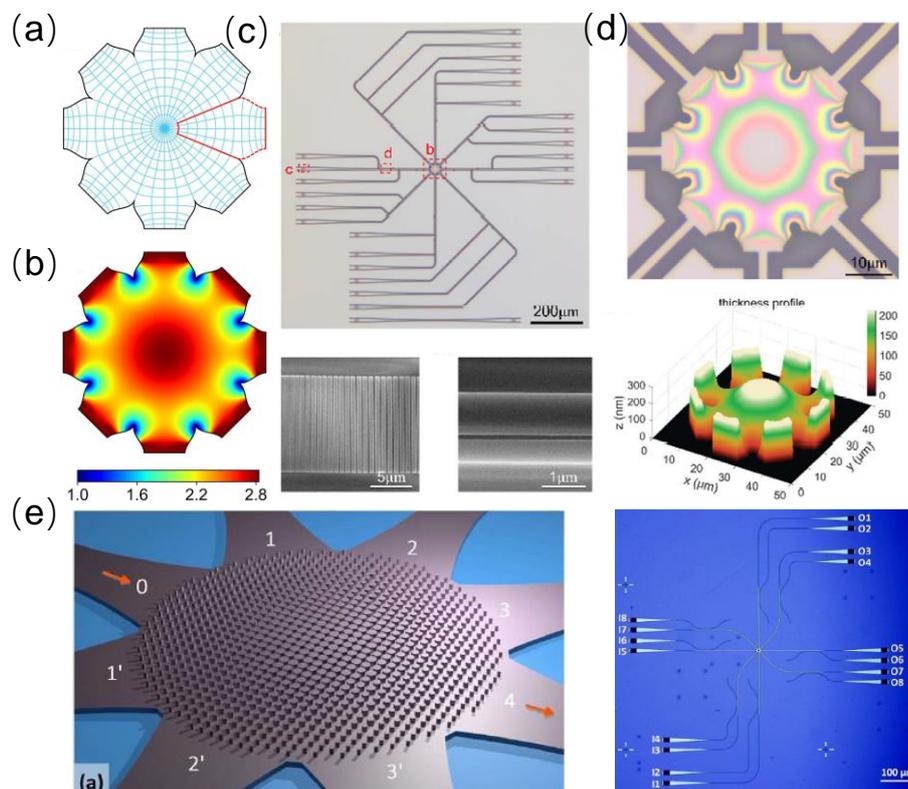


图 1.17 基于共形变换的多模波导交叉器件。(a) 通过人工边界共形映射设计的变换鱼眼多模波导交叉器件；(b)变换麦克斯韦鱼眼中的折射率分布；(c)样品设计图；(d)样品的电子力显微三维图片；(e)波导交叉的样品展示。

消除了鱼眼镜和输入/输出波导之间的折射率和波前不匹配问题。所提出的鱼眼波导交叉器件在超宽带上表现出低损耗和低串扰，这要归功于鱼眼镜中的绝热模式演化。理论模拟和实验结果都表明，鱼眼波导交叉器件的性能优于传统方法设计的器件。图 1.17(e)展示了 Xu 等人在同一年提出的基于共形变换的片上星型多模波导交叉器。他们利用指数调控的硅基变形材料，在硅隔离平台上获得了麦克斯韦鱼眼透镜。通过结合麦克斯韦鱼眼透镜和锥形波导， TM_0 和 TM_1 模式都能以低损耗和低串扰地通过星交叉。制造的多模波导星交叉显示出低于 0.3 dB 的低损耗和小于 -20 dB 的低串扰 [129]。

2020 年, Su 等人提出了基于 Luneburg 透镜的 SOI 片上宽带模式尺寸转换器 [130]。Luneburg 透镜具有梯度折射率分布, 是无像差的球面透镜, 但是利用普通材料很难在片上实现性能优越的 Luneburg 透镜的。如图 1.18(a)所示, 他们通过集成梯度超材料结构和硅波导来实现芯片上的 Luneburg 透镜。利用硅纳米

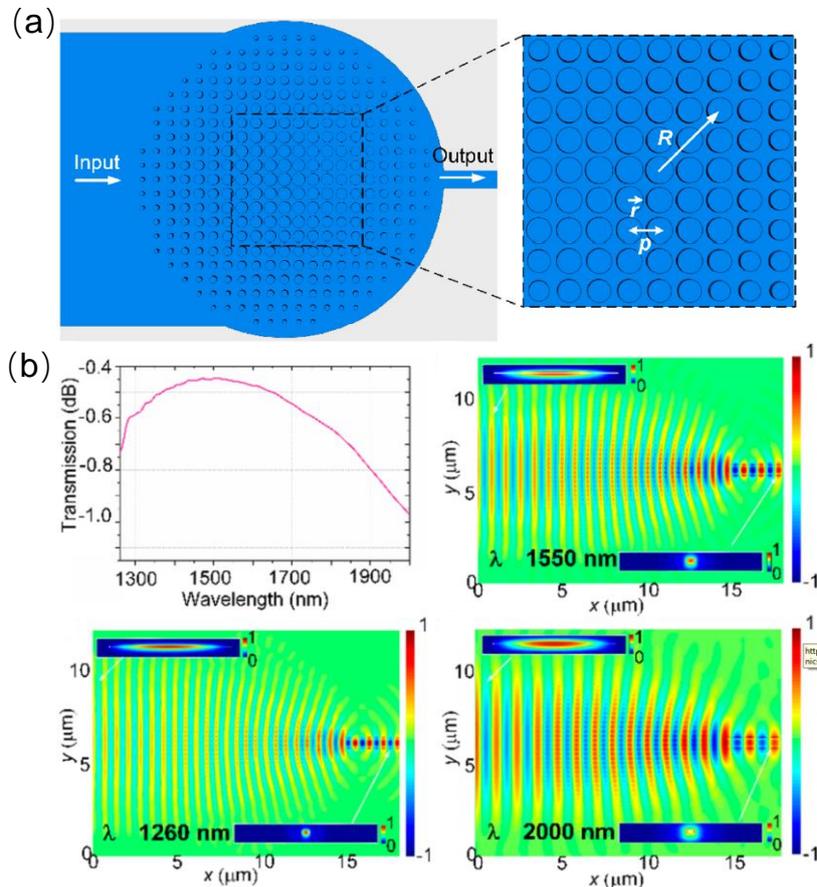


图 1.18 (a) 可以实现模式尺寸转换的片上 Luneburg 透镜。(b) Luneburg 透镜的理论仿真结果[131]。

棒的填充比映射来实现梯度折射率分布。该器件可以匹配两个任意宽度的波导模式。图 1.18 (b)展示了利用三维有限时域差分法 (FDTD) 模拟模拟的传输光谱。在波长范围为 1.26-2 μm 内, 模式从 10 μm 宽的波导耦合到 0.5 μm 宽的波导, 通过 Luneburg 透镜的耦合损耗低于 1 dB。图中分别显示了在 1.55 μm 、1.26 μm 和 2 μm 波长处的 TE 基模的电场 (E_y) 分布。根据模式扩展分析, TE₀ 模式的纯度高于 90%。结果表明, 这种方法可以在仅有 11.2 μm 的长度范围内就实现了 740 nm超宽带的模式转换, 使得两个宽度分别为 10 μm 、500 nm 的波导相匹配。这种基于共形变换设计的片上光子器件, 凭借其低传输损耗、高工作带宽、高密

集程度等诸多优势，正迅速成为通信、传感、信息处理、计算机和存储等领域的热门选择。

通过介绍以上工作，本文展示了变换光学在多功能光学器件、光学模拟、以及片上光子器件设计等方面所具有的重要应用价值，以及其巨大的应用前景。然而值得注意的是，这些工作仅仅关注了变换光学在线性光学领域的应用，而其在非线性光学和量子光学领域的应用尚未被充分探索。特别是在非线性光子芯片和光量子芯片领域的研究仍然有待深入开发。

1.4 本论文的主要研究内容

基于以上研究背景，我们首次将变换光学推广到非线性光学和量子光学领域，实现了片上非线性光子器件和片上量子光源的宽带属性。本文基于共形变换理论，探索了设计渐变弯曲波导的普适方法，提出了实现片上宽带非线性光学器件的设计方案。将变换光学应用从传统的线性光学拓展到了非线性光学领域，并通过设计宽带片上光量子器件，将其进一步推广到了量子光学领域。共形变换方法的最大优势在于其易于扩展到其他非线性过程，包括二阶和三阶非线性过程，如倍频、差频、参量振荡、参量放大、四波混频等，并适用于各种非线性材料和波段，包括可见光、红外、微波、太赫兹波段等。

本文分为以下几个部分：

第一章，我们首先介绍了集成光子学的研究背景，然后回顾了变换光学的基本理论，最后介绍了变换光学在特殊功能器件的设计、模拟弯曲时空效应以及集成光子芯片等方面的应用。通过该章节，我们希望对集成光子学和变换光学的研究背景、基本原理和重要应用做简要明了的说明。

第二章，我们首先介绍了传统的弯曲波导分析方法，即对数共形变换，并具体分析了特定材料和结构中弯曲波导的色散和有效模式面积等性质，然后进一步探讨了弯曲半径渐变的弯曲波导与传统直波导和均匀弯曲波导的区别。最后，我们提出了分析任意变换形状的弯曲波导的共形变换方法。通过具体案例，我们验证了这一方法的普适性和有效性。该方法为接下来宽带非线性光子器件和宽带量子光源的设计提供了理论基础。

第三章,我们实验验证了第二章节中提出的弯曲波导的共形变换方法可以实现集成宽带非线性光学器件的设计。我们以铌酸锂波导上的弯曲加速波导(Curved Accelerating Waveguide, CAW)中的二阶非线性过程为例,分析了其中的宽带和频过程。通过调控波导的加速度参数,可以控制和频过程的带宽大小,加速度越大,和频带宽则越宽。相较于传统的直波导,此方案可以将和频带宽提升四倍。

第四章,我们基于共形变换光学提出了片上宽带时间-频率纠缠光源的设计方案,该方案通过设计级联渐变的蛇形波导能够实现不依赖材料色散、非线性过程、极化工艺的宽带光子对源的产生。实验方面,我们通过蛇形 SOI 波导中的自发四波混频过程,实现了超宽带的纠缠光子源。该纠缠光子源的带宽可以通过其加速度参数来调控。加速度越大,源的带宽越大。我们还通过宽带受激四波混频实验展示了宽带四波混频过程,并且完成了宽带纠缠光子对的实验验证。

第五章,给出本文的总结和对未来工作的展望。

参考文献

- [1] Maxwell J C. A Treatise on Electricity and Magnetism [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
- [2] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, Stewart W J. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena [J]. Ieee Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1999, 47(11): 2075-2084.
- [3] Veselago V G. Electrodynamics of substances with simultaneously negative values of sigma and mu [J]. Soviet Physics Uspekhi-Ussr, 1968, 10(4): 509-514.
- [4] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity [J]. Physical Review Letters, 2000, 84(18): 4184-4187.
- [5] Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction [J]. Science, 2001, 292(5514): 77-79.
- [6] Enkrich C, Wegener M, Linden S, et al. Magnetic metamaterials at telecommunication and visible frequencies [J]. Physical Review Letters, 2005, 95(20): 203901.
- [7] Ishikawa A, Tanaka T, Kawata S. Negative magnetic permeability in the visible light region [J]. Physical Review Letters, 2005, 95(23): 237401.
- [8] Pendry J B, Schurig D, Smith D R. Controlling electromagnetic fields [J]. Science, 2006, 312(5781): 1780-1782.
- [9] Leonhardt U. Optical conformal mapping [J]. Science, 2006, 312(5781): 1777-1780.
- [10] Schurig D, Mock J J, Justice B J, et al. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies [J]. Science, 2006, 314(5801): 977-980.
- [11] Liu R, Ji C, Mock J J, et al. Broadband Ground-Plane Cloak [J]. Science, 2009, 323(5912): 366-369.
- [12] Gabrielli L H, Cardenas J, Poitras C B, Lipson M. Silicon nanostructure cloak operating at optical frequencies [J]. Nature Photonics, 2009, 3(8): 461-463.
- [13] Lee J H, Blair J, Tamma V A, et al. Direct visualization of optical frequency invisibility cloak based on silicon nanorod array [J]. Opt Express, 2009, 17(15): 12922-12928.
- [14] Valentine J, Li J S, Zentgraf T, et al. An optical cloak made of dielectrics [J]. Nature Materials, 2009, 8(7): 568-571.
- [15] Gharghi M, Gladden C, Zentgraf T, et al. A Carpet Cloak for Visible Light [J]. Nano Letters, 2011, 11(7): 2825-2828.
- [16] Ni X J, Wong Z J, Mrejen M, et al. An ultrathin invisibility skin cloak for visible light [J]. Science, 2015, 349(6254): 1310-1314.
- [17] Aubry A, Lei D Y, Fernández-Dominguez A I, et al. Plasmonic Light-Harvesting

- Devices over the Whole Visible Spectrum [J]. *Nano Letters*, 2010, 10(7): 2574-2579.
- [18] Lei D Y, Aubry A, Maier S A, Pendry J B. Broadband nano-focusing of light using kissing nanowires [J]. *New Journal of Physics*, 2010, 12(9): 093030.
- [19] Pendry J B, Fernández-Domínguez A I, Luo Y, Zhao R K. Capturing photons with transformation optics [J]. *Nature Physics*, 2013, 9(8): 518-522.
- [20] Luo Y, Zhao R K, Pendry J B. van der Waals interactions at the nanoscale: The effects of nonlocality [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2014, 111(52): 18422-18427.
- [21] Pendry J B, Huidobro P A, Luo Y, Galiffi E. Compacted dimensions and singular plasmonic surfaces [J]. *Science*, 2017, 358(6365): 915-917.
- [22] Genov D A, Zhang S, Zhang X. Mimicking celestial mechanics in metamaterials [J]. *Nature Physics*, 2009, 5(9): 687-692.
- [23] Cheng Q, Cui T J, Jiang W X, Cai B G. An omnidirectional electromagnetic absorber made of metamaterials [J]. *New Journal of Physics*, 2010, 12(3): 063006.
- [24] Sheng C, Liu H, Wang Y, et al. Trapping light by mimicking gravitational lensing [J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(11): 902-906.
- [25] Huangfu J T, Xi S, Kong F M, et al. Application of coordinate transformation in bent waveguides [J]. *Journal of Applied Physics*, 2008, 104(1): 014502.
- [26] Jiang W X, Cui T J, Zhou X Y, et al. Arbitrary bending of electromagnetic waves using realizable inhomogeneous and anisotropic materials [J]. *Physical Review E*, 2008, 78(6): 066607.
- [27] Roberts D A, Rahm M, Pendry J B, Smith D R. Transformation-optical design of sharp waveguide bends and corners [J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 93(25): 251111.
- [28] Rahm M, Cummer S A, Schurig D, et al. Optical design of reflectionless complex media by finite embedded coordinate transformations [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(6): 063903.
- [29] Ma H, Qu S B, Xu Z, Wang J F. General method for designing wave shape transformers [J]. *Optics Express*, 2008, 16(26): 22072-22082.
- [30] Landy N I, Padilla W J. Guiding light with conformal transformations [J]. *Opt Express*, 2009, 17(17): 14872-14879.
- [31] Ding W Q, Tang D H, Liu Y, et al. Arbitrary waveguide bends using isotropic and homogeneous metamaterial [J]. *Applied Physics Letters*, 2010, 96(4): 041102.
- [32] Wang Y, Sheng C, Liu H, et al. Transformation bending device emulated by graded-index waveguide [J]. *Optics Express*, 2012, 20(12): 13006-13013.
- [33] Ready J F. Chapter 23 - Integrated Optics [M]//READY J F. *Industrial Applications of Lasers (Second Edition)*. San Diego; Academic Press. 1997: 546-558.

- [34] Carolan J, Harrold C, Sparrow C, et al. Universal linear optics [J]. *Science*, 2015, 349(6249): 711-716.
- [35] Wang C, Zhang M, Chen X, et al. Integrated lithium niobate electro-optic modulators operating at CMOS-compatible voltages [J]. *Nature*, 2018, 562(7725): 101-104.
- [36] He M, Xu M, Ren Y, et al. High-performance hybrid silicon and lithium niobate Mach-Zehnder modulators for 100 Gbit s⁻¹ and beyond [J]. *Nature Photonics*, 2019, 13(5): 359-364.
- [37] Lu C C, Liu Y C, Hu X Y, et al. Integrated ultracompact and broadband wavelength demultiplexer based on multi-component nano-cavities [J]. *Scientific Reports*, 2016, 6(1): 27428.
- [38] Hu Y W, Yu M J, Buscaino B, et al. High-efficiency and broadband on-chip electro-optic frequency comb generators [J]. *Nature Photonics*, 2022, 16(10): 679-685.
- [39] Chang L, Liu S T, Bowers J E. Integrated optical frequency comb technologies [J]. *Nature Photonics*, 2022, 16(2): 95-108.
- [40] Foster M A, Turner A C, Sharping J E, et al. Broad-band optical parametric gain on a silicon photonic chip [J]. *Nature*, 2006, 441(7096): 960-963.
- [41] Li G Z, Chen Y P, Jiang H W, Chen X F. Broadband sum-frequency generation using d33 in periodically poled LiNbO₃ thin film in the telecommunications band [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(5): 939-942.
- [42] Yang Y X, Sun L, Zhang Y, Su Y K. Efficient and Broadband Four-Wave Mixing in a Compact Silicon Subwavelength Nanohole Waveguide [J]. *Advanced Optical Materials*, 2019, 7(21): 1900810.
- [43] Karnieli A, Li Y Y, Arie A. The geometric phase in nonlinear frequency conversion [J]. *Frontiers of Physics*, 2022, 17(1): 12301.
- [44] Tanzilli S, Tittel W, De Riedmatten H, et al. PPLN waveguide for quantum communication [J]. *European Physical Journal D*, 2002, 18(2): 155-160.
- [45] Takesue H, Tokura Y, Fukuda H, et al. Entanglement generation using silicon wire waveguide [J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 91(20): 201108.
- [46] Politi A, Cryan M J, Rarity J G, et al. Silica-on-silicon waveguide quantum circuits [J]. *Science*, 2008, 320(5876): 646-649.
- [47] Matthews J C F, Politi A, Stefanov A, O'Brien J L. Manipulation of multiphoton entanglement in waveguide quantum circuits [J]. *Nature Photonics*, 2009, 3(6): 346-350.
- [48] Smith B J, Kundys D, Thomas-Peter N, et al. Phase-controlled integrated photonic quantum circuits [J]. *Opt Express*, 2009, 17(16): 13516-13525.
- [49] Sansoni L, Sciarrino F, Vallone G, et al. Polarization Entangled State Measurement on a Chip [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(20): 200503.

- [50] Wang J W, Sciarrino F, Laing A, Thompson M G. Integrated photonic quantum technologies [J]. *Nature Photonics*, 2020, 14(5): 273-284.
- [51] Luo W, Cao L, Shi Y Z, et al. Recent progress in quantum photonic chips for quantum communication and internet [J]. *Light-Science & Applications*, 2023, 12(1): 175.
- [52] Lu C, Liu Y-C, Hu X, et al. Integrated ultracompact and broadband wavelength demultiplexer based on multi-component nano-cavities [J]. *Scientific Reports*, 2016, 6(1): 27428.
- [53] Moscoso-Mártir A, Müller J, Hauck J, et al. Silicon Photonics Transmitter with SOA and Semiconductor Mode-Locked Laser [J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 13857.
- [54] Agrawal G P. *Optical Communication: Its History and Recent Progress* [M]. *Optics in Our Time*. Cham; Springer International Publishing. 2016: 177-199.
- [55] Armstrong J A, Bloembergen N, Ducuing J, Pershan P S. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric [J]. *Physical Review*, 1962, 127(6): 1918-1939.
- [56] Zhu S, Zhu Y Y, Ming N B. Quasi-phase-matched third-harmonic generation in a quasi-periodic optical superlattice [J]. *Science*, 1997, 278(5339): 843-846.
- [57] Javid U A, Ling J, Staffa J, et al. Ultrabroadband Entangled Photons on a Nanophotonic Chip [J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(18): 183601.
- [58] Schurig D, Pendry J B, Smith D R. Calculation of material properties and ray tracing in transformation media [J]. *Optics Express*, 2006, 14(21): 9794-9804.
- [59] Huang Y, Feng Y, Jiang T. Electromagnetic cloaking by layered structure of homogeneous isotropic materials [J]. *Optics Express*, 2007, 15(18): 11133-11141.
- [60] Howell J C, Howell J B, Choi J S. Amplitude-only, passive, broadband, optical spatial cloaking of very large objects [J]. *Applied Optics*, 2014, 53(9): 1958-1963.
- [61] Lai Y, Chen H Y, Zhang Z Q, Chan C T. Complementary Media Invisibility Cloak that Cloaks Objects at a Distance Outside the Cloaking Shell [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(9): 093901.
- [62] Alù A, Engheta N. Multifrequency optical invisibility cloak with layered plasmonic shells [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(11): 113901.
- [63] Alù A, Engheta N. Cloaking a Sensor [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(23): 233901.
- [64] Sun F, He S L. A Third Way to Cloak an Object: Cover-up with a Background Object [J]. *Progress in Electromagnetics Research-Pier*, 2014, 149: 173-182.
- [65] Li J S, Pendry J B. Hiding under the Carpet: A New Strategy for Cloaking [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101(20): 203901.
- [66] Zhang P, Lobet M, He S L. Carpet cloaking on a dielectric half-space [J]. *Optics Express*, 2010, 18(17): 18158-18163.

-
- [67] Ergin T, Stenger N, Brenner P, et al. Three-Dimensional Invisibility Cloak at Optical Wavelengths [J]. *Science*, 2010, 328(5976): 337-339.
- [68] Chen X Z, Luo Y, Zhang J J, et al. Macroscopic invisibility cloaking of visible light [J]. *Nature Communications*, 2011, 2(18): 176.
- [69] Zhang B L, Luo Y A, Liu X G, Barbastathis G. Macroscopic Invisibility Cloak for Visible Light [J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106(3): 033901.
- [70] Zhang B L, Chan T, Wu B I. Lateral Shift Makes a Ground-Plane Cloak Detectable [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(23): 233903.
- [71] Chen H S, Zheng B, Shen L, et al. Ray-optics cloaking devices for large objects in incoherent natural light [J]. *Nature Communications*, 2013, 4: 2652.
- [72] Lai Y, Ng J, Chen H Y, et al. Illusion Optics: The Optical Transformation of an Object into Another Object [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(25): 253902.
- [73] Jiang W X, Ma H F, Cheng Q, Cui T J. Illusion media: Generating virtual objects using realizable metamaterials [J]. *Applied Physics Letters*, 2010, 96(12): 121910.
- [74] Chen H Y, Chan C T. Transformation media that rotate electromagnetic fields [J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 90(24): 241105.
- [75] Chen H Y, Hou B, Chen S Y, et al. Design and Experimental Realization of a Broadband Transformation Media Field Rotator at Microwave Frequencies [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(18): 183903.
- [76] Zang X F, Li Z, Shi C, et al. Rotatable illusion media for manipulating terahertz electromagnetic waves [J]. *Optics Express*, 2013, 21(21): 25565-25572.
- [77] Jiang W X, Cui T J, Cheng Q, et al. Design of arbitrarily shaped concentrators based on conformally optical transformation of nonuniform rational B-spline surfaces [J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 92(26): 264101.
- [78] Sadeghi M M, Xu L, Nadgaran H, Chen H Y. Optical Concentrators with Simple Layered Designs [J]. *Scientific Reports*, 2015, 5: 11015.
- [79] García-Meca C, Tung M M, Galán J V, et al. Squeezing and expanding light without reflections via transformation optics [J]. *Optics Express*, 2011, 19(4): 3562-3575.
- [80] Yan M, Yan W, Qiu M. Cylindrical superlens by a coordinate transformation [J]. *Physical Review B*, 2008, 78(12): 125113.
- [81] Tsang M, Psaltis D. Magnifying perfect lens and superlens design by coordinate transformation [J]. *Physical Review B*, 2008, 77(3): 035112.
- [82] Wang W, Lin L, Yang X F, et al. Design of oblate cylindrical perfect lens using coordinate transformation [J]. *Opt Express*, 2008, 16(11): 8094-8105.
- [83] Chen H Y, Zhang X H, Luo X D, et al. Reshaping the perfect electrical conductor cylinder arbitrarily [J]. *New Journal of Physics*, 2008, 10: 113016.

- [84] Yuan G S, Dong X C, Deng Q L, et al. A design method to change the effective shape of scattering cross section for PEC objects based on transformation optics [J]. *Optics Express*, 2010, 18(6): 6327-6332.
- [85] Wee W H, Pendry J B. Shrinking optical devices [J]. *New Journal of Physics*, 2009, 11: 073033.
- [86] Yang T, Chen H Y, Luo X D, Ma H R. Superscatterer: Enhancement of scattering with complementary media [J]. *Optics Express*, 2008, 16(22): 18545-18550.
- [87] Zang X F, Jiang C. Two-dimensional elliptical electromagnetic superscatterer and superabsorber [J]. *Optics Express*, 2010, 18(7): 6891-6899.
- [88] Jiang W X, Cui T J, Ma H F, et al. Cylindrical-to-plane-wave conversion via embedded optical transformation [J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 92(26): 261903.
- [89] Luo Y, Zhang J J, Chen H S, et al. High-directivity antenna with small antenna aperture [J]. *Applied Physics Letters*, 2009, 95(19): 193506.
- [90] Collaboration L S, Virgo C, Abbott B P, et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(6): 061102.
- [91] The Event Horizon Telescope C, Akiyama K, Alberdi A, et al. First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 875(1): L1.
- [92] The Event Horizon Telescope C, Akiyama K, Alberdi A, et al. First M87 Event Horizon Telescope Results. II. Array and Instrumentation [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 875(1): L2.
- [93] The Event Horizon Telescope C, Akiyama K, Alberdi A, et al. First M87 Event Horizon Telescope Results. III. Data Processing and Calibration [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 875(1): L3.
- [94] Einstein A. Time, space, and gravitation [J]. *Science*, 1920, 51: 8-10.
- [95] Gordon W. Zur Lichtfortpflanzung nach der Relativitätstheorie [J]. *Annalen der Physik*, 1923, 377(22): 421-456.
- [96] Plebanski J. Electromagnetic waves in gravitational fields [J]. *Physical Review*, 1960, 118(5): 1396-1408.
- [97] Leonhardt U, Philbin T G. General relativity in electrical engineering [J]. *New Journal of Physics*, 2006, 8: 247.
- [98] Narimanov E E, Kildishev A V. Optical black hole: Broadband omnidirectional light absorber [J]. *Applied Physics Letters*, 2009, 95(4): 041106.
- [99] Greenleaf A, Kurylev Y, Lassas M, Uhlmann G. Electromagnetic wormholes and virtual magnetic monopoles from metamaterials [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(18): 183901.

-
- [100] Zhu J, Liu Y Q, Liang Z X, et al. Elastic Waves in Curved Space: Mimicking a Wormhole [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(23): 234301.
- [101] Kadic M, Dupont G, Enoch S, Guenneau S. Invisible waveguides on metal plates for plasmonic analogs of electromagnetic wormholes [J]. *Physical Review A*, 2014, 90(4): 043812.
- [102] Smolyaninov, II, Hung Y J, Hwang E H. Experimental modeling of cosmological inflation with metamaterials [J]. *Physics Letters A*, 2012, 376(38-39): 2575-2579.
- [103] Smolyaninov I I, Hung Y-J. Modeling of time with metamaterials [J]. *J Opt Soc Am B*, 2011, 28(7): 1591-1595.
- [104] Sheng C, Bekenstein R, Liu H, et al. Wavefront shaping through emulated curved space in waveguide settings [J]. *Nature Communications*, 2016, 7: 10747.
- [105] Sheng C, Liu H, Chen H Y, Zhu S N. Definite photon deflections of topological defects in metasurfaces and symmetry-breaking phase transitions with material loss [J]. *Nature Communications*, 2018, 9: 4271.
- [106] Ginis V, Tassin P, Craps B, Veretennicoff I. Frequency converter implementing an optical analogue of the cosmological redshift [J]. *Optics Express*, 2010, 18(5): 5350-5355.
- [107] Bekenstein R, Schley R, Mutzafi M, et al. Optical simulations of gravitational effects in the Newton–Schrödinger system [J]. *Nature Physics*, 2015, 11(10): 872-878.
- [108] Li M, Miao R X, Pang Y. More studies on metamaterials mimicking de Sitter space [J]. *Optics Express*, 2010, 18(9): 9026-9033.
- [109] Batz S, Peschel U. Linear and nonlinear optics in curved space [J]. *Physical Review A*, 2008, 78(4): 043821.
- [110] Schultheiss V H, Batz S, Szameit A, et al. Optics in Curved Space [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(14).
- [111] Schultheiss V H, Batz S, Peschel U. Hanbury Brown and Twiss measurements in curved space [J]. *Nature Photonics*, 2016, 10(2): 106-110.
- [112] Bekenstein R, Kabessa Y, Sharabi Y, et al. Control of light by curved space in nanophotonic structures [J]. *Nature Photonics*, 2017, 11(10): 664-670.
- [113] Patsyk A, Bandres M A, Bekenstein R, Segev M. Observation of Accelerating Wave Packets in Curved Space [J]. *Physical Review X*, 2018, 8(1): 011001.
- [114] He R Q, Liang G H, Zhu S N, Liu H. Simulation of giant tidal force of wormhole using curved optical spaces [J]. *Physical Review Research*, 2020, 2(1): 013237.
- [115] Liang G-H, Cai R G, Ma Y-Z, et al. Mimicking an expanding universe by optical interference in a helicoid waveguide [J]. *Optics Express*, 2020, 28(8): 11406-11414.
- [116] Philbin T G, Kuklewicz C, Robertson S, et al. Fiber-optical analog of the event horizon

- [J]. *Science*, 2008, 319(5868): 1367-1370.
- [117] Drori J, Rosenberg Y, Bermudez D, et al. Observation of Stimulated Hawking Radiation in an Optical Analogue [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(1): 010404.
- [118] de Nova J R M, Golubkov K, Kolobov V I, Steinhauer J. Observation of thermal Hawking radiation and its temperature in an analogue black hole [J]. *Nature*, 2019, 569(7758): 688-691.
- [119] Sheng C, Huang C, Yang R, et al. Simulating the escape of entangled photons from the event horizon of black holes in nonuniform optical lattices [J]. *Physical Review A*, 2021, 103(3): 033703.
- [120] Wu Q, Turpin J P, Werner D H. Integrated photonic systems based on transformation optics enabled gradient index devices [J]. *Light-Science & Applications*, 2012, 1(11): e38-e38.
- [121] Gabrielli L H, Liu D, Johnson S G, Lipson M. On-chip transformation optics for multimode waveguide bends [J]. *Nature Communications*, 2012, 3(6): (1217).
- [122] Wang X Y, Chen H Y, Liu H, et al. Self-Focusing and the Talbot Effect in Conformal Transformation Optics [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(3): 033902.
- [123] Wang X Y, Liu H, Sheng C, Zhu S N. Reversible wavefront shaping between Gaussian and Airy beams by mimicking gravitational field [J]. *Journal of Optics*, 2018, 20(2): 024015.
- [124] Zentgraf T, Valentine J, Tapia N, et al. An Optical “Janus” Device for Integrated Photonics [J]. *Advanced Materials*, 2010, 22(23): 2561-2564.
- [125] Gabrielli L H, Liu D, Johnson S G, Lipson M. On-chip transformation optics for multimode waveguide bends [J]. *Nature Communications*, 2012, 3(1): 1217.
- [126] Li S, Cai L, Gao D, et al. Compact and broadband multimode waveguide bend by shape-optimizing with transformation optics [J]. *Photonics Research*, 2020, 8(12): 1843-1849.
- [127] Wang X, Chen H, Liu H, et al. Self-Focusing and the Talbot Effect in Conformal Transformation Optics [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(3): 033902.
- [128] Li S Y, Zhou Y Y, Dong J J, et al. Universal multimode waveguide crossing based on transformation optics [J]. *Optica*, 2018, 5(12): 1549-1556.
- [129] Xu H N, Shi Y C. Metamaterial-Based Maxwell's Fisheye Lens for Multimode Waveguide Crossing [J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2018, 12(10): 1800094.
- [130] Zhang Y, He Y, Wang H, et al. Ultra-Broadband Mode Size Converter Using On-Chip Metamaterial-Based Luneburg Lens [J]. *ACS Photonics*, 2021, 8(1): 202-208.

第二章 基于共形变换弯曲波导的理论分析

2.1 引言

光波导器件是片上光子芯片的重要组成部分，可以用于限制和传输光信号，在现代集成光子学中具有广泛的应用[1-3]。随着微纳加工技术的迅速发展，光波

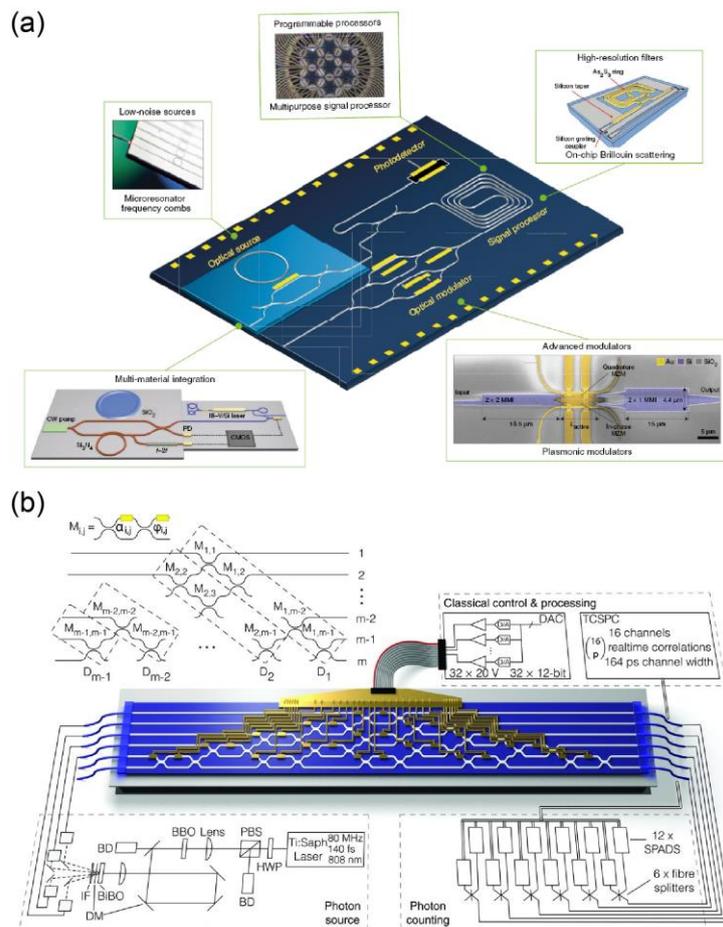


图 2.1 光波导在集成光子芯片中的广泛应用[2,3]。(a) 集成微波光子学在微环光频梳、光子滤波、多波长光源等方面的进展。(b) 基于线性光学协议的可编程量子光路。可以实现量子逻辑门、玻色采样、六维 Hadamard 门等应用。

导器件的重要作用逐渐被人们发现，例如在集成微波光子芯片和集成光量子芯片领域[4-8]。如图 2.1(a)所示，新型材料和技术的应用使得光与物质相互作用的能

力得到提升，而这种能力的提升又直接促进了电光调制器、信号处理器和频率合成器的发展[9-11]。此外，随着半导体加工工艺的日渐成熟，越来越多的性能各异的元件能够集成在单个芯片上，譬如，光源、调制器和探测器等元件。这一趋势使得集成芯片越来越具备处理复杂信息的能力[9,11-19]。在光量子芯片领域，图 2.1(b)展示了近年来在量子通信和量子互联网方面取得的显著进展。通过片上量子门操作等手段，逐步实现了具有可扩展性、稳定性好、低成本和小型化的光量子芯片 [20-29]。

然而，在上述集成光子学的应用中，研究的重点主要集中在直波导器件。随着对光子芯片信号处理能力的需求不断提升，器件的集成度也需要相应提高，这就不可避免地要求波导进行弯曲，以提高芯片上光子器件的密度。因此，关于弯曲波导的研究必不可少而且非常重要。相关的研究对于集成光学系统的设计至关重要，例如利用圆柱形波导的开关和开关阵列需要通过弯曲提供的几何位移。在弯曲半径较大的光波导器件中，多数可将其近似看作直波导来考虑。但这种近似在弯曲半径较小的情况下显然不再成立，并且此时仿真计算也将出现很大的误差。

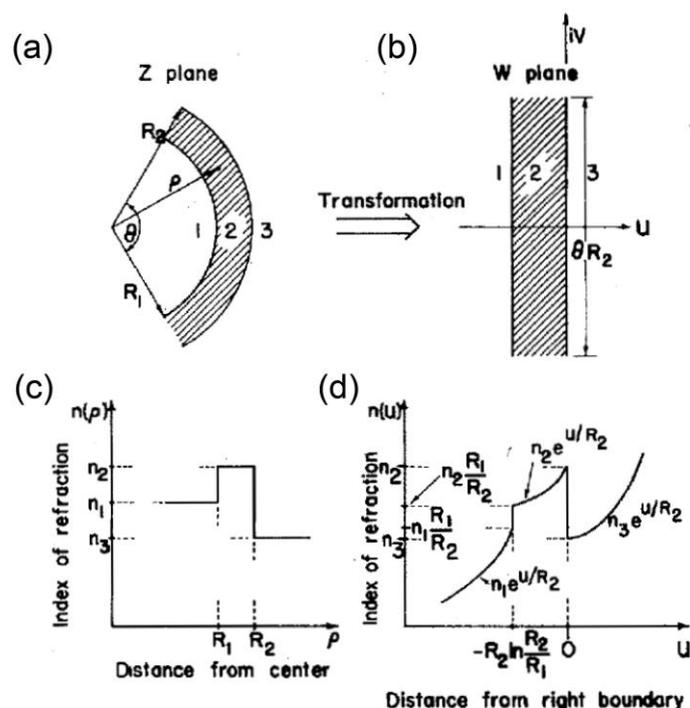


图 2.2 均匀折射率的圆弧形波导经过对数共形变换，转换为非均匀折射率直波导的原理[30]。

本章将利用共形变换光学，解析地分析弯曲波导中的光场分布和信号传输，并且

通过分析其中的非线性光学过程, 提出半径连续变化的渐变弯曲波导的共形变换理论。

2.2 固定半径弯曲波导的共形变换理论和应用

对于弯曲波导, 共形变换通过将其变换为具有一定折射率分布的等效直波导结构, 提供了一种解析方法来分析其中模式的传输。相比较于数值方法来说, 共形变换无需过多的假设便可以更加精确地分析弯曲半径相对较小的弯曲波导中的传输情况。1975年, Heiblum 等人提出了利用对数共形变换的方法来分析弧形弯曲波导[30]。图 2.2(a)中展示了物理空间中 $z = x + iy$ 平面上的圆弧形波导, 经过共形映射可以变换为虚拟空间中 $w = \mu + iv$ 平面上具有非均匀折射率的直波导, 如图 2.2(a)所示。根据对数共形变换, 其折射率分布和波导的宽度将由图 2.2(c)中的阶跃型折射率变换为图 2.2(d)中的分段指数形式。其中对数变换的具体形式为

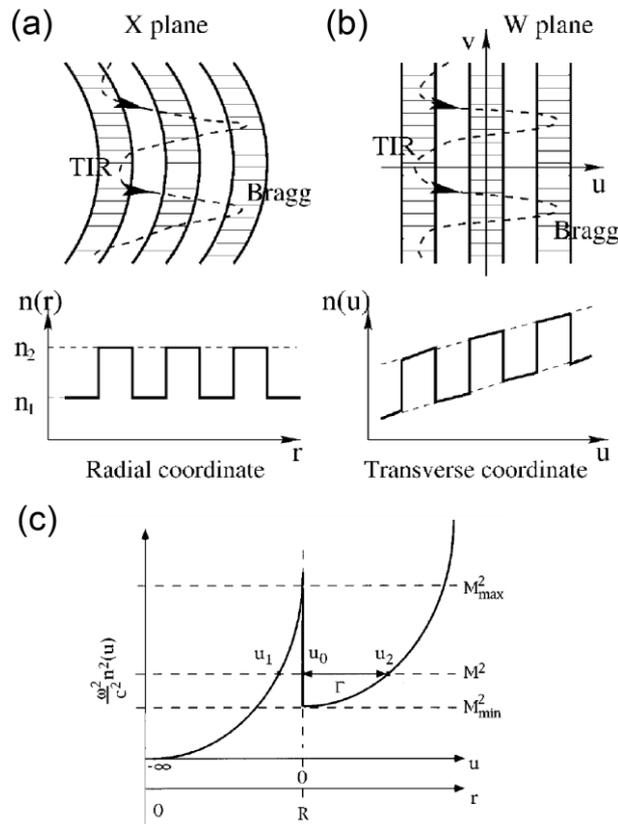


图 2.3 对数共形变换在(a)(b)圆弧形弯曲波导阵列和(c)圆形微盘中的应用 [31,32]。

$$w = f(z) = R_c \ln\left(\frac{z}{R_c}\right), \quad (2.1)$$

其中 R_c 为基准半径,这里选取的是弯曲波导中心的曲率半径。基于这个理论模型,可以分析各种弯曲半径固定的圆形结构中的光子传输和损耗[30-36]。例如,1999年,Lenz等人在周期间隔的弯曲波导阵列中观测了布洛赫振荡[32],如图2.3所示。该理论还可以用于圆盘结构的光学器件,图2.3(c)中展示了1995年,Frateschi等人利用共形变换分析圆盘中的光学模式,提出了微盘中激光发射光谱的定量分析理论[31]。

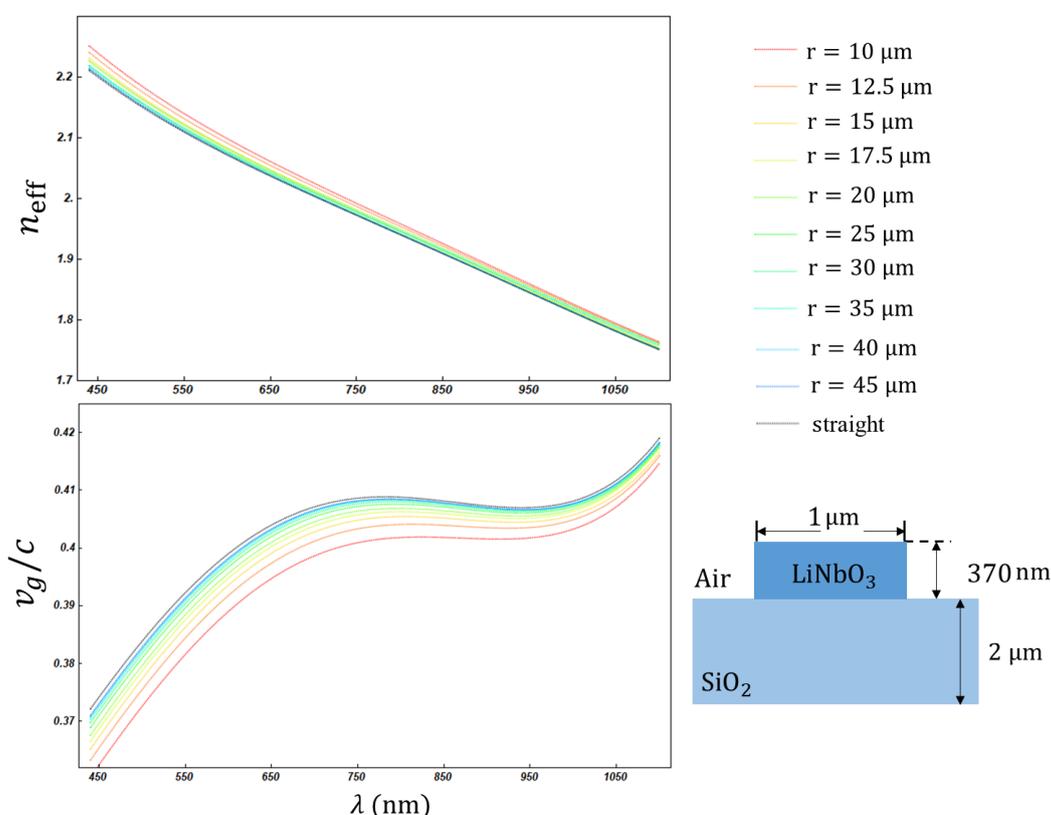


图 2.4 圆弧型弯曲波导在不同弯曲半径下的色散和群速度色散。不同颜色的曲线表示不同的弯曲半径,右侧图例给出了详细的数值。这里以右下角子图中给出的波导中的 TM_0 基模为例。

2.2.1 弯曲波导中的色散

本节具体介绍利用共形变换方法分析的弯曲波导中本征模式色散与弯曲半径的关系。以铌酸锂波导为例,将铌酸锂弯曲波导映射到具有非均匀折射率的直

波导后,波导切向折射率分布发生变化,其中本征模场和模式色散也会发生改变。如图 2.4 所示,我们考虑宽度为 $1\ \mu\text{m}$,厚度为 $370\ \text{nm}$ 的铌酸锂波导。利用 COMSOL Multiphysics 软件进行仿真分析,以波长范围为 $440\ \text{nm}$ 至 $1100\ \text{nm}$ 的 TM_0 基模为例。可以得到图 2.4 所示的色散关系,左上图为不同半径的弯曲波导中的模式色散 $n(\lambda)$,其中不同颜色的曲线表示不同大小的弯曲半径,半径值在右边图例中给出。由以上结果可以分析其中的群速度色散,群速度色散等于频率相对于波矢的导数,可以写为,

$$v_g(\lambda) = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n(\lambda) - \lambda \partial_\lambda n(\lambda)}, \quad (2.2)$$

其中 c 为光在真空中的速度。图 2.4 中左下图给出了不同弯曲半径波导的群速度色散关系 $v(\lambda)$ 。

2.2.2 弯曲波导中的模场分布

波导的弯曲不仅会影响模式色散,同时也会影响其中的模场分布。如图 2.5(a)所示,直波导的折射率是阶跃型的,其中的模场分布也是对称的。图 2.5(b)展示

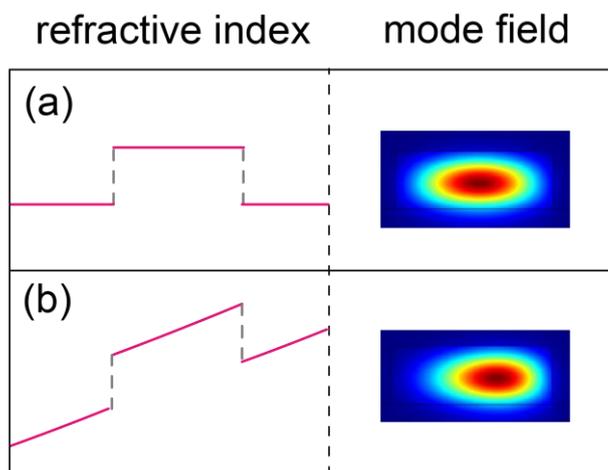


图 2.5 波导中有效模式折射率的分析。(a)直波导的折射率和本征场模分布。(b)弯曲波导的折射率和本征场模分布。

了对数共形变换后的分段渐变式折射率分布,可以发现,模场的能量向折射率偏高的一侧偏移,进而影响其有效模式面积。这种不对称的模场分布也可以直观地对应于真实弯曲波导中的情况。

2.2.3 弯曲波导中的有效模式面积

对于波导中模式的传输、模式所携带的能量、以及模式对能量的束缚能力，

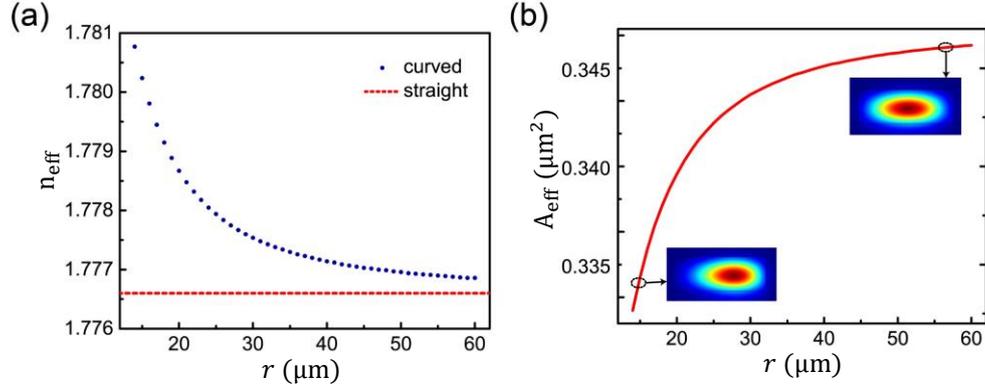


图 2.6 (a) 不同弯曲波导在相同波长 $\lambda = 1064 \text{ nm}$ 时， TM_0 基模的有效模式折射率的变化，其中红色虚线表示直波导。可以看出随着半径的增加，有效模式折射率减小，逐渐接近于直波导的情况。(b) 不同弯曲半径的弯曲波导有效模式折射率与半径的变化关系，可以看出半径越小，有效模式面积越小，模场分布愈加不对称。

有效模式面积都起着非常关键的作用。波导内特定本征模式向前传播的电场和磁场可以表示为，

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}(x, y)e^{i\beta z}, \quad (2.3a)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{h}(x, y)e^{i\beta z}, \quad (2.3b)$$

其中 β 表示特定模式的传播常数。当光波导中某个模式被激发的时候，能量将以这个模式沿波导方向传播，这个模式的能流将会以密度（或强度） S 分布于整个横截面。 S 为时间平均的波印廷矢量，具体表示为如下：

$$S = \frac{1}{2} |a|^2 \text{Re}\{\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot \hat{\mathbf{z}}\} = \frac{1}{2} |a|^2 \mathbf{E} \times \mathbf{h}^* \cdot \hat{\mathbf{z}}, \quad (2.4)$$

其中， a 为模式的振幅。模式的总能量定义为 P_{tot} ，表示为 S 对无限大横截面积分：

$$P_{tot} = \frac{1}{2} Re \iint_{A_{\infty}} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot \hat{\mathbf{z}} dA, \quad (2.5)$$

而波导中的能量 P_{cor} 则由 S 对波导横截面积分所得：

$$P_{cor} = \frac{1}{2} Re \iint_{A_{cor}} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot \hat{\mathbf{z}} dA。 \quad (2.6)$$

特定模式在波导中的能量百分比可以定义为两者之比。在分析波导模式的线性传输时，一般只需考虑模式总能量。而在分析其中的非线性相互作用时，则需考虑模式在非线性介质波导中的能量。对于线性传输过程，波导的有效模式面积可以表示为，

$$A_{eff} = \frac{(\iint_{-\infty}^{\infty} S dx dy)^2}{\iint_{-\infty}^{\infty} S^2 dx dy}。 \quad (2.7)$$

在相同的能量 P_0 下，有效模式面积 A_{eff} 越小，光强越大。光强和有效模式面积满足以下关系：

$$I = \frac{P_0}{A_{eff}}。 \quad (2.8)$$

对于在弯曲波导中传输的特定波长，例如 $\lambda = 1064 \text{ nm}$ ，其 TM_0 模有效模式折射率随半径的变化如图 2.6(a)所示，随半径的增加，有效模式折射率减小，逐渐接近于直波导的情况。直波导有效模式折射率由图中红色虚线给出。而这个波长和模式下波导的有效模式面积随半径的变化可以在图 2.6(b)中看出，对于 TM_0 模式，其半径越小，模场分布愈加不对称，有效模式面积越小。由公式(2.8)可知，波导中的光场强度因此也会随半径减小而增加。

2.3 弯曲波导中的非线性光学过程

在传统集成非线性光子器件中，使用的光波导通常为直波导，如图 2.7(a)所示。对于这样的均匀的直波导结构，满足空间平移对称性，波导模式对称分布且

随传播方向不变。在图 2.7(b)所示的均匀弯曲的圆弧形波导中，其结构满足空间

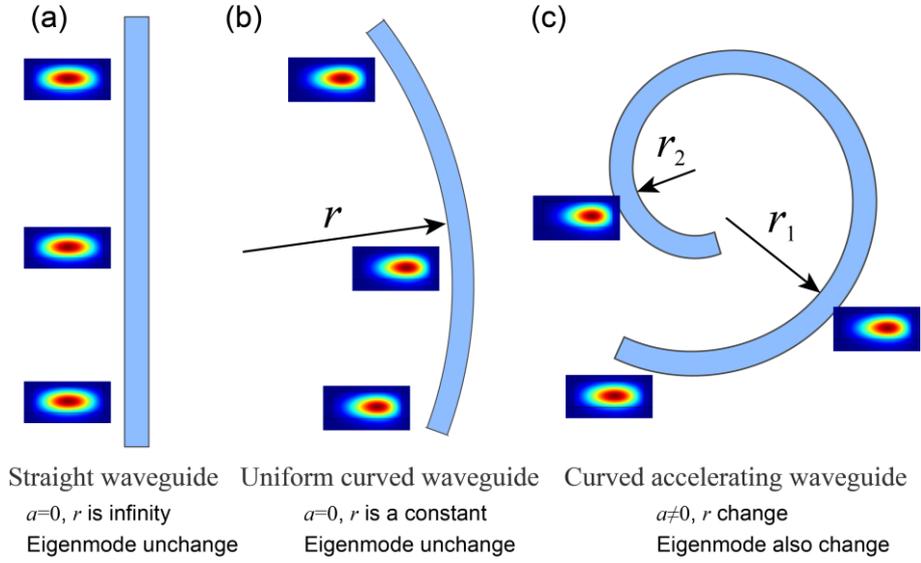


图 2.7 不同波导形状和模式分布的对比。(a) 直波导，半径为无穷大，具有平移对称性，波导模式对称分布且随传播方向不变；(b) 固定弯曲半径下的圆弧形弯曲波导，具有旋转对称性，波导模式分布不对称且随传播方向不变；(c) 弯曲半径渐变的弯曲波导，平移对称性和旋转对称性均被打破，波导模式分布不对称且随传播方向改变。

旋转对称性，波导模式分布不对称且随传播方向不变。这两种情况下光子在传播过程中保持动量守恒，光场可以由传统的波包近似给出，其中非线性光学过程可以由普通的耦合波方程描述。例如二阶非线性三波混频过程，

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_1}{dz} &= \kappa_1 A_2^* A_3 e^{-i\Delta kz}, \\
 \frac{dA_2}{dz} &= \kappa_2 A_1^* A_3 e^{-i\Delta kz}, \\
 \frac{dA_3}{dz} &= \kappa_3 A_2 A_1 e^{i\Delta kz},
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

这里， A_1, A_2, A_3 分别表示参与三波混频 $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ 过程的三个频率光场的传播方向上的振幅。 $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ 分别为这个二阶非线性过程的非线性耦合系数。 Δk 为动量失配量。在直波导和均匀弯曲波导中，由于有效模式折射率和模式分布沿传播方向 z 不变，非线性系数也不变，并且由于动量保持守恒， Δk 也不变。那么电场的传播将会是三角函数振荡的形式，因此其中的非线性频率转换的效率和带

宽都将十分有限。

那么为了抑制这种振荡的效果,如果使光场沿传播方向变化是否可以解决这个问题呢。于是我们提出了如图 2.7(c)中弯曲半径连续变化的渐变弯曲波导。在这样弯曲半径渐变的弯曲波导中,结构的平移对称性和旋转对称性均被打破,波导模式分布不对称且随传播方向改变。这样,不同频率间的相位失配量和有效非线性系数都会沿传播方向发生改变,光场不再以周期振荡的形式在波导中传播。为了对比渐变弯曲半径的波导与前两种波导之间的关系,如图 2.8 所示,我们给出了这三种波导中的和频频率转换光谱。可以看出,均匀半径的圆弧形波导在非线性和频频率转换的带宽方面与直波导一致,不具备优势。而当波导的弯曲半径变化时,其非线性频率转换的带宽将得到增加。对于半径变化的弯曲波导中的非线性

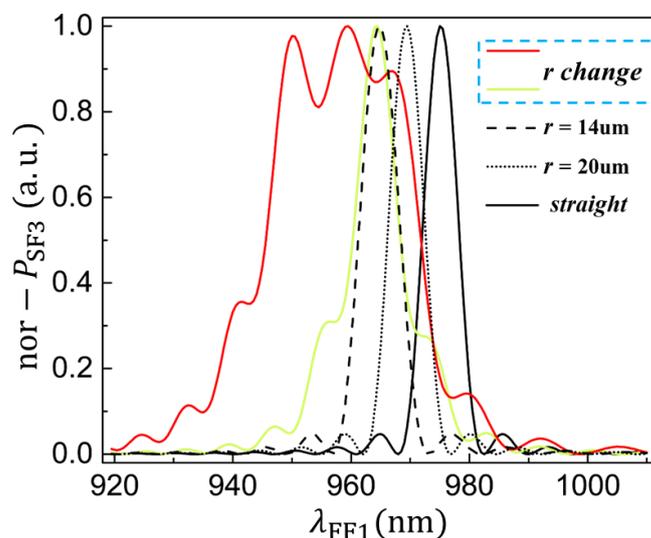


图 2.8 直波导与半径固定的圆弧形弯曲波导以及半径变化的弯曲波导中的和频频率转换光谱。可以看出,均匀半径的圆弧形波导在非线性和频频率转换的带宽方面与直波导一致,不具备优势。而当波导的弯曲半径变化时,其非线性频率转换的带宽将得到增加。

频率转换的模型,我们将具体在第三章和第四章给出。接下来将首先介绍如何分析渐变弯曲波导中的模式传输。

2.4 加速弯曲波导的共形变换理论

本节将提出一个普适的共形变换方法,以分析一个在物理空间 $\xi = x + iy$ 平

面的任意弯曲的波导，其曲率半径沿波导传播方向连续变化。若要将这样的波导变换为虚拟空间 $\zeta = \mu + iv$ 平面的直波导，首先要寻找一个共形映射 $\xi = f(\zeta)$ ，从而将沿初始坐标虚轴对齐(即 $\zeta = iv$)的直波导转换为物理空间中具有空间梯度曲率的弯曲波导。这样的共形映射需要满足以下条件：

- (1) 共形变换保持波导的总长度不变；
- (2) 变换波导的曲率半径 $r(v)$ 是 v 的任意解析函数。

我们首先需要寻找弯曲波导轨迹(即弧长)的表达式。如图 2.9(a)所示，定义 θ 为弯曲波导的切线方向与物理坐标 y 轴之间的角度，切线方向即对应 ζ 空间中 v 的

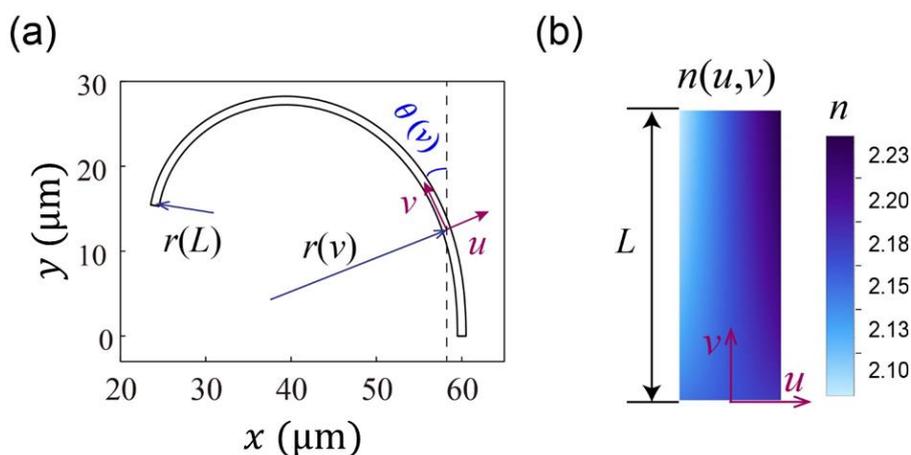


图 2.9 半径变化的弯曲波导中的共形变换理论。(a) 弯曲半径变化的弯曲波导在真实物理空间 $\xi = x + iy$ 中的形状展示，其中弯曲半径 $r(v)$ 随传播方向 v 变化， $\theta(v)$ 定义为波导切向与 y 轴的夹角。(b) 经过共形变换 $n_\zeta = n_\xi |e^{i\theta(-i\zeta)}|$ 后，虚拟空间 $\zeta = u + iv$ 中的折射率分布。

方向。条件(1)中变换前后波导总长度守恒意味着，

$$\theta(v) = \int_0^v \frac{dv'}{r(v')}。 \quad (2.10)$$

这里我们有 $dx = -\sin\theta dv, dy = \cos\theta dv$ 。于是可以得到，

$$d\xi = dx + idy = ie^{i\theta(v)} dv。 \quad (2.11)$$

假设变换后波导从 $\xi = 0$ 开始，即从 $\zeta = 0$ 变换到 $\xi = 0$ 。那么可以得到弯曲波导的

轨迹为,

$$\xi = i \int_0^v e^{i\theta(v')} dv'。 \quad (2.12)$$

可以看出其对原空间的微分可以写为 $\frac{d\xi}{d\zeta} = e^{i\theta(-i\zeta)}$, 于是根据共形变换光学理论, 变换后的直波导的折射率可以写为,

$$n_\zeta = n_\xi \left| \frac{d\xi}{d\zeta} \right| = n_\xi |e^{i\theta(-i\zeta)}|。 \quad (2.13)$$

这个即是任意弯曲波导变换为直波导的普适共形变换。公式(2.13)还表明, 变换后材料的折射率与角度函数 $\theta(-i\zeta)$ 直接相关。下面以具有恒定半径 r_0 的圆弧弯曲波导为例, 其角度函数可以写为,

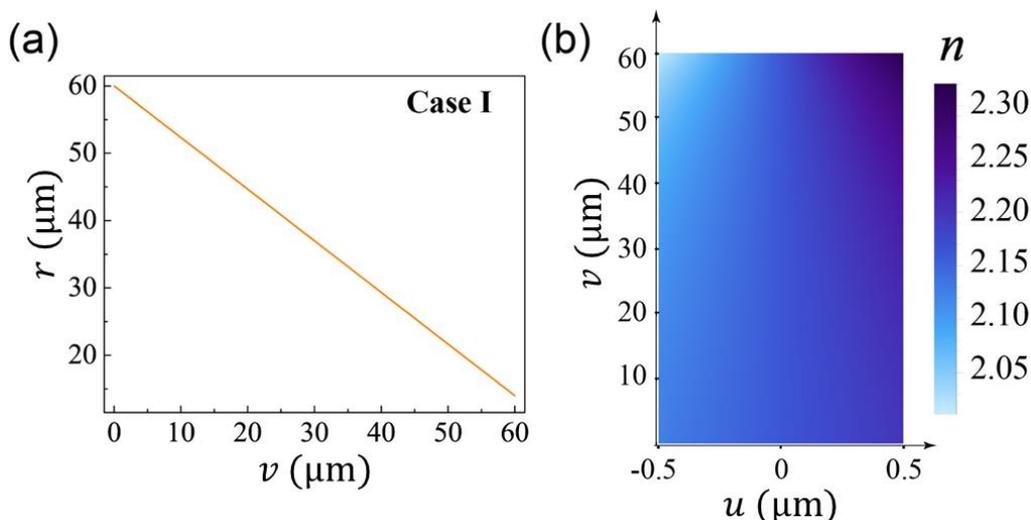


图 2.10 (a) 弯曲半径沿传播方向 v 线性变化的渐变弯曲波导。(b) 以长 60 μm 的矩形铌酸锂波导为例, 经过共形变换后的折射率分布情况。图例给出了颜色深浅度对应的折射率大小的值。

$$\theta = g(v) = \frac{v}{r_0}。 \quad (2.14)$$

那么波导的轨迹可以写为

$$\xi = r_0 \left(e^{\frac{iv}{r_0}} - 1 \right), \quad (2.15)$$

这是一个以半径为 r_0 , 圆心在 $\xi = -r_0$ 的圆, 对应的共形映射为

$$\xi = r_0 \left(e^{\frac{\zeta}{r_0}} - 1 \right), \quad (2.16)$$

于是可以得到在 ζ 空间中的折射率为

$$n_\zeta = n_\xi \left| \frac{d\xi}{d\zeta} \right| = n_\xi e^{u/r}, \quad (2.17)$$

与 2.2 节中所提到的对数共形变换结果一致。

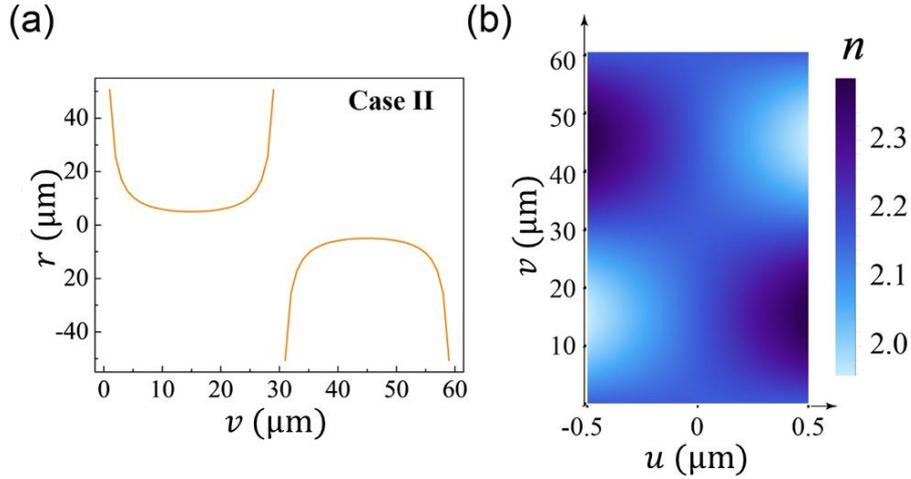


图 2.11 (a) 正弦形状波导中弯曲半径沿传播方向 v 的变化趋势。(b) 以长 $60 \mu\text{m}$ 的矩形铌酸锂波导为例，经过共形变换后的折射率分布情况。图例给出了颜色深浅度对应的折射率大小的值。

接下来，我们基于公式(2.13)给出的结果，列举不同形状的渐变弯曲波导，例证共形变换理论模型的有效性和普适性。图 2.10(a)给出了弯曲半径沿传播方向线性变化的波导，即半径变化由 $r(v) = r_0(1 + av)$ 描述，其中 a 表示半径变化的梯度大小，那么它的角度函数可以由公式(2.10)推导为，

$$\theta = \int_0^v \frac{dv'}{r_0(1 + av')} = \frac{\ln(1 + av)}{ar}。 \quad (2.18)$$

其轨迹函数则可以写为

$$\xi = r_0 \frac{(1 + av)^{1+i/ar_0} - 1}{1 - iar_0}。 \quad (2.19)$$

因此，其折射率的变化满足以下形式，

$$n_{\zeta} = n_{\xi} \left| \frac{d\xi}{d\zeta} \right| = n_{\xi} |e(1 - ia\zeta)^{i/ar}|。 \quad (2.20)$$

图 2.10(b)给出了折射率的具体分布。

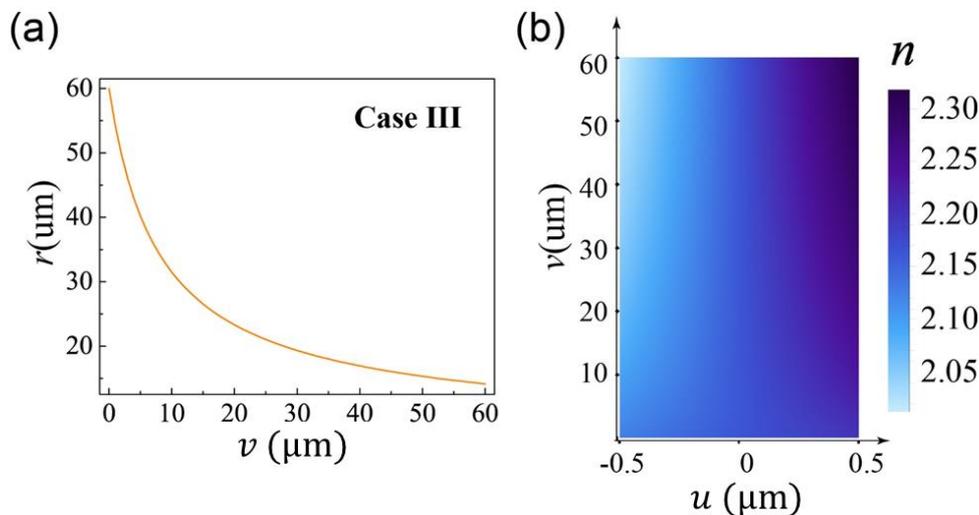


图 2.12 (a) 依据有效模式折射率变化的渐变弯曲波导半径沿传播方向 v 的变化趋势。(b) 以长 $60 \mu\text{m}$ 的矩形铌酸锂波导为例，经过共形变换后的折射率分布情况。图例给出了颜色深浅度对应的折射率大小的值。

类似的，根据这个理论还可以得到正弦形状波导的共形变化，如图 2.11 所示。正弦形状波导的弯曲半径如图 2.11(a)所示，其共形变换直波导的折射率分布在图 2.11(b)中给出。

对于半径变化更为复杂的情况，例如在第三章会具体介绍的弯曲加速波导：

$$r(v) = \frac{r_0'}{\ln(n_0' \sqrt{1 - av} - n_1')}。 \quad (2.21)$$

我们在图 2.12 中给出了它的共形变换的折射率分布。

2.5 本章小结

本章介绍了波导器件在集成光子学中的应用。通过具体分析传统直波导和固定半径的圆弧形弯曲波导，我们发现弯曲半径对于波导模式传输有着重要的影响。另外，通过对比分析直波导和均匀弯曲波导的对称性，我们发现如果要拓展片上

非线性光子器件的带宽，渐变半径的弯曲波导更具有优势。

本章我们还建立了渐变弯曲波导共形变换的普适理论模型，可以用于分析任意解析函数描述的半径的弯曲波导。我们证明了这个模型在半径为常数的情况下与以往的对数共形变换是一致的。此外，基于这个理论模型，我们还给出了不同形状弯曲波导共形变换的例子，进一步证明了这个理论模型的有效性和普适性。在接下来的章节，我将以这个理论为基础展开更为具体的研究。

参考文献

- [1] Ready J F. Chapter 23 - Integrated Optics [M]. Industrial Applications of Lasers (Second Edition), Academic Press,. 1997: 546-58.
- [2] D Arbel N S K. Optical Processing Systems [M]. Encyclopedia of Modern Optics. 2005: 69-77.
- [3] Wang C, Zhang M, Chen X, et al. Integrated lithium niobate electro-optic modulators operating at CMOS-compatible voltages [J]. Nature, 2018, 562(7725): 101-104
- [4] He M, Xu M, Ren Y, et al. High-performance hybrid silicon and lithium niobate Mach-Zehnder modulators for 100 Gbit s⁻¹ and beyond [J]. Nature Photonics, 2019, 13(5): 359-364.
- [5] Marpaung D, Yao J, Capmany J. Integrated microwave photonics [J]. Nature Photonics, 2019, 13(2): 80-90.
- [6] Wang J, Sciarrino F, Laing A, et al. Integrated photonic quantum technologies [J]. Nature Photonics, 2020, 14(5): 273-284.
- [7] Beller J, Shao L. Acousto-optic modulators integrated on-chip [J]. Light: Science & Applications, 2022, 11(1): 240.
- [8] Luo W, Cao L, Shi Y, et al. Recent progress in quantum photonic chips for quantum communication and internet [J]. Light: Science & Applications, 2023, 12(1): 175.
- [9] Leuthold J, Koos C, Freude W. Nonlinear silicon photonics [J]. Nature Photonics, 2010, 4(8): 535-544.
- [10] Heck M J R, Bauters J F, Davenport M L, et al. Hybrid Silicon Photonic Integrated Circuit Technology [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2013, 19(4): 6100117.
- [11] Thomson D, Zilkie A, Bowers J E, et al. Roadmap on silicon photonics [J]. Journal of Optics, 2016, 18(7): 073003.
- [12] Fandiño J S, Muñoz P, Doménech D, et al. A monolithic integrated photonic microwave filter [J]. Nature Photonics, 2017, 11(2): 124-129.
- [13] Bull J D, Jaeger N a F, Kato H, et al. 40-GHz electro-optic polarization modulator for fiber optic communications systems; proceedings of the Photonics North, F, 2004 [C].
- [14] Haffner C, Heni W, Fedoryshyn Y, et al. All-plasmonic Mach-Zehnder modulator enabling optical high-speed communication at the microscale [J]. Nature Photonics, 2015, 9(8): 525-528.
- [15] Zhang W, Yao J. On-chip silicon photonic integrated frequency-tunable bandpass microwave photonic filter [J]. Optics Letters, 2018, 43(15): 3622-3625.
- [16] Wang C, Zhang M, Stern B, et al. Nanophotonic lithium niobate electro-optic

- modulators [J]. *Optics Express*, 2018, 26(2): 1547-1555.
- [17] Yang K Y, Oh D Y, Lee S H, et al. Bridging ultrahigh-Q devices and photonic circuits [J]. *Nature Photonics*, 2018, 12(5): 297-302.
- [18] Alexander K, George J P, Verbist J, et al. Nanophotonic Pockels modulators on a silicon nitride platform [J]. *Nature Communications*, 2018, 9(1): 3444.
- [19] Wang C, Zhang M, Chen X, et al. Integrated lithium niobate electro-optic modulators operating at CMOS-compatible voltages [J]. *Nature*, 2018, 562(7725): 101-104.
- [20] Tanzilli S, Tittel W, De Riedmatten H, et al. PPLN waveguide for quantum communication [J]. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 2002, 18(2): 155-160.
- [21] Takesue H, Tokura Y, Fukuda H, et al. Entanglement generation using silicon wire waveguide [J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 91(20): 201180.
- [22] Politi A, Cryan M J, Rarity J G, et al. Silica-on-Silicon Waveguide Quantum Circuits [J]. *Science*, 2008, 320(5876): 646-649.
- [23] Matthews J C F, Politi A, Stefanov A, et al. Manipulation of multiphoton entanglement in waveguide quantum circuits [J]. *Nature Photonics*, 2009, 3(6): 346-350.
- [24] Sansoni L, Sciarrino F, Vallone G, et al. Polarization Entangled State Measurement on a Chip [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(20): 200503.
- [25] Crespi A, Ramponi R, Osellame R, et al. Integrated photonic quantum gates for polarization qubits [J]. *Nature Communications*, 2011, 2(1): 566.
- [26] Pernice W H P, Schuck C, Minaeva O, et al. High-speed and high-efficiency travelling wave single-photon detectors embedded in nanophotonic circuits [J]. *Nature Communications*, 2012, 3(1): 1325.
- [27] Corrielli G, Crespi A, Geremia R, et al. Rotated waveplates in integrated waveguide optics [J]. *Nature Communications*, 2014, 5(1): 4249.
- [28] Jin H, Liu F M, Xu P, et al. On-Chip Generation and Manipulation of Entangled Photons Based on Reconfigurable Lithium-Niobate Waveguide Circuits [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(10): 103601.
- [29] Zhang X, Bell B A, Mahendra A, et al. Integrated silicon nitride time-bin entanglement circuits [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(15): 3469-3472.
- [30] Heiblum M, Harris J H. Analysis of curved optical-waveguides by conformal transformation [J]. *IEEE J Quantum Electron*, 1975, QE11(2): 75-83.
- [31] Frateschi N C, Levi A F J. Resonant modes and laser spectrum of microdisk lasers [J]. *Applied Physics Letters*, 1995, 66(22): 2932-2934.
- [32] Lenz G, Talanina I, De Sterke C M. Bloch Oscillations in an Array of Curved Optical Waveguides [J]. *Physical Review Letters*, 1999, 83(5): 963-966.

- [33] Lipson M. Guiding, modulating, and emitting light on Silicon-challenges and opportunities [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2005, 23(12): 4222-4238.
- [34] Schermer R T. Mode scalability in bent optical fibers [J]. *Optics Express*, 2007, 15(24): 15674-15701.
- [35] Schermer R T, Cole J H. Improved Bend Loss Formula Verified for Optical Fiber by Simulation and Experiment [J]. *IEEE J Quantum Electron*, 2007, 43(10): 899-909.
- [36] Jahani S, Kim S, Atkinson J, et al. Controlling evanescent waves using silicon photonic all-dielectric metamaterials for dense integration [J]. *Nature Communications*, 2018, 9(1): 1893.

第三章 基于共形变换的集成宽带非线性光学波导

3.1 引言

近年来，光通信领域取得了迅猛发展，为了满足日益增长的数据传输和数据存储需求，人们对于提高通信网络的传输速度和效率有着迫切的需求[1-6]。其中，频率作为光子的一个重要自由度，在信息编码中具有重要作用，更大的频率带宽意味着更高的数据传输速率和信息容量。因此宽带光子器件对于高速光通信十分重要[7-11]。在此背景下，宽带非线性光学器件崭露头角，成为了现代光通信中不可或缺的重要组成部分。这些器件通过利用光与物质的非线性相互作用，如频率转换、自相位调制、自频移和非线性折射率等，实现了诸多优越性能，为光通信系统的性能提升和新型应用的实现提供了有力支持[12-16]。例如在集成量

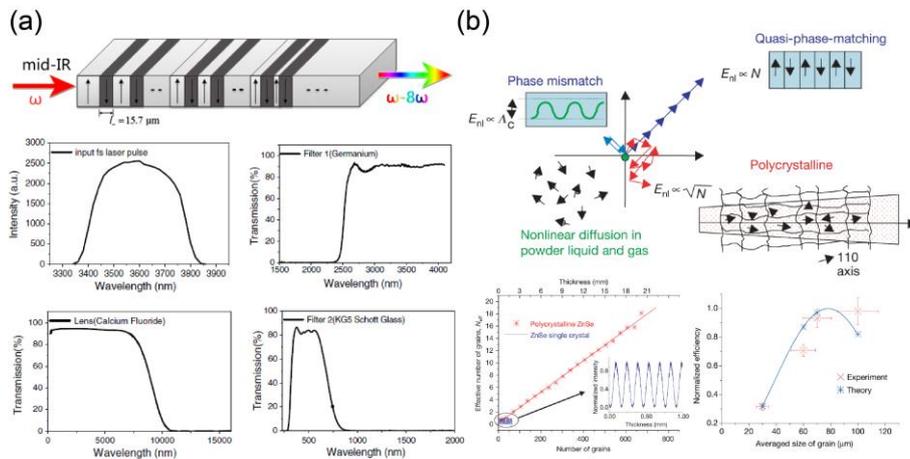


图 3.1 体块中的宽带非线性。(a) 2015 年，李志远教授课题组对红外外飞秒脉冲激光器泵浦下产生高次谐波的啁啾周期极化铌酸锂体块的结构示意图，向上向下的箭头分别表示正域和负域。通过这样设计的样品，可以实现超宽带的二阶非线性效应，从而实现可见光白光束。(b) 2004 年，Rosencher 等人利用高透明度多晶材料中的相对相位的随机运动，即“随机准相位匹配”的方法可以实现在各种通信材料中的有效相位匹配，从而用于实现宽带的非线性频率转换。

子芯片、长波光子探测、材料光谱分析、微波光子学、宽带光谱探测、分子传感和光谱学等方面都具有广泛的应用[16-23]。宽带非线性光学器件的重要性体现在多个方面。首先，它们能够实现光信号的调制和处理，从而提高光通信系统的灵活性和适应性。通过非线性效应，可以实现光信号的波长转换、波形调制和光信号的重新配置，进而实现更高效、更快速的数据传输。其次，宽带非线性光学器件在光信号放大和频率转换等方面具有独特的优势，为光通信系统的增益控制和频率调整提供了便利。此外，这些器件还可用于光信号的生成、调制和解调，拓展了光通信系统的功能和应用领域。

目前非线性晶体的生长技术和应用都已成熟，例如三硼酸锂(LBO)、低温相偏硼酸钡(BBO)、铌酸锂(LN)、磷酸二氢钾(KDP)、砷化镓(GaAs)等等。如何在这些晶体中实现宽带的非线性过程是一个值得探究的问题，已经提出的解决方案有级联、随机准相位匹配、或者啁啾极化等等（图 3.1）[24, 25]。然而随着集成光子芯片的飞速发展，包括发射器、调制器、波分复用器，片上非线性光学器件也迫切需提高带宽。为了解决这个问题，目前已经提出了一些解决方法，例如级联不同宽度的波导[26]、微环谐振器（图 3.2）[27-29]、零折射率材料波导[23]、群速度色散(Group velocity dispersion, GVD)调控等（图 3.3）[17, 30-33]。另外，

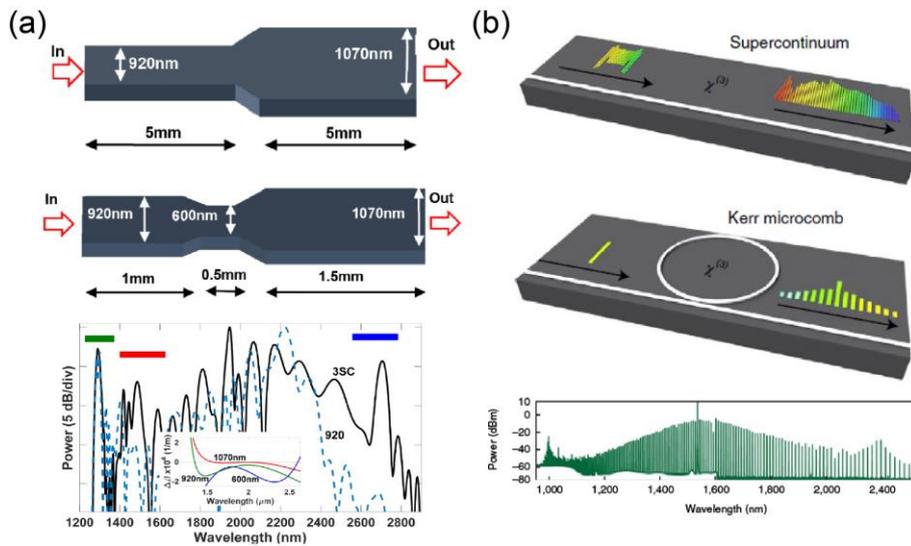


图 3.2 片上的级联波导和谐振器产生宽带非线性。(a)级联不同宽度的波导，不同宽度波导对应不同的群速度色散。这种级联方式可以产生宽带的超连续谱。(b)超连续谱的产生和微环谐振器产生克尔光频梳。

尽管集成光学微腔的频率梳为设计多频率光源提供了可能的途径,但输出信号在宽带频谱上并不是严格连续的。人们更广泛地利用群速度色散 (GVD)调控来实现波导的宽带非线性过程。例如,硅波导中的三阶非线性 ($\chi^{(3)}$)过程,可以通过 GVD 调控实现宽带四波混频。通过 GVD 调控,还观察到了与二次非线性 ($\chi^{(2)}$)相关的宽带非线性效应,并且在周期性极化铌酸锂 (PPLN) 波导中产生了纠缠光子[34]。然而,由于非线性材料中的色散效应,这些方法严重依赖材料的特性,仅可以在特定材料和特定非线性过程实现有限的带宽展宽,或是以牺牲转换效率为代价。所以目前,仍然缺乏一个普适的设计方案,用于设计不依赖于材料、非线性过程和工作环境的片上宽带非线性光子器件。

接下来,我们将基于共形变换光学 (CTO) 理论提出一种在光子芯片上设计

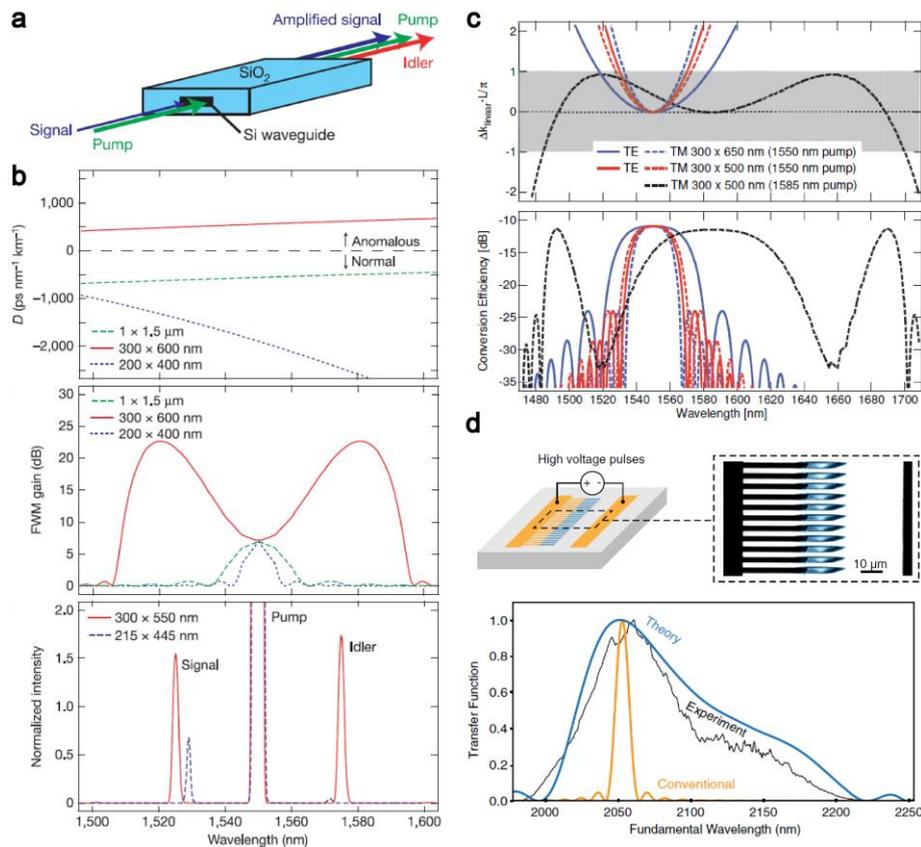


图 3.3 通过群速度色散调控实现宽带非线性。(a)硅波导中的四波混频和参量放大。(b)通过调控波导尺寸来调控群速度色散,从而达到宽带的参量放大和四波混频。(c)通过调控波导的宽度,调控其中 TE 模式和 TM 模式的群速度色散,从而获得相应模式的宽带四波混频转换光谱。(d)周期极化的铌酸锂波导也可以通过调控其横截面来调控色散,以达到宽带倍频的结果。

宽带非线性光学器件的通用方法。此方法不限于 $\chi^{(2)}$ 或 $\chi^{(3)}$ ，可以应用于不同种类的非线性过程。在第一章，我们已经介绍了变换光学理论[35, 36]，该理论通过将电磁材料的设计与空间坐标变换相结合，从而实现了对电磁波的调控。基于该理论，人们实现了各种新颖的应用，包括隐形[37-40]、幻视[41]和模拟广义相对论效应[42-48]。但是，该理论需要材料满足各向异性和不均匀性，实际实现非常具有挑战性。本章使用的共形变换光学[35, 49]则避免了变换光学中需要满足的各向异性特征，使得实验更易实现，尤其是高频波段（例如红外、可见光和更高频率）。共形变换设计的光学器件，诸如宽带光采集器[50]、伦伯透镜和麦克斯韦鱼眼透镜等完美透镜[51, 52]也在实验中被实现。在所有相关的实验实现中，共形变换光学主要应用于线性光学领域。本章我将使共形变换光学的应用从线性光学领域扩展到非线性光学领域。

基于共形变换，我们提出的方案可以实现集成宽带非线性光学器件的设计[53]。为了验证方案的有效性，本章以铌酸锂波导上的弯曲加速波导（curved accelerating waveguide, CAW）中的二阶非线性过程为例，分析了其中的和频过程（sum-frequency generation, SFG）。通过和频过程实现近红外的频率上转换探测（Frequency Upconversion），用实际实验证实了方案的有效性。频率上转换探测技术在现代光学和光电子领域中具有广泛的应用[54-60]。这项技术利用非线性光学效应将光信号从低频率区域（例如红外、中红外等）转换到高频区域（例如紫外、可见光等），从而实现对于波长或频率的选择性探测和处理。频率上转换探测技术已经在光通信、激光雷达、光谱分析、生命科学等领域展现了出色的性能和应用前景。本章介绍的弯曲加速波导在实验上可以实现宽带的频率上转换探测。弯曲加速波导具有相同的横截面和长度，但是在传播方向上具有变化的弯曲半径。通过共形变换可以将具有变化曲率半径的均匀材料波导结构变换为空间上折射率分布非均匀的直波导结构。不同加速度大小的弯曲加速波导具有不同的半径变化梯度。通过调控加速度参数，可以调控频率上转换的带宽大小，加速度越大，频率上转换的带宽则越宽。相比较于传统的直波导，我们的方案可以将带宽提升四倍。需要特别指出的是，本章展示的宽带频率上转换实验只是一个特定的应用。此方法可以很容易地扩展到其它非线性过程，无论是二阶非线性还是三阶非线性过程（包括倍频、差频、参量振荡、参量放大、四波混频等等），并且可

以使用各种非线性材料（无机材料、有机材料、半导体材料等等）。此外，还需要特别指出的是，本章实验实现的弯曲加速波导结构具有以下优势：无需极化过程，易于集成到芯片上，对温度具有鲁棒性，并且与 CMOS 工艺兼容。

3.2 设计具有梯度曲率的加速弯曲波导的共形变换方法

本节介绍利用共形变换光学方法设计如图 3.4 所示的弯曲加速波导的方法。

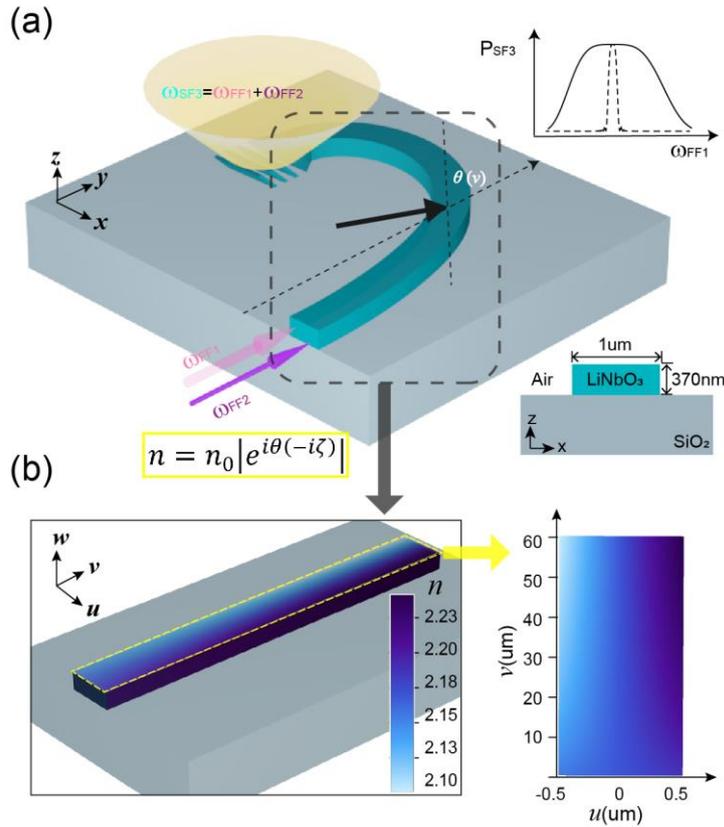


图 3.4 弯曲加速波导的结构图。(a) 铌酸锂薄膜上的弯曲加速波导，其所在的空间为真实的物理空间 (x, y, z) 。波导切向与 y 轴的夹角为 $\theta(v)$ ，其中 v 为虚拟空间中的坐标轴。子图给出了波导的横截面结构和材料，以及产生的宽带频率上转换效果图。(b) 经过共形变换 $n = n_{\xi} |e^{i\theta(-i\zeta)}|$ 后，虚拟空间 (u, v, w) 中相应直波导的折射率分布，右边子图给出了变换后折射率分布的俯视图，颜色的深浅表示折射率的大小。

波导的横截面保持不变但弯曲半径随传播方向逐渐变化。图 3.4(a)的右下角子图给出了波导截面的材料和结构参数，这个宽度为 $1 \mu\text{m}$ ，总长度为 $60 \mu\text{m}$ 的波导，刻蚀在厚度为 370 nm 的 z 切薄膜铌酸锂上。要将此真实物理空间 (x, y, z) 中的弯曲

加速波导变换为图 3.4(b)所示的虚拟空间 (u, v, w) 中具有非均匀折射率分布的直波导, 可以利用第二章所提出的普适共形变换理论 $n = n_\xi |e^{i\theta(-i\zeta)}|$ 。波导的切向与 y 轴的夹角为 $\theta(v)$, 其中 v 为虚拟空间中波导传播方向的坐标轴。对于本章提出的弯曲加速波导, 其弯曲半径变化满足以下公式,

$$r(v) = \frac{r_0'}{\ln(n_0'\sqrt{1-av} - n_1')}, \quad (3.1)$$

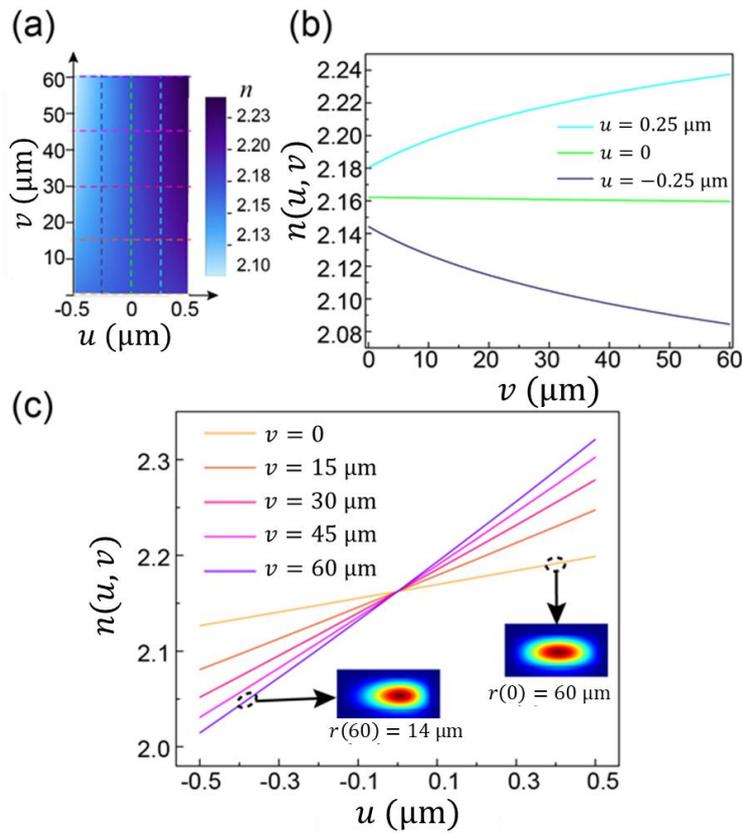


图 3.5 弯曲加速波导的折射率分布和模场分布。(a) 变换后波导在 (u, v) 面的折射率分布。为了更清晰地表示折射率的分布, (b) 我们用不同颜色的曲线给出了当 $u = -0.25 \mu\text{m}, 0 \mu\text{m}, 0.25 \mu\text{m}$ 时, 折射率沿 v 的变化趋势。(c) 们用不同颜色的曲线给出了当 $v = 0, 15 \mu\text{m}, 30 \mu\text{m}, 45 \mu\text{m}, 60 \mu\text{m}$ 时, 折射率沿 u 的变化趋势。(c) 图还给出了 $v = 0$ 和 $v = 60 \mu\text{m}$ 处的模场分布。

其中 $r_0' = 25.56 \mu\text{m}$, $n_0' = 1847.7$, $n_1' = 1849.2$ 为初始条件决定的常数, a 是定义弯曲波导变化梯度的加速度参数。由图 3.4 可以看出, 在物理空间中, 波导具有均匀的材料参数分布和变换的弯曲半径, 而在虚拟空间中, 其转变为具有不均

匀折射率分布的直波导。

为了更清晰的理解折射率的分布，我们在图 3.5 中给出了 (u, v) 平面中 u 不变

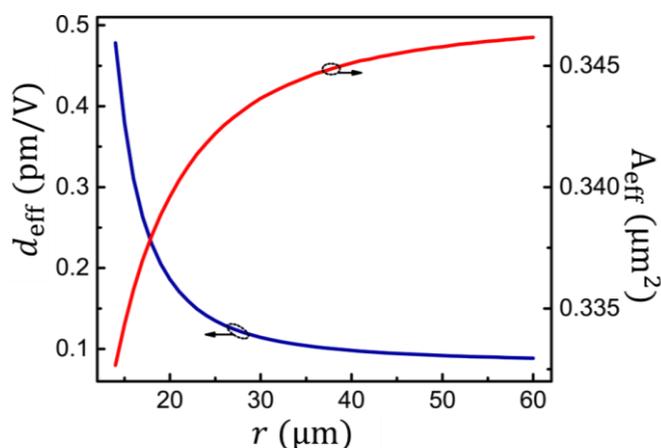


图 3.6 弯曲波导的有效模式面积（红色，右）和有效非线性系数（蓝色，左）的大小随半径的变化趋势。

($u = -0.25 \mu\text{m}, 0 \mu\text{m}, 0.25 \mu\text{m}$) 时，折射率沿 v 的变化趋势（图 3.5(b)），和 v 不变($v = 0, 15 \mu\text{m}, 30 \mu\text{m}, 45 \mu\text{m}, 60 \mu\text{m}$)时，折射率沿 u 的变化趋势（图 3.5(c)）。可以看出，半径沿传播方向逐渐变小，而横向的折射率梯度也随之变大，这使得波导中的本征模场分布不对称性变大，模场将被压缩在更小的有效模式面积中，能量倾向右侧聚集。模场分布的扭曲同时也将导致非线性相互作用中不同频率场模式之间的交叠积分发生改变，从而影响有效非线性系数的大小。图 3.6 给出了本章所涉及的1064 nm波长的 TM 基模的有效模式面积和相应和频过程有效非线性系数随半径的变化关系。总的来说，变形的场分布会导致两个效应：1) 倾向于减小弯曲加速波导中模场的有效模式面积，从而增强参与非线性相互作用的电场强度（相同功率下，较小的有效模场面积会在波导中引起较大的电场强度， $I_{NL} = P/A_{\text{eff}}$ ），如图 3.6 中的红线所示；2) 相对于 $u = 0$ ，模场分布是不对称的，增加了基模和高阶模式之间的模式重叠。这两个效应都有助于增强有效非线性系数，如图 3.6 中的蓝线所示。

接下来，考虑到光场在波导中的传播，我们着重关注如公式(3.1)变化的波导中沿 v 方向的本征传播波矢 k_v 。根据其变换为直波导后在虚拟空间 (u, v, w) 的折射率分布，我们可以分析其有效模式折射率沿传播方向的变化。通过仿真计算波导本征模式的有效模式折射率 $n_{\text{eff}} = k_v/k_0$ ，其中 $k_0 = \omega/c$ 为真空中的波矢。结果

发现在公式(3.1)这样的弯曲加速波导中,有效模式折射率随传播方向的变化可以表示为如下,

$$n_{\text{eff}}(v, \omega) = n_{\text{eff}}(0, \omega) \sqrt{1 - a(\omega)v}, \quad (3.2)$$

这里的 $a(\omega)$ 表示加速度参数,是关于频率的函数。根据公式(3.2)可以看出,更大的加速度对应于更大的有效模式指数梯度,进而补偿不同频率下的相位失配,从而产生宽带非线性频率转换过程。图 3.7 给出了相同波导长度 $L=60 \mu\text{m}$ 的弯曲加速波导在初始半径为 $r(0) = 60 \mu\text{m}$, 不同结尾半径 $r(L) = 40 \mu\text{m}, 30 \mu\text{m}, 25 \mu\text{m}, 20 \mu\text{m}, 15 \mu\text{m}$ 的加速度参与波长的关系。可以看出同一弯曲加速波导受波长影响很小,因此我们选择其中一个波长定义波导加速度大小即可,这里我们选择 $\lambda = 960 \text{ nm}$ 。

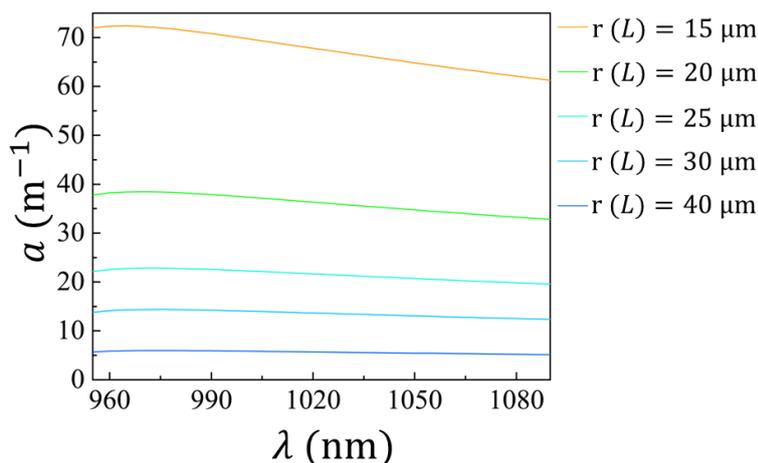


图 3.7 相同长度 $L=60 \mu\text{m}$ 的弯曲加速波导在初始半径为 $r(0) = 60 \mu\text{m}$, 不同结尾半径 $r(L) = 40 \mu\text{m}, 30 \mu\text{m}, 25 \mu\text{m}, 20 \mu\text{m}, 15 \mu\text{m}$ 的加速度参与波长的关系。

为了对比不同加速参数下波导的性质,我们设计了十一个不同加速度下的弯曲加速波导和一个半径不变的波导(为了保证实验的完整性,我们同时设计了相同长度的直波导和弯曲半径为 $60 \mu\text{m}$ 的波导)进行对比,如图 3.8 中不同颜色曲线所示,以 $\lambda = 1064 \text{ nm}$ 的 TM_0 模式定义不同的波导加速度,那么不同加速波导的加速度参数分别为 $a = 1.88 \text{ m}^{-1}, 5.34 \text{ m}^{-1}, \dots, 73.43 \text{ m}^{-1}$ 。其中,图 3.8(a) 为不同弯曲加速波导的弯曲半径随传播方向的变化,可以看出加速波导的弯曲半

径沿传播方向减小，且加速度越大的波导半径变化梯度越大。

图 3.8(b)给出了不同加速度的弯曲加速波导在波长 $\lambda = 1064 \text{ nm}$ 时，其中的 TM_0 模式（子图给出了其模场的分布）的有效模式折射率随传播方向的变化，可以看出加速度越大，有效模式折射率的变化越明显。

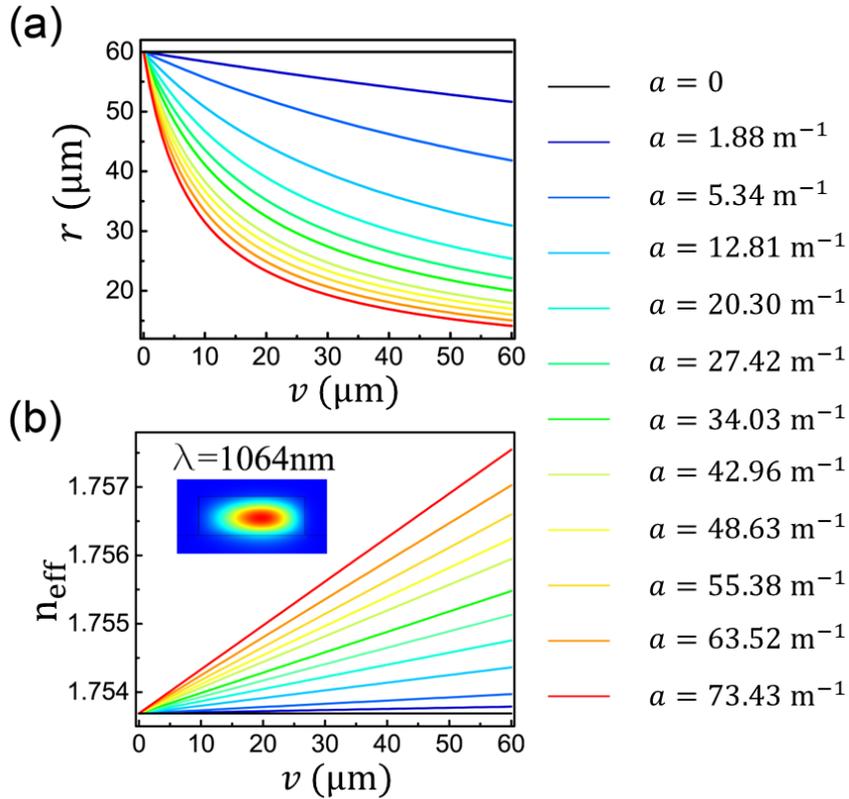


图 3.8 不同弯曲加速波导的半径(a)和有效模式折射率(b)随传播方向的变化关系。曲线的不同颜色代表不同的加速度，右侧图例给出了具体的加速度大小。图(b)为波长 $\lambda = 1064 \text{ nm}$ 时 TM_0 模式的有效模式折射率，子图给出了相应的模场分布图。

3.3 加速弯曲波导中的宽带频率上转换

本节将论述弯曲加速波导是如何提供有效的方法实现宽带非线性过程的。首先我们定义虚拟空间 (μ, v, w) 中的电场为 $\mathbf{E}(\mu, v, w, t) = A(v)\mathbf{F}_T(\mu, w)e^{i(kv-\omega t)}$ ，其中沿传播方向 v 轴的电场分量为 $E_v(v, t) = A(v)e^{i(kv-\omega t)}$ ， $A(v)$ 为 v 轴方向的电场

振幅，为了简便，后文我们用 E 表示 E_v 。电场的横向分量由 $\mathbf{F}_T(u, w)$ 表示。这里的 $k = 2\pi n_{\text{eff}}/\lambda$ ，即为上一节中提到沿 v 轴的 k_v 。

接下来考虑沿 v 轴方向的电场。由于其有效模式折射率 n_{eff} 的演化如公式(3.2)所描述，那么电场的传播方程可以表示为，

$$\nabla^2 E - \frac{n_{\text{eff}}^2(0, \omega)(1 - av)}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0。 \quad (3.3)$$

上述传播方程的解可以写为如下形式，

$$E = \text{Ai} \left[\left(\frac{n_{\text{eff}}(0, \omega)k_0}{2a} \right)^{3/2} (av - 1) \right] + i \text{Bi} \left[\left(\frac{n_{\text{eff}}(0, \omega)k_0}{2a} \right)^{3/2} (av - 1) \right], \quad (3.4)$$

其中， $\text{Ai}(\cdot)$ 和 $\text{Bi}(\cdot)$ 分别为第一类和第二类艾里函数。在有效模式折射率沿传播方向缓变的情况下，这个方程的解可以近似写为，

$$E \sim (1 - av)^{-1/4} \exp[i\phi(v, \omega)], \quad (3.5)$$

这里， $\phi(v, \omega)$ 为共形变换后的电场相位，是关于传播方向 v 和加速度 a 的二次数，具体形式为 $\phi(v, \omega) = n_{\text{eff}}(0, \omega)k_0(v - av^2/4)$ 。

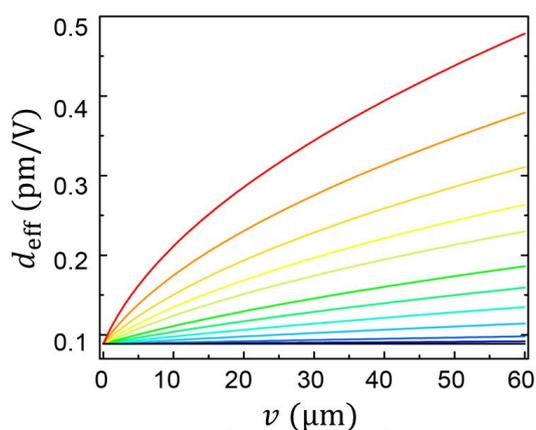


图 3.9 不同弯曲加速波导的有效非线性系数随传播方向 v 的演化，不同颜色任表示不同加速度大小。加速度越大，有效非线性系数增加的更强。

当得到弯曲加速波导中模场的线性传播规律后,就可以分析其中的非线性相互作用。这里由于考虑以二阶非线性和频过程 $\omega_{\text{FF1}} + \omega_{\text{FF2}} = \omega_{\text{SF3}}$ 为例(FF1、FF2、SF3分布表示基频1、基频2、和频3, fundamental frequency 1, fundamental frequency 2, sum frequency 3), 将传播方程的近似解公式(3.5)代入二阶非线性极化方程 $\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}^2$ 中, 假设泵浦光 ω_{FF2} 的功率在传输过程中无损耗, 弯曲加速波导中的非

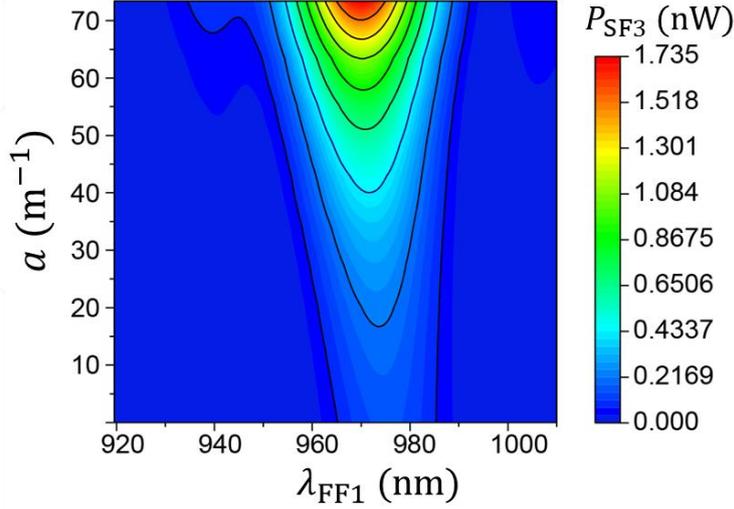


图 3.10 相同入射功率下, 经过弯曲加速波导产生的和频功率 P_{SF3} 的大小。其中横坐标为基频 λ_{FF1} , 基频 $\lambda_{\text{FF2}} = 1064 \text{ nm}$, 纵坐标为加速度参数, 等高图中的颜色表示表示 P_{SF3} 的大小, 具体数值由右侧图例给出。

线性和频耦合波方程可以写为如下形式,

$$\begin{aligned} \frac{dA_{\text{FF1}}}{dv} &= \kappa_{13} A_{\text{FF2}}^* A_{\text{SF3}} e^{-i\Delta\phi}, \\ \frac{dA_{\text{SF3}}}{dv} &= \kappa_{31} A_{\text{FF2}} A_{\text{FF1}} e^{i\Delta\phi}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

其中, $\Delta\phi = \phi_{\text{SF3}} - \phi_{\text{FF2}} - \phi_{\text{FF1}}$ 为相位差, κ_{31} 和 κ_{13} 为与加速度 a_{FF1} , a_{FF2} , a_{SF3} 和有效非线性系数 \tilde{d}_{eff} 相关的非线性耦合系数, 具体表示如下,

κ_{13}

$$= \frac{-8\pi^2(1 - a_{\text{FF1}}v)^{\frac{5}{4}}\tilde{d}_{\text{eff}}}{\left[\frac{\lambda_{\text{FF1}}^2}{4}a_{\text{FF1}} + 2\pi i\lambda_{\text{FF1}}n_{\text{FF1}}(2 - 3a_{\text{FF1}}v + a_{\text{FF1}}^2v^2)\right](1 - a_{\text{FF2}}v)^{\frac{1}{4}}(1 - a_{\text{SF3}}v)^{\frac{1}{4}}} \quad (3.7)$$

 κ_{31}

$$= \frac{-8\pi^2(1 - a_{\text{SF3}}v)^{\frac{5}{4}}\tilde{d}_{\text{eff}}}{\left[\frac{\lambda_{\text{SF3}}^2}{4}a_{\text{SF3}} + 2\pi i\lambda_{\text{SF3}}n_{\text{SF3}}(2 - 3a_{\text{SF3}}v + a_{\text{SF3}}^2v^2)\right](1 - a_{\text{FF2}}v)^{\frac{1}{4}}(1 - a_{\text{FF1}}v)^{\frac{1}{4}}}$$

这里， $\tilde{d}_{\text{eff}} = \left| \int dx dy \mathbf{F}_{T-\text{SF3}}: \vec{d} \cdot \mathbf{F}_{T-\text{FF1}} \mathbf{F}_{T-\text{FF2}}^* \right|$ 为有效非线性系数。 $\mathbf{F}_{T-\text{SF3}}$ ， $\mathbf{F}_{T-\text{FF1}}$ 和 $\mathbf{F}_{T-\text{FF2}}$ 为不同频率模场的电场横向分量， \vec{d} 为铌酸锂的与二阶非线性相关的 3×6 矩阵。这样就可以得到不同加速度的弯曲加速波导中有效非线性系数随传播方向的变化，如图 3.9 所示。

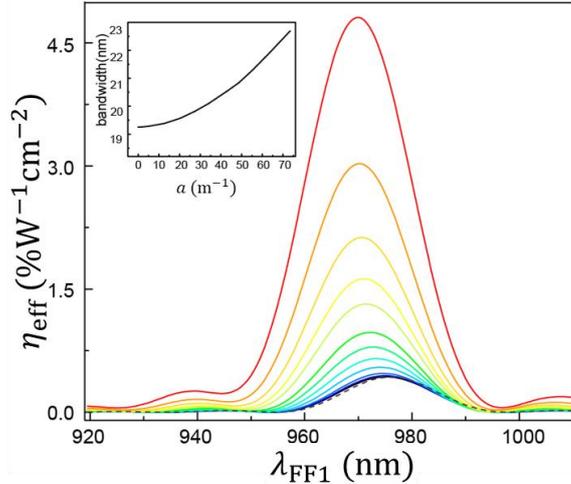


图 3.11 不同弯曲加速波导的归一化和频转换效率的对比。不同颜色代表不同加速度大小，其中黑色虚线表示相同长度 $L = 60 \mu\text{m}$ 的直波导。子图为带宽与加速度的关系。

这样我们就可以根据耦合波方程(3.6)计算出和频的转换效率。向波导中入射相同的基频功率，如图(3.10)所示，可以得到经过弯曲加速波导产生的和频功率 P_{SF3} 的大小。其中横坐标为基频 λ_{FF1} ，基频 $\lambda_{\text{FF2}} = 1064 \text{ nm}$ ，纵坐标为加速度参数，等高图中的颜色表示表示 P_{SF3} 的大小，具体数值由右侧图例给出。根据此图可以看出，弯曲加速波导可以增加非线性和频过程的带宽，并且带宽的增加不以

牺牲频率转换效率为代价。对于不同加速度大小的弯曲加速波导，加速度越大，其带宽增加的越多。

以上一节中设计的十一个不同加速度的弯曲加速波导为例 ($a = 1.88, 5.34, \dots, 73.43 \text{ m}^{-1}$)，我们对比了相同长度 ($L = 60 \mu\text{m}$) 的均匀弯曲波导 ($a =$

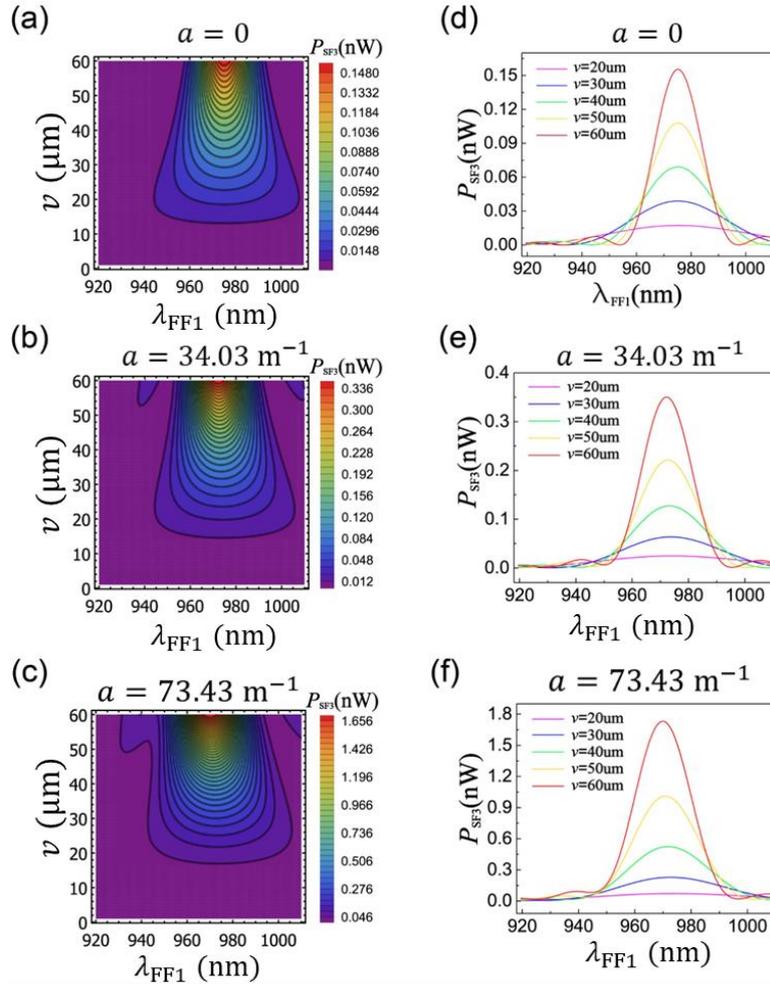


图 3.12 不同加速度弯曲加速波导的和频转换效率与传播距离的关系。分别以(a) $a = 0$, (b) $a = 34.03 \text{ m}^{-1}$, (c) $a = 73.43 \text{ m}^{-1}$ 为例，横坐标为基频 λ_{FF1} 波长，纵坐标为传播距离 v ，不同颜色表示和频的功率，具体由每个图右侧的图例给出。其中(d) (e) (f) 给出了这三个波导在 $v = 20, 30, 40, 50, 60 \mu\text{m}$ 处的转换效率与基频 λ_{FF1} 的关系。

0)和直波导与弯曲加速波导的和频转换效率的带宽。如图(3.11)所示，可以看出加速度越大，和频转换效率的带宽也越大，子图为带宽与加速度的关系。直波导(黑色虚线)与均匀弯曲波导(黑色实线)的对比也可以看出，单纯的均匀弯曲波导无论在转换效率还是带宽方面都不存在优势。同时，峰值转换效率从

$0.4314\%W^{-1} \text{ cm}^{-2}$ 增加到 $4.8155\%W^{-1} \text{ cm}^{-2}$ ，超过了直波导的十倍。因此，弯曲加速波导在增加带宽的同时，并不以牺牲转换效率为代价，这是超越以往实现宽带非线性频率转换的方法。

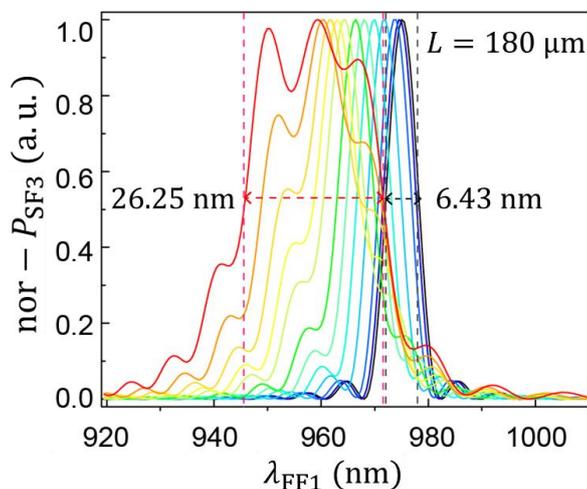


图 3.13 总长为 $L = 180 \mu\text{m}$ 的弯曲加速波导的归一化和频转换效率的对比。图中给出了 $a = 0$ 的波导带宽为 $6.43 \mu\text{m}$ ，而加速度为 $a = 73.43 \text{ m}^{-1}$ 的弯曲加速波导带宽可以增加超过四倍，达到 26.25 nm 。

为了更清晰地分析弯曲加速波导中的带宽增加机制，在图 3.12 中，我们以 $a = 0$ ， $a = 34.03 \text{ m}^{-1}$ ， $a = 73.43 \text{ m}^{-1}$ 这三个弯曲加速波导为例，给出了他们的和频转换效率与基频波长 λ_{FF1} 和传播距离 v 的关系。可以看出，对于加速度为零($a = 0$)的波导，即均匀弯曲波导来说，由于相位失配的原因，其带宽会随着传播距离增加而迅速减小。而对于弯曲加速波导来说，快速变化的相位差抑制了动量失配，导致了有效非线性频率转换覆盖了更大的带宽范围。并且随加速度增加，相位差的变化更加迅速，于是非线性频率的转换带宽也越大。

以上分析是基于较容易在实验上实现为基础，实际上，当弯曲波导的总长度增加时，带宽的增加更加明显。如图 3.13 给出了总长为 $L = 180 \mu\text{m}$ 的不同加速度的弯曲加速波导的归一化和频转换效率的对比。图中标出了 $a = 0$ 的波导带宽为 6.43 nm ，而加速度为 $a = 73.43 \text{ m}^{-1}$ 的弯曲加速波导带宽可以增加超过四倍，达到 26.25 nm 。

弯曲加速波导实际上是一个创新的概念，其有效模式折射率的分布并不仅限于公式(3.2)这一种形式。关于加速的有效模式折射率可以由更加普适的公式表示为如下形式，

$$n_{\text{eff}}(v, \omega) = n_{\text{eff}}(0, \omega)[1 - a(\omega)v]^\alpha \quad (3.8)$$

这里 $a(\omega)$ 依然是加速度参数。 α 表示不同次幂的加速形式，可以取任意值。当 $\alpha =$

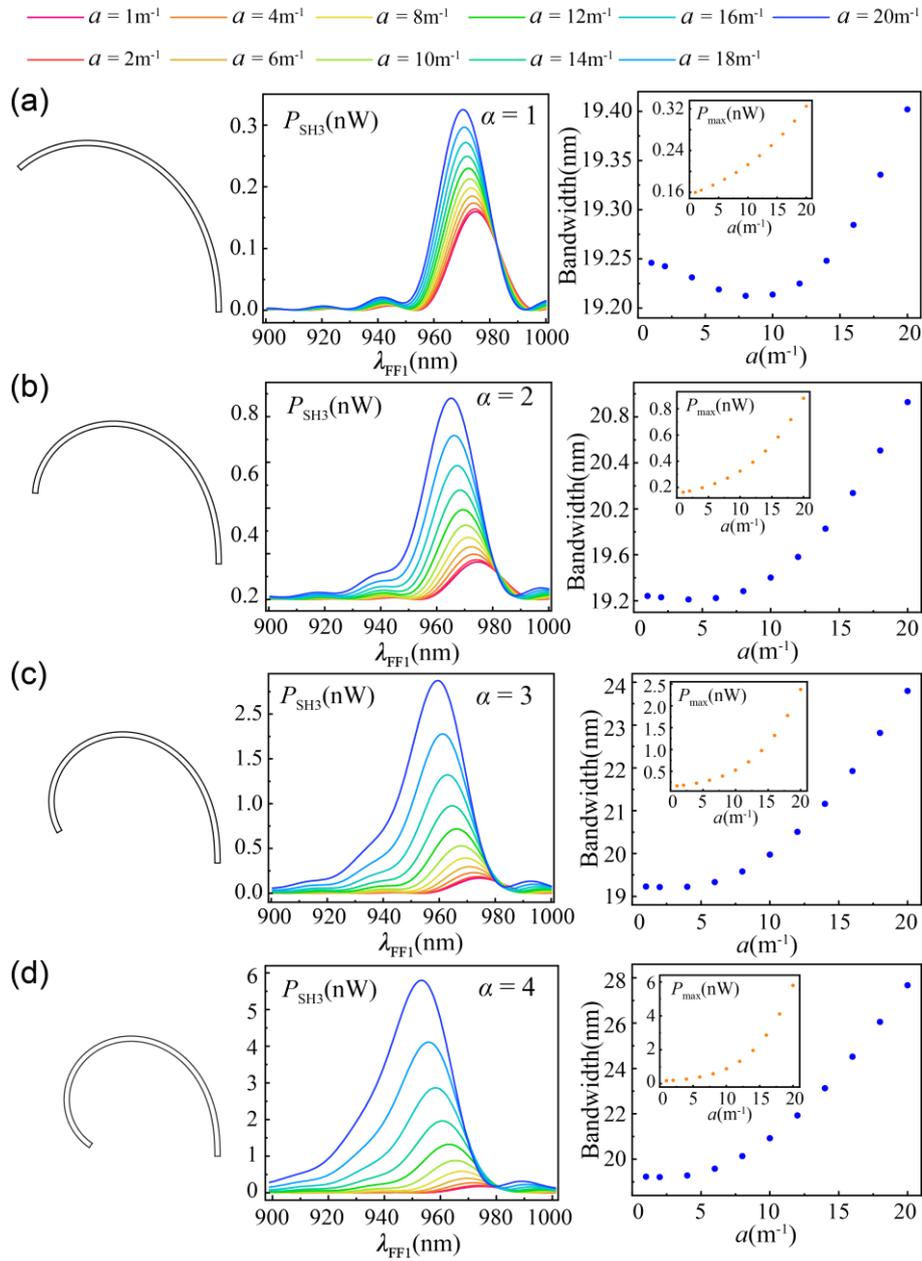


图 3.14 不同 α 次幂形式的加速波导在不同加速度情况下的带宽增加情况。(a) $\alpha = 1$, (b) $\alpha = 2$, (c) $\alpha = 3$, (d) $\alpha = 4$ 。图的最左侧给出了不同次幂的弯曲加速波导的形状。中间则给出了不同加速度的和频转换效率，不同颜色曲线代表不同加速度大小，具体值由最上方图例给出。最右侧图为带宽与加速度的关系，其中子图代表峰值转换效率与加速度的关系。

1/2时，即为前面具体分析的情况。

为了说明弯曲加速波导对于带宽增加效果的普适性，我们在图 3.14 中给出了 $\alpha = 1, 2, 3, 4$ 几种不同的情况。图中最左侧给出了相同加速度大小不同次幂的弯曲加速波导的形状。中间则给出了不同加速度的和频转换效率，不同颜色曲线代表不同加速度大小，具体值由最上方图例给出。最右侧图为带宽与加速度的关系，其中子图代表峰值转换效率与加速度的关系。结果可以看出，无论 α 取多大值，其非线性频率转换的带宽都会随着加速度增加而增加，同时峰值功率也会随着加速度增加而增加。

因此本章提出的弯曲加速波导是一个普适的设计方案，并不局限于具体分析的 $\alpha = 1/2$ 情况。根据公式(3.8)给出的情况，人们可以依据此设计各种形状的弯曲加速波导，

$$n_{\text{eff}}(v, \omega) = n_{\text{eff}}(0, \omega) \sum_{\alpha} (1 - a(\omega)v)^{\alpha}。 \quad (3.9)$$

3.4 加速弯曲波导的样品设计和加工

本节基于以上的理论分析，为了在实验上验证宽带的和频红外上转换探测，我们在薄膜铌酸锂波导上设计并加工了长度为 $L = 60 \mu\text{m}$ 的不同加速度的弯曲加速波导和均匀弯曲半径的波导进行对比。

实验中铌酸锂波导使用市售的 z 切绝缘体上铌酸锂(Lithium Niobate in insulator, LNOI) 晶圆 (NANOLN, 济南晶正电子有限公司) 进行制造。LNOI 为厚 370 nm 的顶部铌酸锂薄膜，粘合到 2 μm 的二氧化硅缓冲液上，并沉积在 500 μm 的 LN 基板上。波导的刻蚀工艺主要采用电子束光刻(e-beam lithography, EBL)的方法。在加工好波导主体后，通过磁控溅射将 50 nm 厚的银膜镀到样品上，这可以使接下来的聚焦离子束 (focused-ion-beam, FIB)刻蚀过程便于导电。然后，用双束扫描电镜 (FEI 双光束 HELIOS NANOLAB 600i, 30 keV, 80 pA) 针对所需的中心波长刻蚀出耦合输入和耦合输出光栅。最后，将样品浸入稀硝酸中去除银膜。样品的详细照片由 FIB 拍摄，图 3.15 给出了不

同加速度的弯曲加速波导的扫描电子显微镜(scanning electron microscope, SEM)

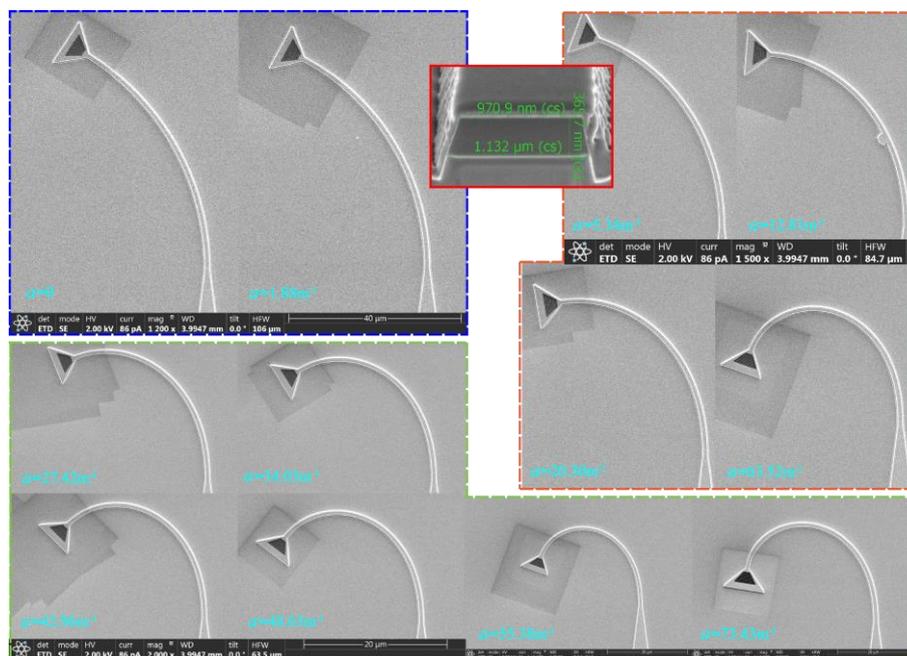


图 3.15 不同加速度的弯曲加速波导的样品 SEM 照片。加速度大小在每根波导的照片中标出。不同颜色框表示不同的放大倍数，其中蓝色框内的放大倍数为 1200 \times ，橙色框内为 1500 \times ，绿色框内为 2000 \times 。红框表示波导的横截面测量的值。

的图片。图中不同颜色框代表不同的放大倍数，其中蓝色框内的放大倍数为 1200 \times ，橙色框内为 1500 \times ，绿色框内为 2000 \times 。另外，通过切断其中一根波导，给出了实验样品的波导横截面结构和尺寸，如红框内所示，与理论仿真结构近似一致。

3.5 加速弯曲波导宽带和频的实验测试

根据理论分析，为了测试宽带的频率上转换，实验光路设计如图3.15所示,其中可调波长的飞秒脉冲激光器(Spectra-physics, Mai Tai HP)提供范围为 $\lambda_{FF1} \in [920 \text{ nm}, 1010 \text{ nm}]$ 的基频FF1，稳态激光器提供固定波长 $\lambda_{FF2} = 1064 \text{ nm}$ 的基频FF2。两束光通过半波片 (half-wave plate, HWP) 调控光场的偏振方向，然后由分束器 (beam splitter, BS) 合束，共同经过透镜 (Olympus Plan Achromat Objective 20x/0.4) 聚焦入射到样品的入射光栅中去。光场在波导中进行非线性相互作用，

产生的可见光和频信号由透镜（Zeiss Epiplan 40x/0.4）收集后经过滤波器滤波，再由探测器捕捉进行信号强度的测试。图3.16中可以看出，和频的测试联合了

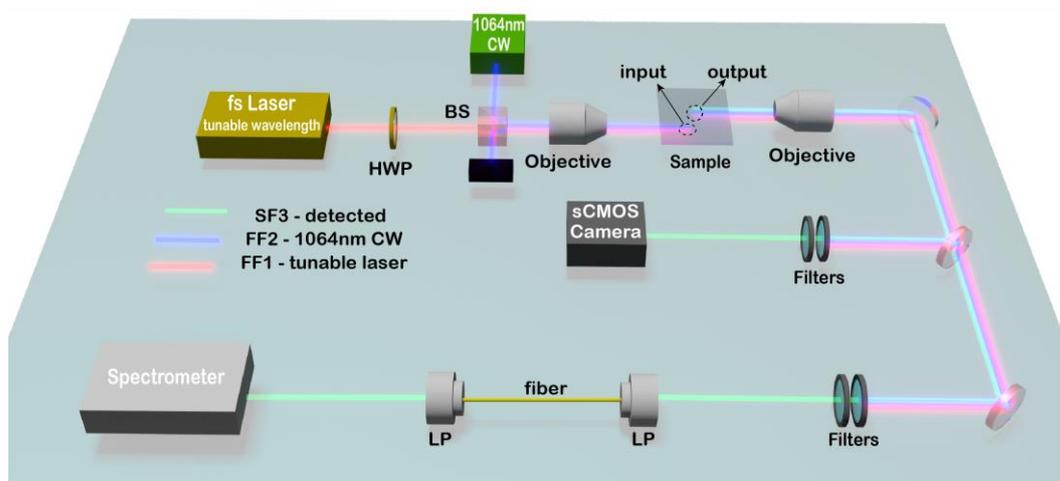


图 3.16 宽带频率上转换的实验光路设置。基频由一个固定波长为 1064 nm 的稳态光源和一个波长可调的飞秒激光器提供。

sCMOS相机（Hamamatsu, ORCA- Flash 4.0, C11440-42U）和普林斯顿光谱仪（PYLON, Princeton）进行测试。

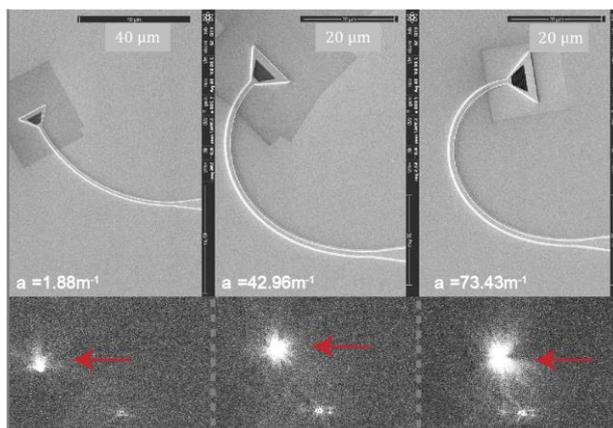


图 3.17 相同基频入射强度下，固定基频波长时不同加速度样品的和频转换效率对比。图中给出了 $a = 1.88 \text{ m}^{-1}$ ， $a = 42.96 \text{ m}^{-1}$ ， $a = 73.43 \text{ m}^{-1}$ 三个弯曲波导的 SEM 图片（上），以及基频 $\lambda_{\text{FF1}} = 960 \text{ nm}$ 时，由 sCMOS 相机捕捉到的和频信号的强弱（下）。红色箭头指示的为波导耦合出端，可以看出加速度越大，和频信号强度越强。

在以往的非线性光学频率转换的测试中，往往只关注单一频率的相对转换效

率的对比，因此只需通过相机或者光谱仪进行测试即可。本节也针对基频波长固

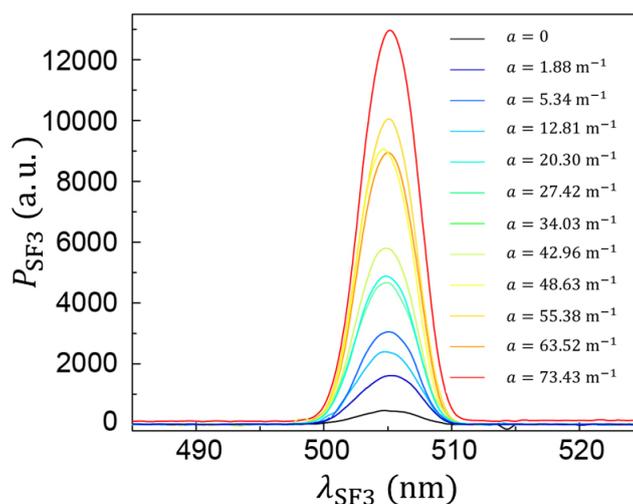


图 3.18 相同基频入射强度下，固定基频波长 $\lambda_{FF1} = 960 \text{ nm}$ 时，由光谱仪测试获得的不同加速度样品的和频信号强度对比。图中给出了单次测试中所有弯曲波导的和频光谱，横坐标表示和频信号 SF3 的波长。不同颜色的曲线表示不同加速度的大小。可以看出加速度越大，和频信号强度越强。

定为 $\lambda_{FF1} = 960 \text{ nm}$ ， $\lambda_{FF2} = 1064 \text{ nm}$ 对应和频波长为 $\lambda_{SF3} = 504.66 \text{ nm}$ 的情况进行了测试。我们同时使用了两种方法进行验证。这里使用的是两个 $500 \pm 10 \text{ nm}$ 的滤波器（Thorlab, FB500-10）叠加进行滤波，以去除基频和其他噪声信号的干扰。图3.17给出了样品的SEM图片和对应sCMOS相机测试的结果，其中三个样品分别对应于 $a = 1.88 \text{ m}^{-1}$ ， $a = 42.96 \text{ m}^{-1}$ ， $a = 73.43 \text{ m}^{-1}$ 的三个弯曲波导，红色箭头指示的为波导耦出端，可以看出加速度越大，和频信号强度越强。这一测试也可以通过普林斯顿光谱仪来完成。同样保持入射光路和出射光路不变，通过移动样品可以得到图3.18所示的不同弯曲加速波导的和频光谱。通过单次测试可以得到与sCMOS测试一致的结果，即加速度越大，和频信号强度越强。通过多次实验测试，对结果进行统计处理，可以得到图3.19所示的结果。图中红色虚线为理论计算的结果，蓝色点为实验测试结果的平均值，误差线表示多次测试结果相对于平均值的标准差。可以看出，实验测试结果与理论预期符合的较好。其中蓝色框、绿色框和红色框分别表示加速度为 $a = 1.88 \text{ m}^{-1}$ ， $a = 42.96 \text{ m}^{-1}$ ， $a = 73.43 \text{ m}^{-1}$ 的弯曲加速波导（图3.17）。

接下来，当对宽带的和频过程进行测试的时候，需要结合两个光路以消除透

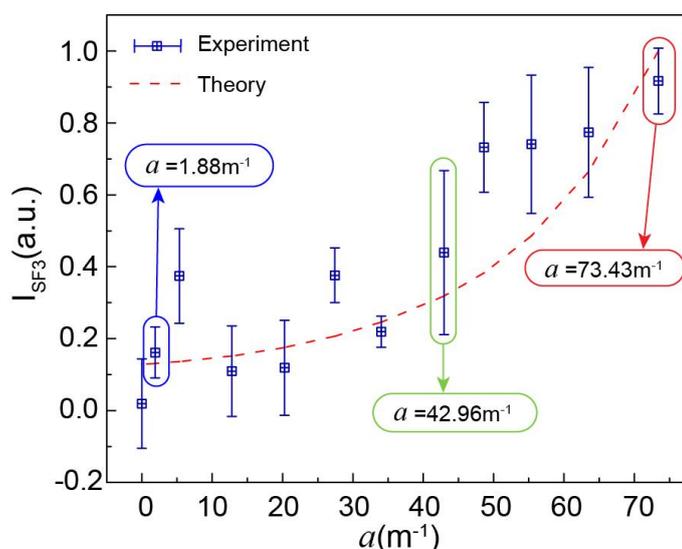


图 3.19 固定基频波长为 $\lambda_{\text{FF1}} = 960 \text{ nm}$ ， $\lambda_{\text{FF2}} = 1064 \text{ nm}$ 对应和频波长为 $\lambda_{\text{SF3}} = 504.66 \text{ nm}$ 时，在相同的入射条件下和频信号强度与加速度的关系

射率误差来保证结果的准确性。此时图 3.16 的最下方光路中的滤波系统由两个 550 nm 短波通滤波片 (FESH0550) 组成。另一方面，考虑到波导样品耦出端的方向稍有差异，我们引入了一个光纤透镜系统 (fiber lens system, FLS)，将信号准直地入射到光谱仪中以保证信号测量的准确性。测试过程首先通过调节飞秒激光器的波长，可以将基频 λ_{FF1} 从 920 nm 扫描至 1010 nm，以测量如图 3.18 中不同基频波长获得的和频信号光谱。通过光谱仪测量输出信号，以得到所需的和频信号 λ_{SF3} 的强度。另外考虑到光栅的耦合效率和不同波长的检测系统的透射率，我们利用相机测试端的波长为 λ_{SF3} 的信号强度和同时在光谱仪测到的信号强度之比来定义其透射率。这里，由于和频信号本身相对较弱会导致结果不够精确，我们通过设置飞秒激光器波长为 $\lambda_j = 2\lambda_{\text{SF3}}$ 来观测其较强的倍频，倍频的转换效率不影响观测结果。

最后，我们利用所测试的透射率来归一化前面所得到的不同波长下的和频转换效率，就可以得到和频的转换光谱，如图 3.20(a)所示。图中给出了宽带和频转换效率的实验测试结果。图 3.20(a)为不同加速度大小 $a = 0$ ， $a = 5.34 \text{ m}^{-1}$ ， $a = 20.30 \text{ m}^{-1}$ ， $a = 34.03 \text{ m}^{-1}$ 的弯曲加速波导的和频光功率与基频波长 λ_{FF1} 的关系，即由实验测试的透射率处理过的真实和频转换效率的光谱。图中圆点代表实验测

试结果，实线表示理论预测值，实验与理论较为符合。图 3.20(b)为多次实验测试中不同弯曲加速波导的和频光功率谱进行分析得到的带宽与加速度的关系。其中红色点表示多次实验测试的统计平均值，误差线为相对平均值的标准差，黑色实线为理论预测值，实验结果符合理论预测的趋势，验证了本章基于共形变换设计可集成宽带非线性光波导的有效性。

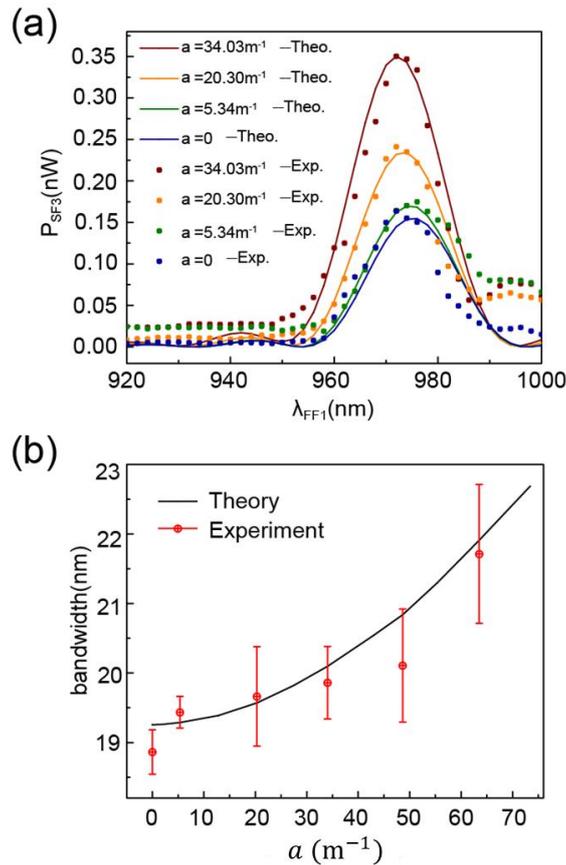


图 3.20 宽带和频转换效率对比。(a)不同加速度 $a = 0$, $a = 5.34 \text{ m}^{-1}$, $a = 20.30 \text{ m}^{-1}$, $a = 34.03 \text{ m}^{-1}$ 的弯曲加速波导的和频光功率与基频波长 λ_{FF1} 的关系。图中圆点代表实验测试结果，实线表示理论预测值，实验与理论较为符合。(b)对多次实验测试中不同弯曲加速波导的和频光功率谱进行分析，得到的带宽与加速度的关系。其中红色点表示多次实验测试的统计平均值，误差线为相对平均值的标准差，黑色实线为理论预测值，实验结果符合理论预测的趋势。

3.6 本章小结

在本章中，我们展示了一种全新的基于共形变换光学设计的片上宽带非线性

光子器件的普适方法。基于此方法，我们设计加工了具有梯度曲率的新型弯曲加速波导。通过建立波导中二阶非线性变换光学的理论模型，分析了其中产生宽带非线性频率转换的物理机制。通过理论模型对特定结构的铌酸锂弯曲加速波导中的和频过程分析计算，得到了带宽与加速度参数之间的关系。实验上，与以往单纯用相机或者光谱仪测试非线性频率转换效率的光路不同，我们结合了相机和光谱仪两个光学测试系统，完成了宽带频率上转换的实验测试，实验结果与理论预期完美符合。

需要强调的是，本章提出的片上宽带非线性光学器件的设计方案，不受材料、非线性过程、以及光谱范围等因素限制，是一个普适的设计方案。为集成光学系统中的许多其他非线性光学过程提供了灵活和可扩展的应用，包括差频、四波混频、参量下转换等。此外，本方法实现的宽带非线性过程是通过控制波导的几何形状获得的，制造过程简单，不需要额外的极化技术，因此更适合大规模工业生产。未来，我们的方法将在集成非线性光子学和各种相关光学应用中具有良好的前景。

参考文献

- [1] Feldmann R J. Book Rvw: Optical Communications: Second Edition. By Robert M. Gagliardi and Sherman Karp [J]. *Optical Engineering*, 1995, 34: 1841-2.
- [2] Arumugam M. Optical fiber communication—An overview [J]. *Pramana*, 2001, 57: 849-69.
- [3] Agrawal G P. *Optical Communication: Its History and Recent Progress* [M]. Optics in Our Time. Cham; Springer International Publishing. 2016: 177-199.
- [4] Moscoso-Mártir A, Müller J, Hauck J, et al. Silicon Photonics Transmitter with SOA and Semiconductor Mode-Locked Laser [J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 13857.
- [5] Wang C, Zhang M, Chen X, et al. Integrated lithium niobate electro-optic modulators operating at CMOS-compatible voltages [J]. *Nature*, 2018, 562(7725): 101-104.
- [6] Beller J, Shao L. Acousto-optic modulators integrated on-chip [J]. *Light: Science & Applications*, 2022, 11(1): 240.
- [7] Lu C, Liu Y-C, Hu X, et al. Integrated ultracompact and broadband wavelength demultiplexer based on multi-component nano-cavities [J]. *Scientific Reports*, 2016, 6(1): 27428.
- [8] Hu Y, Yu M, Buscaino B, et al. High-efficiency and broadband on-chip electro-optic frequency comb generators [J]. *Nature Photonics*, 2022, 16(10): 679-685.
- [9] Dudley J M, Genty G, Coen S. Supercontinuum generation in photonic crystal fiber [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2006, 78(4): 1135-1184.
- [10] Hickstein D D, Kerber G C, Carlson D R, et al. Quasi-Phase-Matched Supercontinuum Generation in Photonic Waveguides [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(5): 053903.
- [11] Wei J, Ciret C, Billet M, et al. Supercontinuum Generation Assisted by Wave Trapping in Dispersion-Managed Integrated Silicon Waveguides [J]. *Physical Review Applied*, 2020, 14(5): 054045.
- [12] Armstrong J A, Bloembergen N, Ducuing J, et al. Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric [J]. *Physical Review*, 1962, 127(6): 1918-1939.
- [13] Rabin H, Bey P P. Phase Matching in Harmonic Generation Employing Optical Rotatory Dispersion [J]. *Physical Review*, 1967, 156(3): 1010-1016.
- [14] Shelton J W, Shen Y R. Phase-Matched Third-Harmonic Generation in Cholesteric Liquid Crystals [J]. *Physical Review Letters*, 1970, 25(1): 23-26.
- [15] Zhu S-N, Zhu Y-Y, Ming N-B. Quasi-Phase-Matched Third-Harmonic Generation in a Quasi-Periodic Optical Superlattice [J]. *Science*, 1997, 278(5339): 843-846.

- [16] Foster M A, Turner A C, Sharping J E, et al. Broad-band optical parametric gain on a silicon photonic chip [J]. *Nature*, 2006, 441(7096): 960-963.
- [17] Li G, Chen Y, Jiang H, et al. Broadband sum-frequency generation using d33 in periodically poled LiNbO3 thin film in the telecommunications band [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(5): 939-942.
- [18] Leng H Y, Yu X Q, Gong Y X, et al. On-chip steering of entangled photons in nonlinear photonic crystals [J]. *Nature Communications*, 2011, 2(1): 429.
- [19] Yang Y, Sun L, Zhang Y, et al. Efficient and Broadband Four-Wave Mixing in a Compact Silicon Subwavelength Nanohole Waveguide [J]. *Advanced Optical Materials*, 2019, 7(21): 4907.
- [20] Jankowski M, Langrock C, Desiatov B, et al. Ultrabroadband nonlinear optics in nanophotonic periodically poled lithium niobate waveguides [J]. *Optica*, 2020, 7(1): 40-46.
- [21] Savo R, Morandi A, Müller J S, et al. Broadband Mie driven random quasi-phase-matching [J]. *Nature Photonics*, 2020, 14(12): 740-747.
- [22] Javid U A, Ling J, Staffa J, et al. Ultrabroadband Entangled Photons on a Nanophotonic Chip [J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(18): 183601.
- [23] Gagnon J R, Reshef O, Espinosa D H G, et al. Relaxed Phase-Matching Constraints in Zero-Index Waveguides [J]. *Physical Review Letters*, 2022, 128(20): 203902.
- [24] Baudrier-Raybaut M, Haïdar R, Kupecek P, et al. Random quasi-phase-matching in bulk polycrystalline isotropic nonlinear materials [J]. *Nature*, 2004, 432(7015): 374-376.
- [25] Chen B-Q, Zhang C, Hu C-Y, et al. High-Efficiency Broadband High-Harmonic Generation from a Single Quasi-Phase-Matching Nonlinear Crystal [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(8): 083902.
- [26] Singh N, Vermulen D, Ruocco A, et al. Supercontinuum generation in varying dispersion and birefringent silicon waveguide [J]. *Optics Express*, 2019, 27(22): 31698-31712.
- [27] Chang L, Liu S, Bowers J E. Integrated optical frequency comb technologies [J]. *Nature Photonics*, 2022, 16(2): 95-108.
- [28] Ding W, Benton C, Gorbach A V, et al. Solitons and spectral broadening in long silicon-on-insulator photonic wires [J]. *Optics Express*, 2008, 16(5): 3310-3319.
- [29] Lin J, Yao N, Hao Z, et al. Broadband Quasi-Phase-Matched Harmonic Generation in an On-Chip Monocrystalline Lithium Niobate Microdisk Resonator [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(17): 173903.
- [30] Foster M A, Turner A C, Sharping J E, et al. Broad-band optical parametric gain on a silicon photonic chip [J]. *Nature*, 2006, 441(7096): 960-963.

- [31] Yang Y, Sun L, Zhang Y, et al. Efficient and Broadband Four-Wave Mixing in a Compact Silicon Subwavelength Nanohole Waveguide [J]. *Advanced Optical Materials*, 2019, 7(21): 1900810.
- [32] Zhou F, Zhang M, Dai J, et al. Efficient and broadband wavelength conversion in a slot waveguide with the periodic structure altering the phase-mismatch [J]. *Applied Optics*, 2015, 54(25): 7753-7759.
- [33] Jankowski M, Langrock C, Desiatov B, et al. Ultrabroadband nonlinear optics in nanophotonic periodically poled lithium niobate waveguides [J]. *Optica*, 2020, 7(1): 40-46.
- [34] Javid U A, Ling J, Staffa J, et al. Ultrabroadband Entangled Photons on a Nanophotonic Chip [J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(18): 183601.
- [35] Leonhardt U. Optical Conformal Mapping [J]. *Science*, 2006, 312(5781): 1777-1780.
- [36] Pendry J B, Schurig D, Smith D R. Controlling Electromagnetic Fields [J]. *Science*, 2006, 312(5781): 1780-1782.
- [37] Leonhardt U, Tyc T. Broadband Invisibility by Non-Euclidean Cloaking [J]. *Science*, 2009, 323(5910): 110-112.
- [38] Valentine J, Li J, Zentgraf T, et al. An optical cloak made of dielectrics [J]. *Nature Materials*, 2009, 8(7): 568-571.
- [39] Chen H, Chan C T, Sheng P. Transformation optics and metamaterials [J]. *Nature Materials*, 2010, 9(5): 387-396.
- [40] Mccall M W, Favaro A, Kinsler P, et al. A spacetime cloak, or a history editor [J]. *Journal of Optics*, 2010, 13(2): 024003.
- [41] Lai Y, Ng J, Chen H, et al. Illusion Optics: The Optical Transformation of an Object into Another Object [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(25): 253902.
- [42] Leonhardt U, Philbin T G. General relativity in electrical engineering [J]. *New Journal of Physics*, 2006, 8(10): 247.
- [43] Genov D A, Zhang S, Zhang X. Mimicking celestial mechanics in metamaterials [J]. *Nature Physics*, 2009, 5(9): 687-692.
- [44] Greenleaf A, Kurylev Y, Lassas M, et al. Electromagnetic Wormholes and Virtual Magnetic Monopoles from Metamaterials [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(18): 183901.
- [45] Sheng C, Liu H, Wang Y, et al. Trapping light by mimicking gravitational lensing [J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(11): 902-906.
- [46] Sheng C, Bekenstein R, Liu H, et al. Wavefront shaping through emulated curved space in waveguide settings [J]. *Nature Communications*, 2016, 7(1): 10747.

- [47] He R Q, Liang G H, Zhu S N, et al. Simulation of giant tidal force of wormhole using curved optical spaces [J]. *Physical Review Research*, 2020, 2(1): 013237.
- [48] Sheng C, Huang C, Yang R, et al. Simulating the escape of entangled photons from the event horizon of black holes in nonuniform optical lattices [J]. *Physical Review A*, 2021, 103(3): 033703.
- [49] Xu L, Chen H. Conformal transformation optics [J]. *Nature Photonics*, 2015, 9(1): 15-23.
- [50] Luo Y, Lei D Y, Maier S A, et al. Broadband Light Harvesting Nanostructures Robust to Edge Bluntness [J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(2): 023901.
- [51] Ma H F, Cui T J. Three-dimensional broadband and broad-angle transformation-optics lens [J]. *Nature Communications*, 2010, 1(1): 124.
- [52] Wang X, Chen H, Liu H, et al. Self-Focusing and the Talbot Effect in Conformal Transformation Optics [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(3): 033902.
- [53] Huang C, Luo Y, Zhao Y, et al. A conformal mapping approach to broadband nonlinear optics on chip [J]. *Nature Photonics*, 2024, 18(1): 471-477.
- [54] Kalashnikov D A, Paterova A V, Kulik S P, et al. Infrared spectroscopy with visible light [J]. *Nature Photonics*, 2016, 10(2): 98-101.
- [55] De Bruyne S, Speeckaert M M, Delanghe J R. Applications of mid-infrared spectroscopy in the clinical laboratory setting [J]. *Critical Reviews in Clinical Laboratory Sciences*, 2018, 55(1): 1-20.
- [56] Lehmann L, Grossard L, Delage L, et al. Single photon MIR upconversion detector at room temperature with a PPLN ridge waveguide [J]. *Optics Express*, 2019, 27(14): 19233-19241.
- [57] Forsch M, Stockill R, Wallucks A, et al. Microwave-to-optics conversion using a mechanical oscillator in its quantum ground state [J]. *Nature Physics*, 2020, 16(1): 69-74.
- [58] Chen W, Roelli P, Hu H, et al. Continuous-wave frequency upconversion with a molecular optomechanical nanocavity [J]. *Science*, 2021, 374(6572): 1264-1267.
- [59] Xomalis A, Zheng X, Chikkaraddy R, et al. Detecting mid-infrared light by molecular frequency upconversion in dual-wavelength nanoantennas [J]. *Science*, 2021, 374(6572): 1268-1271.
- [60] Huang K, Fang J, Yan M, et al. Wide-field mid-infrared single-photon upconversion imaging [J]. *Nature Communications*, 2022, 13(1): 1077.

第四章 基于共形变换的集成片上宽带纠缠光源

4.1 引言

随着新兴量子技术的快速发展,将信息编码在量子态中,在某些特定领域具有相对于经典系统更高的效率和安全性。量子信息科学的开创性研究,包括量子纠缠[1]、压缩态生成[2]、量子态传输[3]以及无漏洞贝尔非局域性测试[4],都逐渐在实验中实现。由于光子与其环境弱耦合,不受物质系统的退相干问题困扰,因此不需要在毫开尔文温度下操作或在高真空环境中运行。因此光子是优秀的、低噪声的量子信息载体,将光量子信息技术应用于某些通信、计算和模拟任务有着巨大的优势[5-8]。然而,实施大规模的量子算法实例或部署全球量子通信网络将需要在制造具有大量组件的量子技术方面达到新的高度。因此片上光量子信息技术成为广受关注的量子信息技术新平台[9,10]。

光通信的发展已经较为成熟[11-20],而片上集成量子光通信和量子光计算技术不仅承载着对传统信息处理方式的颠覆性挑战,同时也为未来信息安全和计算能力的提升提供了潜力巨大的解决方案。随着微纳加工技术的发展,将量子计算器件集成到微纳尺度芯片中,实现了对量子比特的高效控制和操纵,为量子算法的实现和量子计算机的发展提供了重要支撑。集成光量子技术与离子阱和超导系统等已经建立良好的平台相比,另一个优势是可以与互补金属-氧化物-半导体工艺兼容,从而实现商业大规模量产。使用光波导引导和路由光子,集成光量子技术提供了具有核心功能的相位稳定量子电路,包括纠缠态生成、量子状态操作和单光子检测。2008年,第一个集成光子量子逻辑门在硅基波导中实现[21],图 4.1(a)中展示了利用波导耦合器构成 CNOT 门的示意图。接下来,量子光源也在波导体系被制备出来[22, 23],图 4.1(b)展示了硅基纳米线波导产生双光子纠缠源以及多光子纠缠源的原理图。在之后的研究中,超导纳米线单光子探测器和转变边缘传感器(transition edge sensors, TESs)等探测器也在集成光子平台被实现。图 4.1(c)

给出了片上硅基超导纳米线单光子探测器的示意图[24]。因此，随着集成量子光学的发展，得以将量子光子通信技术应用于全光子芯片上。图 4.1(d)展示了硅基光子芯片上可编程量子光子电路的集成。虽然体块中的量子光学实验继续取得重大成果，但对于具有数百或数千个光子的大规模量子信息处理将几乎只有集成光子技术才能提供相应的技术功能和扩展能力。

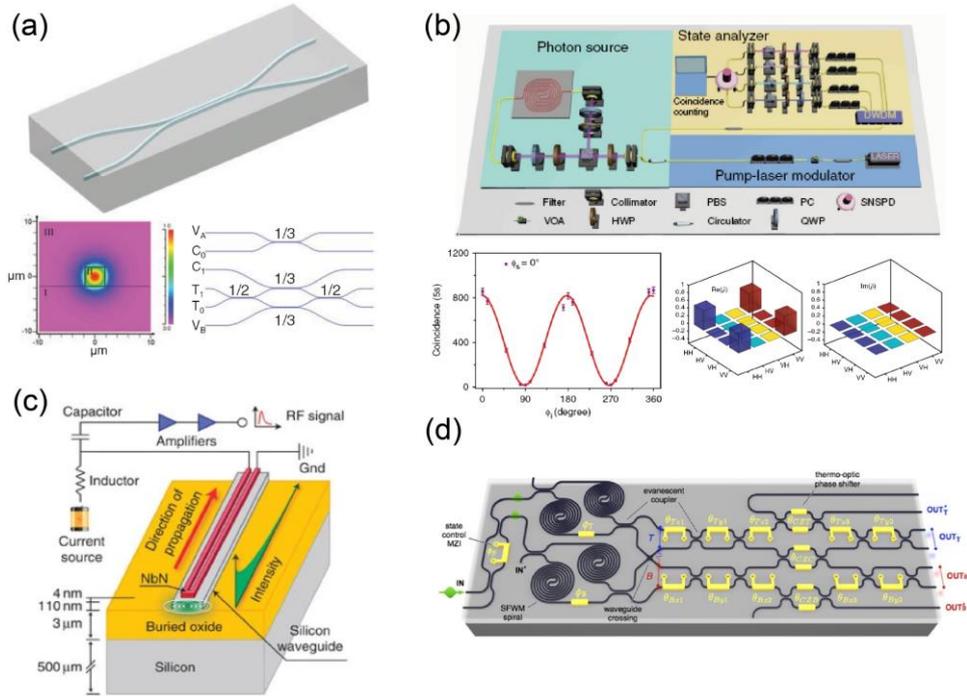


图 4.1 片上的光子量子信息技术。(a) 2008 年，首次在硅波导中实现片上的光量子逻辑门(CNOT 门)操作 [21]。(b)通过片上纳米线波导中的自发四波混频过程产生双光子纠缠、多光子纠缠态[23]。(c)片上的超导纳米线单光子探测器的结构示意图[24]。(d)集成可编程量子光子电路。

在片上量子光学技术中，量子光源是构建安全通信、量子计算、量子网络和量子传感等应用的关键组件，具有重要的地位和作用。产生量子光源的方式主要有两类：一是基于量子点的确定性单光子发射[25-27]；二是依赖于非线性过程产生的概率性源[28-34]。其中在室温下产生光子态的有效方法主要依赖于非线性过程，包括二阶非线性($\chi^{(2)}$)过程和三阶非线性($\chi^{(3)}$)过程。这里的二阶非线性($\chi^{(2)}$)过程和三阶非线性($\chi^{(3)}$)过程又可以具体到自发参量下转换过程和自发四波混频过程。这两个过程对于量子光源的产生具有共同的机制，即光场的真空涨落提供的虚光子在满足能量和动量守恒的条件下转换为实光子，如公式(4.1)所示，

$$\text{SPDC: } \omega_p = \omega_s + \omega_i , \tag{4.1}$$

$$\text{SFWM: } 2\omega_p = \omega_s + \omega_i .$$

片上量子光源，包括单光子源、纠缠光子对和压缩态的产生，都可以通过这

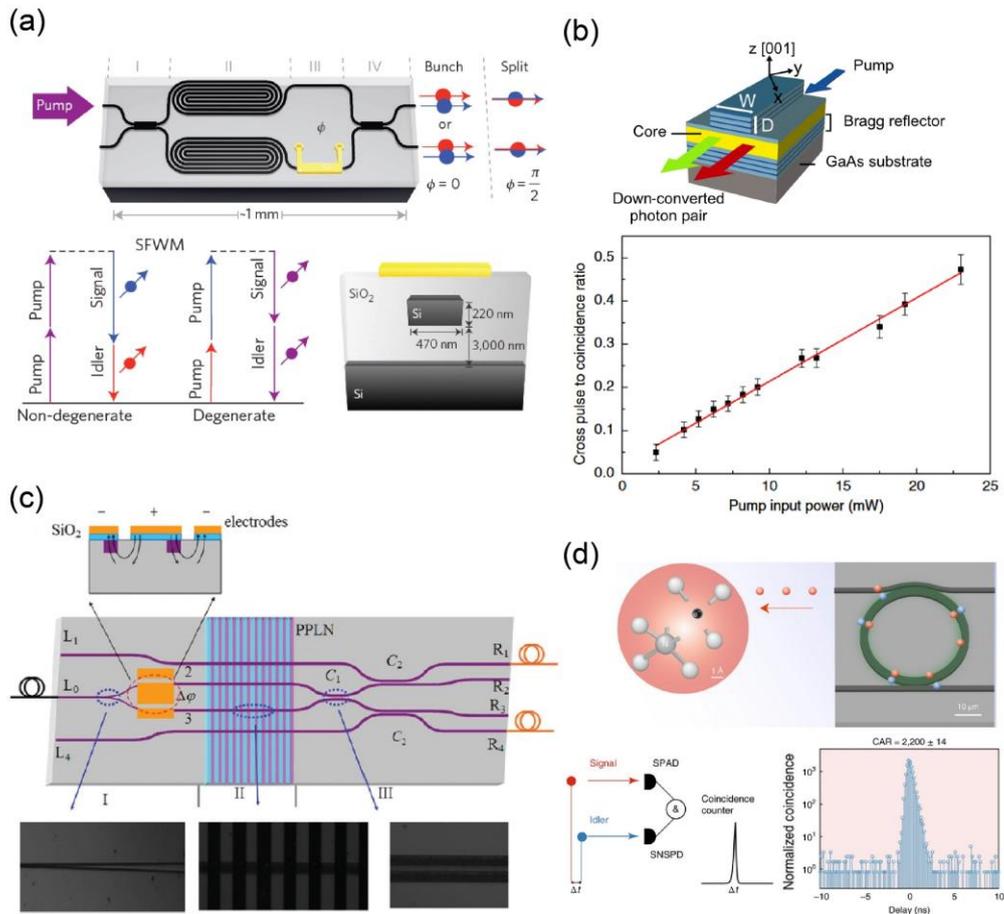


图 4.2 不同材料中不同非线性过程产生片上量子光源的方法。(a) 硅波导中自发四波混频过程产生光子对源。(b) 砷化镓波导中自发参量下转换过程产生光子对源。(c) 周期极化的薄膜铌酸锂中自发参量下转换产生纠缠光源。(d) 氮化硅微环中的自发四波混频过程产生高质量的光子对源。

两个过程在光波导或者微腔产生。这些过程可以在各种材料的片上器件中产生，例如硅波导、砷化镓波导、周期极化的铌酸锂波导、氮化硅微环等。例如 2013 年，Thompson 教授等人基于硅纳米线波导中的自发简并和非简并四波混频在片上产生了高干涉可见度的光子对源。如图 4.2(a)所示，泵浦光入射到硅纳米线波导经过自发四波混频产生光子对源，再在片上 50/50 的多模干涉(multimode

interference, MMI)耦合器中进行量子干涉,可以达到片上 $100.0 \pm 0.4\%$,片外 $95 \pm 4\%$ 的高干涉对比度。2014年,本课题组基于薄膜铌酸锂平台,通过周期极化的铌酸锂波导中准相位匹配的二阶非线性过程产生了高效纠缠光源,如图4.2(c)所示。另外,如图4.2(b),在砷化镓波导中也可以通过自发参量下转换过程产生有效光子对。图4.2(d)展示的是高Q值的氮化硅微环中自发四波混频也可以产生高质量的光子对源。

片上量子光源利用光子作为量子信息载体,频率作为光子的一个重要自由度

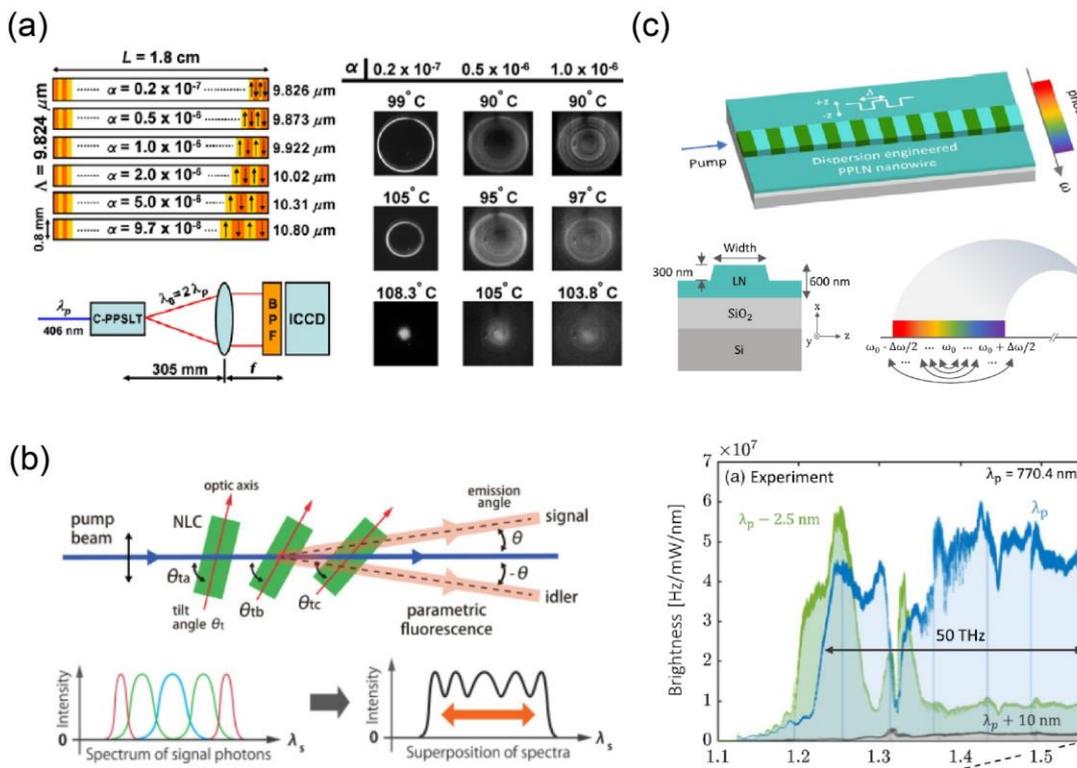


图 4.3 宽带纠缠光源的产生方法。(a) 啁啾极化的铌酸锂体块中产生宽带纠缠光源,通过啁啾程度的大小调控带宽的大小[42]。(b) 级联不同角度的非线性晶体在空间中产生宽带纠缠源[45]。(c) 经过色散调控的周期极化的铌酸锂波导中产生宽带的纠缠光子对源[46]。

常常被用于信息编码。因此,宽带频谱的时间-频率纠缠源可以通过提高信息容量和传输速率等为大规模量子信息处理提供更加广泛的应用前景。例如可以增强计量学[35]、光刻[36]、光谱学[37]、非线性显微成像[38]、量子光学相干断层扫描[39]和时钟同步[40, 41]等领域的灵敏度和分辨率,可以进行多波长复用通信协议,以及高维信息编码等等。以往在大尺度实现宽带光子对的方法主要有啁啾极

化的非线性晶体[42-44]、级联非线性晶体[45]等方法。图 4.3(a)展示了啁啾极化的铌酸锂体块中产生宽带光子对源的方法[42]。图 4.3(b)展示了级联不同角度的非线性晶体产生宽带量子光源的方法[45]。但是这些方法都会牺牲光子对产生的效率。根据第三章所介绍的色散调控产生宽带非线性过程的原理, Feijer 教授等人利用特定结构的周期极化铌酸锂波导中的自发参量下转换产生了宽带的集成光子对源[46], 如图 4.3(c)所示。但是, 正如我们在第三章提到的, 这种色散调控的方法极度依赖材料色散和结构色散, 对材料的选择和加工过程的精度要求非常高, 因此很难大批量生产。此外, 由于需要周期极化工艺, 要求畴反转技术, 对环境温度的稳定性要求也很高, 难以与 CMOS 工艺兼容, 应用范围较窄。

因此, 目前仍然缺乏一个普适的、不依赖材料与工作环境的宽带纠缠光子对源的设计方案。根据这个问题, 本章基于共形变换光学[47-51], 提出了一个片上宽带时间-频率纠缠光源的设计方案, 通过设计级联渐变的蛇形波导, 实现不依赖材料色散、非线性过程、极化工艺的宽带光子对源的产生。基于这个方法, 本章以绝缘体上硅(silicon on insulator, SOI)波导中的自发四波混频为例, 实现了超宽带的纠缠光子对源。并且蛇形波导产生的纠缠光子对源的带宽可以通过其加速度参数来调控。加速度越大, 光子对源的带宽越大。通过宽带受激四波混频的实验展示了宽带四波混频过程, 并且完成了宽带纠缠光子对的实验验证。实验结果不仅验证了基于变换光学实现宽带量子光源的方法的有效性, 还进一步将变换光学的应用范围从之前的经典光学领域[52-60]推广到量子光学领域。

4.2 设计蛇形波导的共形变换方法

本节介绍基于共形变换方法设计的蛇形波导。由于硅在电信波长范围内具有相对较低的光损耗, 具有较高折射率, 导致强光-物质相互作用, 对外部磁场敏感度较低等优势, SOI 波导为实现超紧凑的集成量子光信息技术提供了优越的平台。因此我们也以设计蛇形 SOI 为例, 通过其中的自发四波混频过程, 证明基于共形变换产生宽带片上纠缠源方案的有效性。

如图 4.4(a)所示，蛇形波导是横截面不变，弯曲半径随传播方向变化，并且弯曲方向也随之变化的弯曲波导。在真实物理空间 (x, y, z) 中折射率均匀分布的

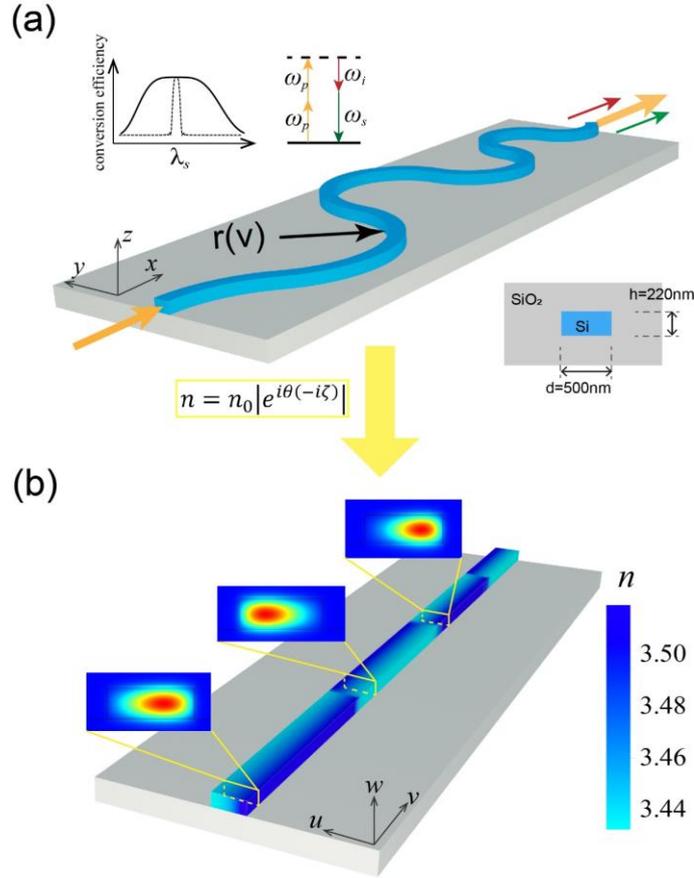


图 4.4 蛇形波导的结构示意图。(a)在物理空间 (x, y, z) 中的蛇形波导，其弯曲半径是一个沿传播方向变化的函数，左上角子图给出了四波混频过程和宽带四波混频效果图。右下角子图给出了波导的材料和横截面结构参数。(b)经过共形变换 $n = n_{\xi}|e^{i\theta(-i\zeta)}|$ 后，得到的虚拟空间 (u, v, w) 中对应直波导的折射率分布，右边图例给出了颜色所代表的折射率大小。子图中我们还给出了不同位置的模场分布，可以看出由于半径大小和方向的不同，模场的偏移方向和压缩程度都存在一定的变化趋势。

蛇形 SOI 波导，通过普适共形变换理论 $n = n_{\xi}|e^{i\theta(-i\zeta)}|$ ，可以变换为虚拟空间 (u, v, w) 中折射率分布不均匀的直波导，如图 4.4(b)所示。图中波导渐变的颜色代表折射率的分布，可以看出波导的折射率分布在横截面方向是具有一定梯度的，并且这个梯度随传播方向改变。右边图例给出了颜色所代表的折射率大小。子图中我们还给出了不同位置的模场分布，可以看出由于半径大小和方向的不同，模

场的偏移方向和压缩程度都存在一定的变化趋势。这里蛇形波导半径的变化趋势依然满足使有效模式折射率变化如 $n_{\text{eff}}(v) = n_{\text{eff}}(0)\sqrt{1 - av}$ 的趋势。同样，其传播方程也可以写为

$$\nabla^2 E - \frac{n_{\text{eff}}^2(0)(1 - av)}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad (4.2)$$

加速度 a 是用来定义波导弯曲半径变化梯度的参数。这个方程在缓变近似的条件下的解为。

$$E \sim (1 - av)^{-1/4} \exp[i\phi(v, \omega)], \quad (4.3)$$

其中，相位为 $\phi(v, \omega) = n_{\text{eff}}(0, \omega)k_0(v - av^2/4)$ ， $k_0 = \frac{\omega}{c}$ 为真空中的波矢。

这里考虑到相对于 LNOI 中高的二阶非线性系数来说，SOI 波导中的三阶非线性系数较小，需要较长的距离来产生有效的四波混频过程。因此为了排除不同

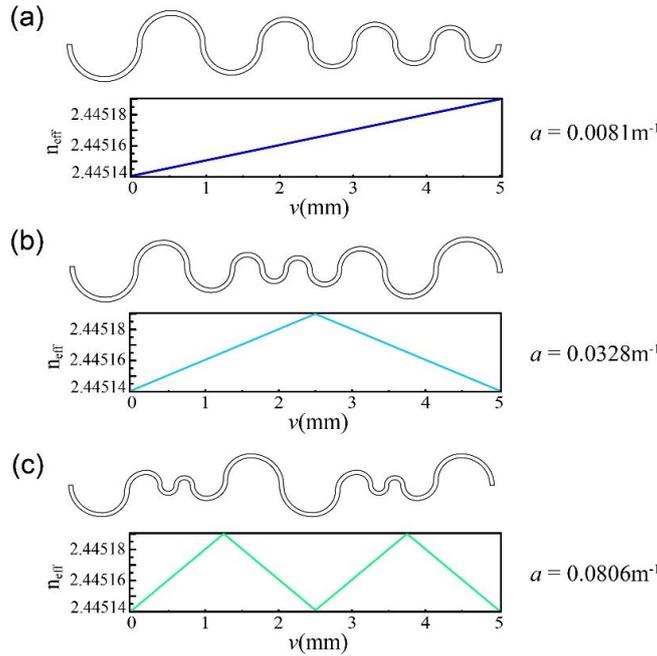


图 4.5 相同长度的蛇形波导的定义和设计。在总长度为 $L = 0.5 \text{ cm}$ 的硅波导中，通过在相同的弯曲半径变化范围 $[20 \text{ }\mu\text{m}, 30 \text{ }\mu\text{m}]$ 分别振荡(a)半个周期、(b)一个周期、(c)两个周期来定义不同蛇形波导的加速度大小，分别对应 $a = 0.0081, 0.0161, 0.0328 \text{ m}^{-1}$ 。波导形状在每个图上方也给出来了，可以看出振荡周期次数越大，加速度越大，对应蛇形波导的半径变化梯度也越大。

弯曲半径波导带来的传输损耗，我们在相同长度 SOI 波导中，设计了相同半径变化范围不同加速度的蛇形波导。实验中以 0.5 cm 的 SOI 波导为例，蛇形波导半径在 $[20 \mu\text{m}, 30 \mu\text{m}]$ 之间振荡变化。设计方法如图 4.5 所示，相同的半径变化范围在波导总长度 L 内分别振荡(a)半个周期、(b)一个周期、(c)两个周期来定义不同蛇形波导的加速度大小，它们分别对应 $a = 0.0081 \text{ m}^{-1}$ ， $a = 0.0161 \text{ m}^{-1}$ ，和 $a = 0.0328 \text{ m}^{-1}$ 。图中还给出了不同加速度的蛇形波导形状，可以看出振荡周期次数越大，加速度越大，对应蛇形波导的半径变化梯度也越大。

依据此设计方法，我们依次另外设计了 $a = 0.0645 \text{ m}^{-1}$ ， $a = 0.0806 \text{ m}^{-1}$ ，和 $a = 0.1613 \text{ m}^{-1}$ 这三个波导。所有加速度对应的蛇形 SOI 波导半径沿传播方向 v 的变化趋势和有效模式折射率变化如图 4.6 所示。其中，不同颜色代表不同加速度大小，具体的值在图例中给出。可以看出加速度越大，相同长度下振荡周期越多，半径变化梯度和有效模式折射率变化梯度也越大。

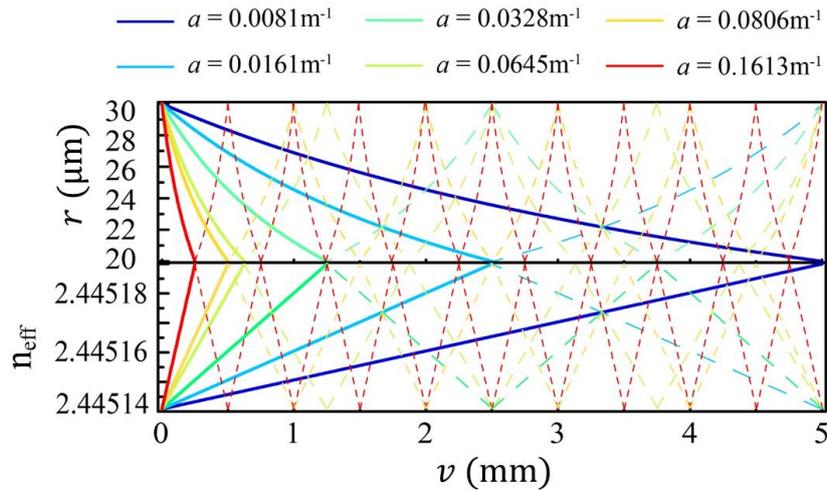


图 4.6 在 0.5 cm 的硅波导中定义不同加速度大小的蛇形波导。不同蛇形波导的半径变化趋势和有效模式折射率沿传播方向 v 的变化在图中给出。其中，不同颜色代表不同加速度大小，具体的值在图例中给出。可以看出加速度越大，相同长度下振荡周期越多，半径变化梯度和有效模式折射率变化梯度也越大。

注意到对于本节设计的蛇形波导，其半径变化和有效模式折射率的变化是连续的，其中的非光滑连接（一阶导数不连续）并不会影响其中的传输损耗和非线性过程。

4.3 蛇形 SOI 波导中的宽带四波混频

根据上节的蛇形 SOI 波导设计，本节将分析其中的宽带四波混频效应。为了建立蛇形 SOI 波导中的宽带四波混频模型，我们将公式(4.3)代入三阶非线性极化方程 $\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E}^3$ 中。考虑简并四波混频过程 $2\omega_p = \omega_i + \omega_s$ ，(ω_p , ω_i , ω_s 分别表示入射泵浦光 pump 和产生闲置光 idler 和信号光 signal 的频率)，不考虑其中的自相位调制和交叉相位调制，并假设 pump 光满足非抽空抽运近似，蛇形 SOI 波导中的四波混频过程可以由如下耦合波方程描述

$$\begin{aligned} \partial_z E_i &= \frac{i\gamma_i(1 - a_i v)^{5/4} E_p^2 E_s \exp(i\Delta\phi)}{(1 - a_s v)^{1/4} (1 - a_p v)^{1/2} \left[1 - a_i \left(\frac{3}{2} v + \frac{i\lambda_i}{8\pi n_i} \right) \right]}, \\ \partial_z E_s &= \frac{i\gamma_s(1 - a_s v)^{5/4} E_p^2 E_i^* \exp(i\Delta\phi)}{(1 - a_i v)^{1/4} (1 - a_p v)^{1/2} \left[1 - a_s \left(\frac{3}{2} v + \frac{i\lambda_s}{8\pi n_s} \right) \right]}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

这里， E_p , E_i , E_s 分别表示泵浦光、闲置光和信号光沿传播方向 v 的电场振幅， $\Delta\phi$ 为相位失配量，具体表示为如下形式：

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \frac{v}{c} \left[(2n_p \omega_p - n_s \omega_s - n_i \omega_i) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{2a_p n_p \omega_p - a_s n_s \omega_s - a_i n_i \omega_i}{4} \right) v \right], \end{aligned} \quad (4.5)$$

公式(4.5)可以看出相位失配量是泵浦光、闲置光和信号光加速度的函数，沿传播方向 v 呈二次函数变化的趋势。

有效非线性系数 γ_i 和 γ_s 为依赖于蛇形波导中不同频率的本征电场分布 \mathbf{e} 和磁场分布 \mathbf{h} 交叠的函数，具体形式为

$$\gamma_i = \frac{3\omega_s \epsilon_0 \int_{s_{nl}} \mathbf{e}_s^* \cdot \chi^{(3)} : \mathbf{e}_p \mathbf{e}_i^* \mathbf{e}_p dS}{\left[\int_s (\mathbf{e}_p \times \mathbf{h}_p^* + \mathbf{e}_p^* \times \mathbf{h}_p) \cdot \hat{\mathbf{z}} dS \right] \left[\int_s (\mathbf{e}_s \times \mathbf{h}_s^* + \mathbf{e}_s^* \times \mathbf{h}_s) \cdot \hat{\mathbf{z}} dS \int_s (\mathbf{e}_i \times \mathbf{h}_i^* + \mathbf{e}_i^* \times \mathbf{h}_i) \cdot \hat{\mathbf{z}} dS \right]^{1/2}}, \quad (4.6)$$

$$\gamma_s = \frac{\omega_i}{\omega_s} \gamma_i \circ$$

根据这个模型，就可以计算出 4.2 节中设计的六个蛇形 SOI 波导中四波混

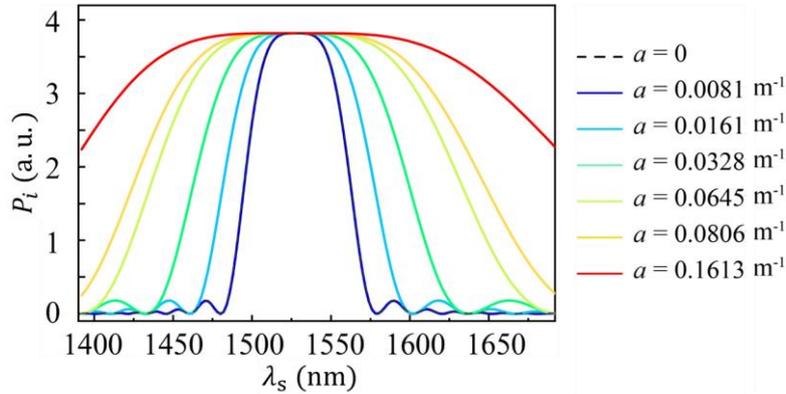


图 4.7 在入射相同的泵浦光功率和信号光功率后，扫描信号光波长 λ_s 。入射光经过蛇形波导中三阶非线性四波混频得到的闲置光功率 P_i 的值。不同颜色曲线代表不同加速度的蛇形波导，可以看出加速度越大，带宽增加的越多。

频的频率转换效率。如图 4.7 所示，向不同加速度的蛇形 SOI 波导中入射相同功率的泵浦光和信号光，并固定泵浦光波长为 $\lambda_p = 1528 \text{ nm}$ ，扫描信号光波长 λ_s (横坐标)。入射光经过蛇形波导中三阶非线性四波混频过程，可以得到频率转换后的闲置光功率 P_i (纵坐标)。不同颜色曲线代表不同加速度的蛇形 SOI 波

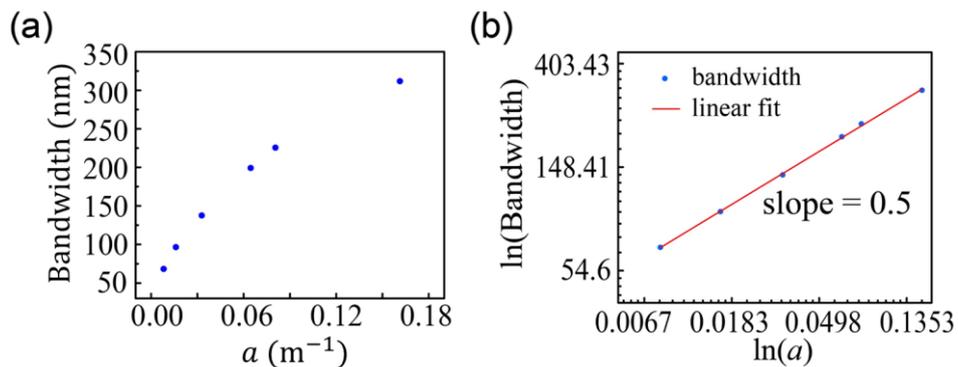


图 4.8 0.5 cm 的蛇形硅波导中带宽与加速度的关系。(a) 对图 4.7 中的四波混频光谱进行分析，可以得到蛇形波导中四波混频的带宽随加速度变化关系。(b) 对图(a)中的横坐标和纵坐标做对数变换，可以得出带宽与加速度呈现出线性关系，对这个关系进行线性拟合，得到的斜率为 0.5，恰好是有效模式折射率的次幂。

导，具体值在图例中给出。可以看出加速度越大，带宽增加的越多。

对图 4.7 中的四波混频频率转换光谱进行带宽分析，以光谱的半高宽(full width at half maximum, FWHM)定义其带宽大小，可以得到如图 4.8 中 0.5 cm 的蛇形 SOI 波导中带宽与加速度的关系。由图 4.8(a)可以直观地看出加速度越大，蛇形 SOI 波导的四波混频带宽越大的规律。图 4.8(b)给出了对图 4.8(a)中的横

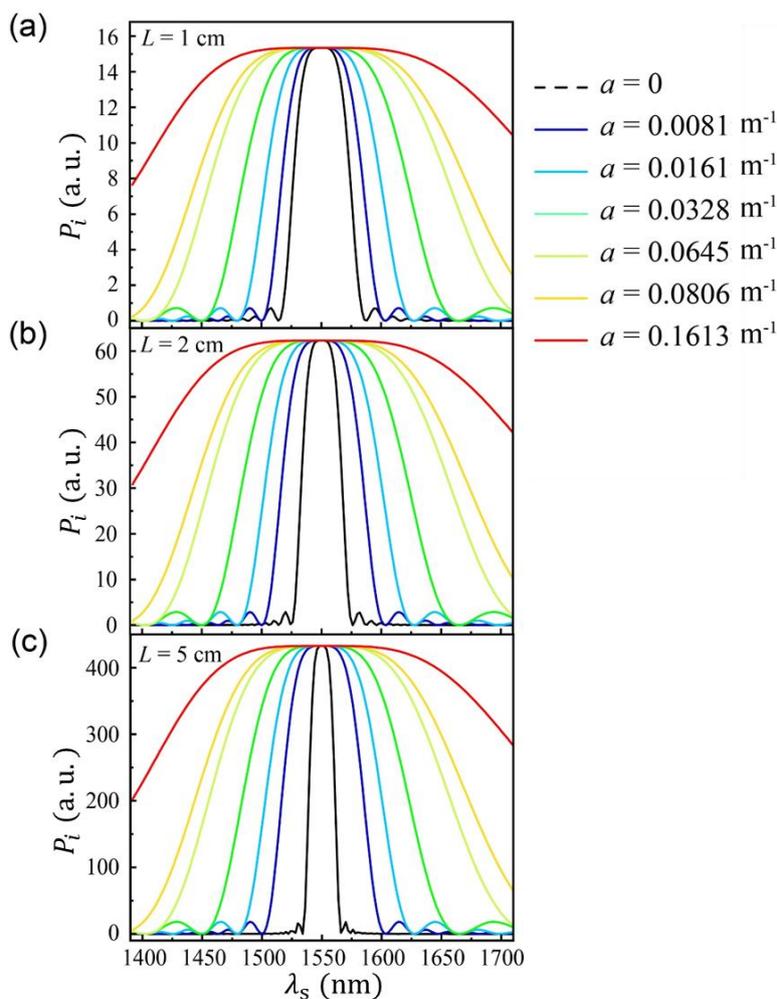


图 4.9 不同长度的蛇形硅波导的宽带四波混频效应。(a)波导总长 $L = 1$ cm、(b) $L = 2$ cm、(c) $L = 5$ cm情况下，不同加速度的蛇形波导四波混频带宽的增加情况。不同颜色代表的加速大小在右侧图例中给出。可以看出，波导总长越长，蛇形波导相对于传统均匀波导的带宽展宽效果越好。

坐标和纵坐标做对数变换的结果。可以得出对数变换后的带宽与加速度呈现出线性增长的关系，对这个关系进行线性拟合，得到这个线性关系的斜率为0.5，

恰好是有效模式折射率随加速度变化的幂的大小。即 $n_{\text{eff}}(v, \omega) = n_{\text{eff}}(0, \omega)[1 - a(\omega)v]^\alpha$ 中, $\alpha = 0.5$ 的情况。

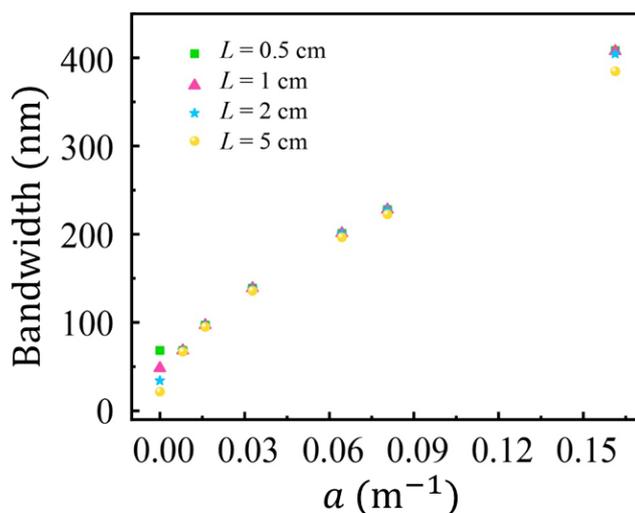


图 4.10 不同长度蛇形波导四波混频的带宽与加速度的变化。不同颜色的点代表不同长度的波导。可以看出相同长度的均匀波导的四波混频带宽会随长度增加而迅速减小, 蛇形波导则会抑制这个带宽减小的效果。

以上理论分析是基于在实验验证的考虑, 实际上, 与弯曲加速波导类似的是当蛇形 SOI 波导的总长度增加时, 四波混频的带宽也会增加的更加明显。如图 4.9 给出了波导总长度分别为(a) $L = 1$ cm、(b) $L = 2$ cm、(c) $L = 5$ cm 的不

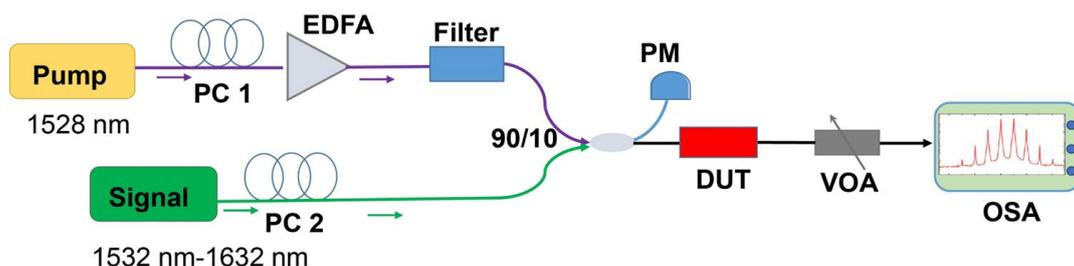


图 4.11 蛇形波导中经典受激四波混频的实验光路。其中泵浦光(pump)设定为 1528 nm, 信号光(signal)在 1532 nm~1632 nm 之间调节。泵浦光经过 EDFA 放大后经过滤波器滤波, 和信号光一起经过一个 90/10 的分束器。经过分束器后 1% 的光信号入射到功率计中以检测入射功率, 剩下的入射到待测样品 (device under testing, DUT) 中。输出信号经过可变光衰减器 (Variable Optical Attenuator, VOA), 最终入射到光谱分析仪 (Optical Spectrum Analyzer, OSA) 中探测其光谱。

同加速度的蛇形 SOI 波导的四波混频光谱的对比。不同颜色代表的加速大小在右侧图例中给出。可以看出，波导总长越长，蛇形波导相对于传统均匀波导的带宽展宽效果越好。对于图 4.9 中的四波混频光谱进行带宽分析，可以得到图 4.10 中的结果，不同颜色的点代表不同长度的波导。可以看出相同长度的均匀波导的四波混频带宽会随长度增加而迅速减小，蛇形波导则会抑制这个带宽减小的效果。

4.4 蛇形 SOI 波导中的宽带经典四波混频

为了在实验上验证蛇形 SOI 波导在产生宽带纠缠光子方面的有效性，本节首先验证上一节中预测的经典光学中宽带受激四波混频的有效性。实验测试光路如图 4.11 所示，其中泵浦光设定为 $\lambda_p = 1528 \text{ nm}$ ，由稳态激光器提供。入射信号光 λ_s 由可调波长激光器产生，在 $1532 \text{ nm} \sim 1632 \text{ nm}$ 之间调节。泵浦光经过掺铒光

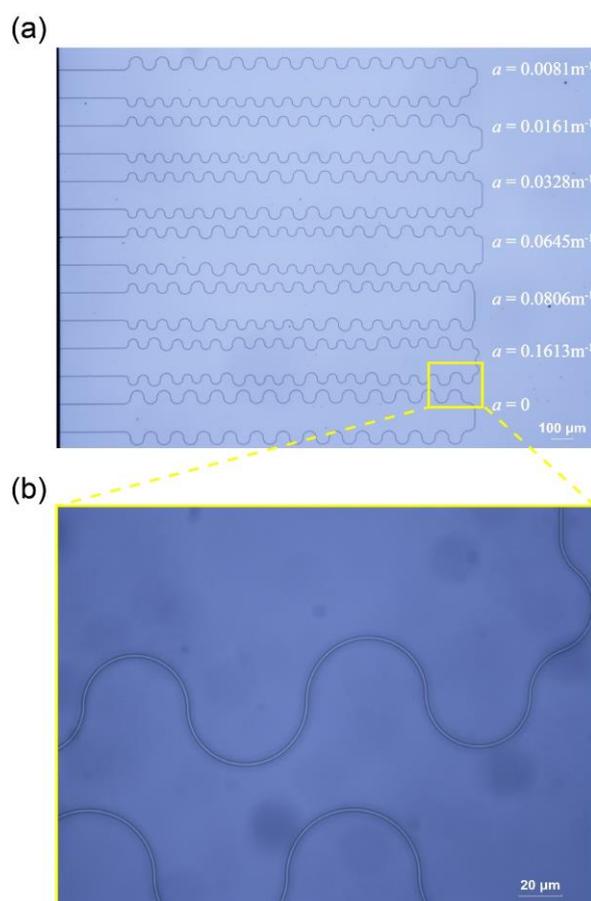


图 4.12 不同加速度的蛇形波导样品照片。(a)图中给出所有加速度样品的实际照片。(b)图给出(a)中黄色框区域中样品的放大结构。

纤放大器(EDFA)放大后经过滤波器滤波, 和信号光一起经过一个 90/10 的分束器。经过分束器后 1% 的光信号入射到功率计(power monitor, PM)中以监测入射功率, 剩下的大部分能量入射到待测样品(device under testing, DUT)中。输出信号经过可变光衰减器(Variable Optical Attenuator, VOA), 最终入射到光谱分析仪(Optical Spectrum Analyzer, OSA)中探测其光谱。

待测样品即本章提出的蛇形 SOI 波导, 样品照片如图 4.12 所示。图 4.12(a) 给出 4.2 节设计的所有加速度样品的实际照片, 图片最左侧为波导端面耦合器(edge coupler), 可以覆盖比光栅耦合器更广泛的带宽范围。(b)图给出(a)中黄色框区域中样品的放大结构。

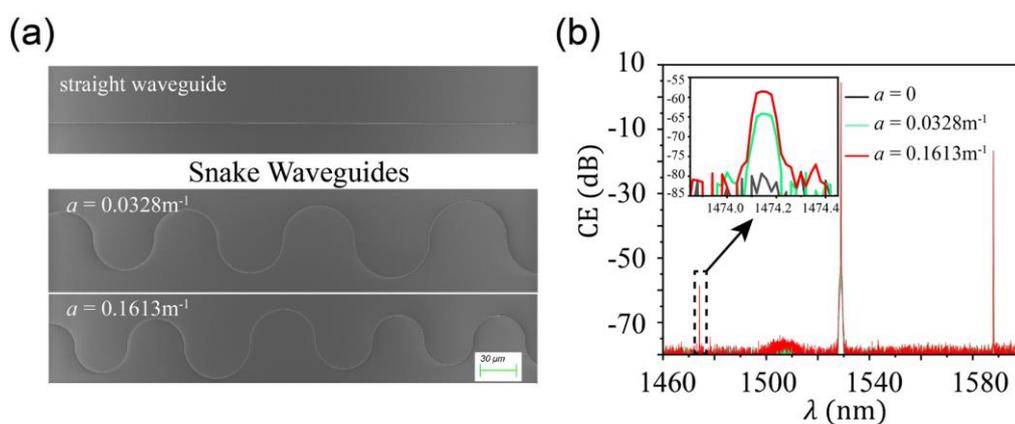


图 4.13 (a)直波导和不同加速度($a = 0.0328$, $a = 0.1613 \text{ m}^{-1}$)蛇形硅波导的 SEM 图片。(b) 给出入射相同功率和波长时经过(a)中三个波导后的光谱。子图给出了光谱中经过四波混频产生的闲置光信号的放大细节。可以看出对应单一频率的四波混频来说, 加速度越大, 频率转换效率越高。

以直波导和不同加速度($a = 0.0328$, $a = 0.1613 \text{ m}^{-1}$)蛇形 SOI 波导的测试为例, 图 4.13(a)给出了这三个波导的扫描电子显微镜(scanning electron microscope, SEM)的图片。图 4.13(b)展示了在向这些波导中入射相同功率和波长时, 经过四波混频相互作用在 OSA 中探测到的光谱。子图给出了光谱中经过四波混频产生的闲置光信号对比的放大细节。可以看出对应单一频率的宽带四波混频(100 nm 带宽)来说, 加速度越大, 频率转换效率越高。

接下来, 我们扫描了信号光波长 λ_s , 记录了不同波长下 λ_i 的转换效率。图 4.14

展示了在不同入射信号波长 λ_s 下保持入射功率恒定,得到的四波混频频率转换的光谱。图 4.14 (a)直波导, (b) $a = 0.0328 \text{ m}^{-1}$ 的蛇形波导, (c) $a = 0.1613 \text{ m}^{-1}$ 的蛇形波导中的闲置光转换效率与对应的波长 λ_i 。实验结果可以看出,与理论预测一致,蛇形波导的四波混频转换带宽明显优于直波导,并且加速度越大,带宽相对也更大。

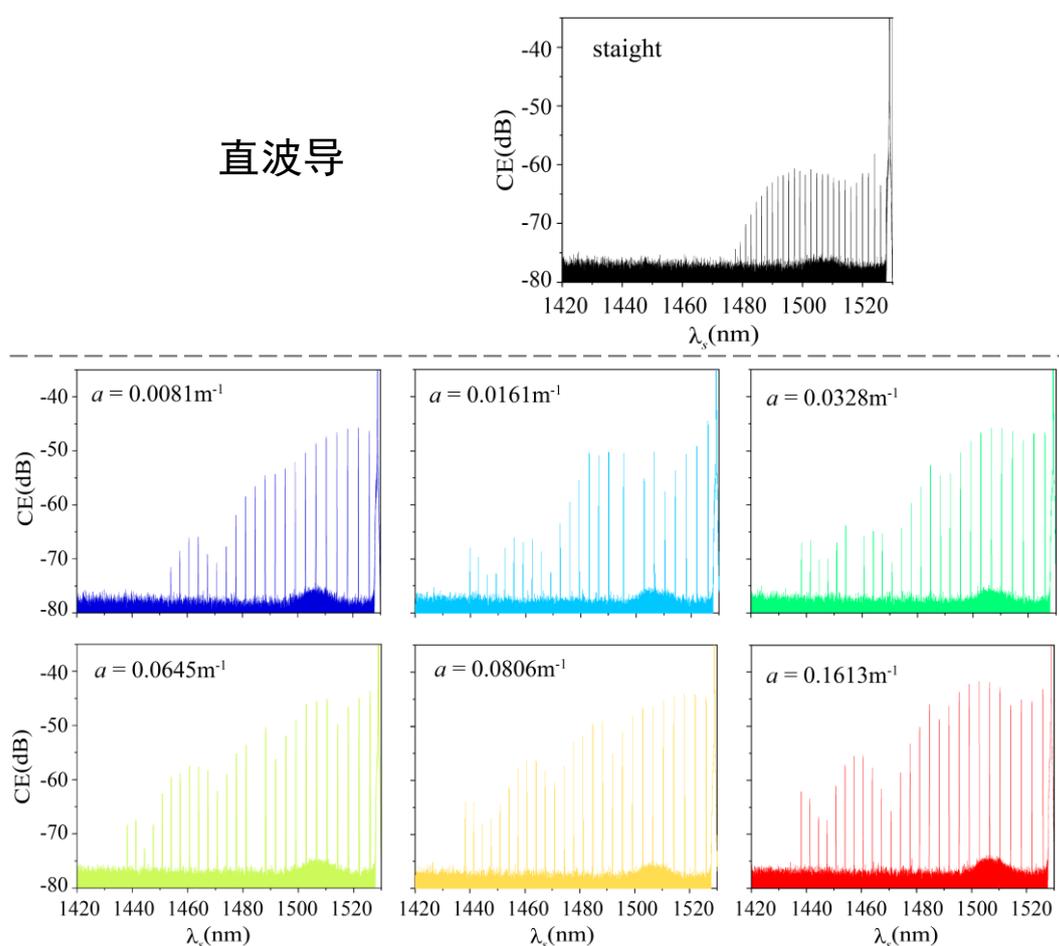


图 4.14 固定泵浦光功率和信号光功率,扫描信号光波长 λ_s ,得到直波导与不同加速度下的的蛇形波导中的闲置光转换效率与对应的波长 λ_i 。不同颜色表示不同加速度参数的蛇形波导。可以看出,蛇形波导的四波混频转换带宽明显优于直波导,并且加速度越大,带宽相对也更大。

4.5 蛇形 SOI 波导中的宽带自发四波混频符合光子数的测试

最后,本节将测试由蛇形 SOI 波导产生的纠缠光源的光源质量。为了说明加速度对蛇形 SOI 波导中宽带纠缠光源的影响,我们设计了图 4.15 所示的实验装置来测试生成的光子对的亮度。泵浦光源设置在 1526 nm,经过偏振控制器

(polarization controller, PC)入射到样品中。通过蛇形 SOI 波导中自发四波混频过程,两个泵浦光子湮灭产生了一个信号光子和一个闲置光子,辐射将通过透镜耦出为空间光,空间光经过一个二向色镜(Dichroic Mirrors, DM)将光场分为两束,再经过空间滤波入射到透镜从而耦进光纤。

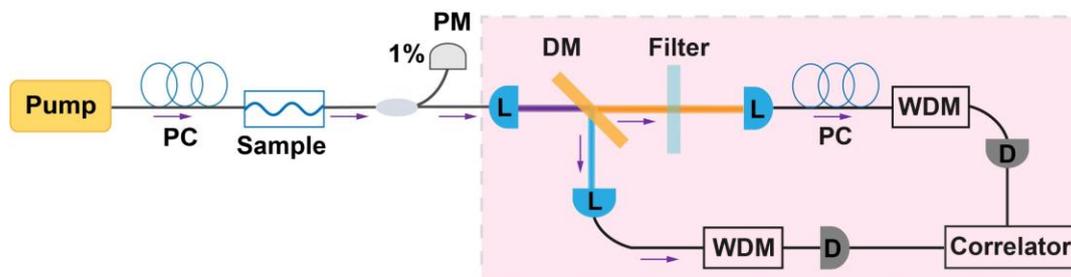


图 4.15 蛇形波导产生宽带纠缠光子对的亮度测试光路。泵浦光(pump)设定为 1526 nm, 经过偏振控制器(polarization controller, PC)入射到样品中。蛇形波导样品中产生的自发四波混频辐射将通过透镜耦出为空间光,空间光经过一个二向色镜(Dichroic Mirrors, DM)将光场分为两束,再经过空间滤波入射到透镜从而耦进光纤。两路光纤中的信号分别经过 1564.68 nm 的 DWDM(Dense Wavelength Division Multiplexer)和 1490 nm 的 CWDM(Coarse Wavelength Division Multiplexer)分别入射到超导单光子探测器中,最后进行符合测试。

为了获得以前从未测试过的宽带光源,两路光纤中的信号分别经过中心波长为 1564.68 nm 带宽为 0.4 nm 的光纤波长复用器(Wavelength Division Multiplexer, WDM)和中心波长为 1490 nm,带宽为 10 nm 的 WDM 进行滤波。最后分别入射到超导单光子探测器中,使用相关器分析了生成的 74.68 nm 的超宽带纠缠光子的时间相关特性。

实验结果如图 4.16 中所示,图(a)为改变泵浦光入射功率,获得的单位时间自发辐射光子对的符合计数相对于功率的关系(黑色方点表示多次测量的平均值,误差线表示多次测试相对于平均值的标准差),图中光子对符合数与功率是一个二次函数的关系,说明产生的关联光子对是经过三阶非线性相互作用产生的。图 4.16 (b)为归一化符合光子对计数与加速度的关系,体现了纠缠源亮度的相对变化。可以看出,随加速度增加,纠缠源亮度也随之增加。其中红色实线为理论计

算的结果，方形黑点为多次实验结果的统计平均值，误差线表示相对平均值的标准差。结果表明实验测试符合理论预测的结果。

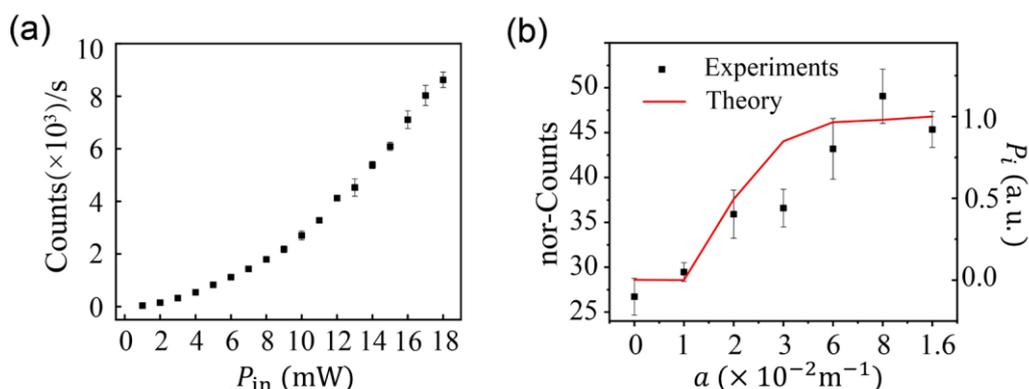


图 4.16 (a) 改变泵浦光入射功率，单位时间自发辐射光子对的符合计数与功率的关系，可以看出光子对符合数与功率是一个二次函数的关系，说明产生的关联光子对是经过三阶非线性相互作用产生的。(b) 归一化符合光子对计数与加速度的关系。可以看出，随加速度增加，光子对的符合计数也随之增加。其中红色实线为理论计算的结果，方形黑点为多次实验结果的统计平均值，误差线表示相对平均值的标准差。结果表明实验测试符合理论预测的结果。

最后，我们通过不等臂的迈克尔逊干涉仪对产生的纠缠光子对进行了量子干涉测试。实验光路如图 4.17 所示，经过蛇形硅波导产生的自发辐射信号经过一个 50/50 的分束器 (beam splitter, BS) 再通过法拉第旋镜 (Faraday rotator mirror, FRM)

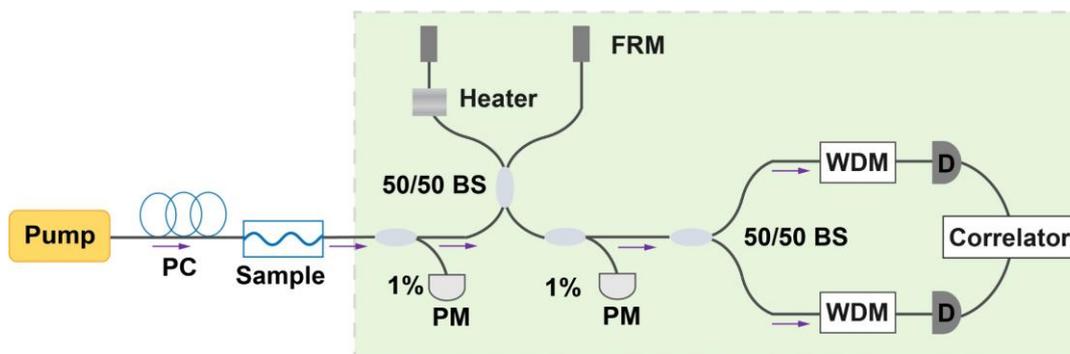


图 4.17 蛇形波导中纠缠光子对的双光子干涉实验光路。经过蛇形硅波导产生的自发辐射信号经过一个 50/50 的分束器再通过法拉第旋镜反射回分束器中干涉。光程差由一个加热器加热光纤提供。干涉后的信号经过一个 90/10 的分束器，其中 1% 的信号用于监测经典一阶干涉。剩下的信号再次经过一个 50/50 的分束器，分别由两个 DWDM 进行滤波，以监测其二阶量子干涉的结果。

反射回分束器中干涉。其中路径中的光程差由一个温控台加热光纤提供。干涉后的信号经过一个 90/10 的分束器，其中 1% 的信号用于监测经典一阶干涉。剩下的信号再次经过一个 50/50 的分束器，分别由两个 WDM 进行滤波，以监测其二阶量子干涉的结果。测试结果如图 4.18 所示。其中红色点给出了一阶经典干涉

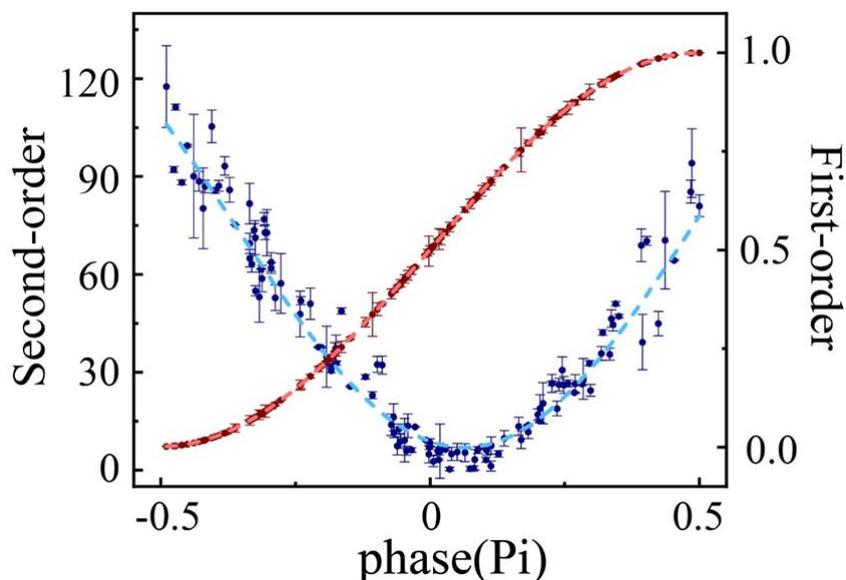


图 4.18 蛇形硅波导中的纠缠光子对的双光子干涉结果。其中红色点给出了一阶经典干涉的测试结果，其干涉对比度可以达到 99.7%。蓝色点为二阶量子干涉的测试结果，干涉对比度可以达到 96%，违背贝尔不等式。测试结果证明了一阶干涉的周期是二阶干涉的两倍。

的测试结果，其干涉对比度可以达到 99.7%。蓝色点为二阶量子干涉的测试结果，干涉对比度可以达到 96%，违背贝尔不等式（干涉对比度大于 70.6% 时即可确定光子对的纠缠属性）。实验结果均为多次测量的平均值，误差线表示相对平均值的标准差。测试结果同时也证明了一阶干涉的周期是二阶干涉的两倍。

4.6 本章小结

本章结果展示了通过使用共形变换光学提出的一种通用策略，可以用于产生片上的宽带纠缠光源。我们通过此策略设计并加工了一系列蛇形 SOI 波导，通过波导中的三阶非线性四波混频过程，在实验上验证了此方案在芯片上实现宽带时间-频率纠缠光源的可能性。实验结果还表明，可以通过调节加速参数生成任意带宽的纠缠光子对。通过对经典四波混频和自发四波混频的实验，证明了与传统

直波导相比，蛇形 SOI 波导在片上宽带非线性光学和量子光学方面的优势。这些蛇形 SOI 波导易于设计和制造，可以用于大规模生产，以实现全硅量子信息和量子计算处理，对推动片上量子光学技术发展具有重要意义。基于文中展示出的超宽带能力，人们有望基于这些波导实现全硅量子计算，以及高度兼容的光量子芯片，为集成量子技术领域提供了有效工具。

本章虽然仅在实验上展示了由三阶非线性过程产生覆盖通信波长的宽带纠缠光子的实际应用，但基于共形变换光学的这种设计方法的重要性在于其通用性，它可以应用于各种材料，如氮化硅、碳化硅和铌酸锂。此外，它适用于各种频率范围，包括可见光和红外光谱，以及微波范围。此方法还可以灵活应用于二阶非线性下转换过程。这种广泛的适用性跨越了材料和频率范围，将我们的方法定位于用于量子技术应用的片上光子器件的工具。它为在不同平台和背景下集成纠缠光子源开辟了途径，增强了跨不同光谱域进行量子通信和信息处理的潜力。

参考文献

- [1] Freedman S J, Clauser J F. Experimental test of local hidden-variable theories [J]. *Physical Review Letters*, 1972, 28(14): 938-941.
- [2] Wu L-A, Kimble H J, Hall J L, et al. Generation of squeezed states by parametric down conversion [J]. *Physical Review Letters*, 1986, 57(20): 2520-2523.
- [3] Bouwmeester D, Pan J-W, Mattle K, et al. Experimental quantum teleportation [J]. *Nature*, 1997, 390(6660): 575-579.
- [4] Shalm L K, Meyer-Scott E, Christensen B G, et al. Strong loophole-free test of local realism [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(25): 250402.
- [5] Awschalom D D, Hanson R, Wrachtrup J, et al. Quantum technologies with optically interfaced solid-state spins [J]. *Nature Photonics*, 2018, 12(9): 516-527.
- [6] Zhong H-S, Li Y, Li W, et al. 12-Photon Entanglement and Scalable Scattershot Boson Sampling with Optimal Entangled-Photon Pairs from Parametric Down-Conversion [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(25): 250505.
- [7] Gisin N, Ribordy G, Tittel W, et al. Quantum cryptography [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2002, 74(1): 145-195.
- [8] Ladd T D, Jelezko F, Laflamme R, et al. Quantum computers [J]. *Nature*, 2010, 464(7285): 45-53.
- [9] Wang J, Sciarrino F, Laing A, et al. Integrated photonic quantum technologies [J]. *Nature Photonics*, 2020, 14(5): 273-284.
- [10] Luo W, Cao L, Shi Y, et al. Recent progress in quantum photonic chips for quantum communication and internet [J]. *Light: Science & Applications*, 2023, 12(1): 175.
- [11] Feldmann R J. Book Rvw: Optical Communications: Second Edition. By Robert M. Gagliardi and Sherman Karp [J]. *Optical Engineering*, 1995, 34: 1841-1842.
- [12] Ready J F. Integrated Optics [M]//READY J F. Integrated Optics. Industrial Applications of Lasers (Second Edition), Academic Press. 1997: 546-558.
- [13] Arumugam M. Optical fiber communication—An overview [J]. *Pramana*, 2001, 57: 849-869.
- [14] Rong H, Liu A, Jones R, et al. An all-silicon Raman laser [J]. *Nature*, 2005, 433(7023): 292-294.
- [15] Agrawal G P. Optical Communication: Its History and Recent Progress [M]. *Optics in Our Time*. Cham; Springer International Publishing. 2016: 177-199.
- [16] Lu C, Liu Y-C, Hu X, et al. Integrated ultracompact and broadband wavelength demultiplexer based on multi-component nano-cavities [J]. *Scientific Reports*, 2016, 6(1): 27428.

- [17] Moscoso-Mártir A, Müller J, Hauck J, et al. Silicon Photonics Transmitter with SOA and Semiconductor Mode-Locked Laser [J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 13857.
- [18] Wang C, Zhang M, Chen X, et al. Integrated lithium niobate electro-optic modulators operating at CMOS-compatible voltages [J]. *Nature*, 2018, 562(7725): 101-104.
- [19] He M, Xu M, Ren Y, et al. High-performance hybrid silicon and lithium niobate Mach-Zehnder modulators for 100 Gbit s⁻¹ and beyond [J]. *Nature Photonics*, 2019, 13(5): 359-364.
- [20] Hu Y, Yu M, Buscaino B, et al. High-efficiency and broadband on-chip electro-optic frequency comb generators [J]. *Nature Photonics*, 2022, 16(10): 679-685.
- [21] Politi A, Cryan M J, Rarity J G, et al. Silica-on-Silicon Waveguide Quantum Circuits [J]. *Science*, 2008, 320(5876): 646-649.
- [22] Jin H, Liu F M, Xu P, et al. On-Chip Generation and Manipulation of Entangled Photons Based on Reconfigurable Lithium-Niobate Waveguide Circuits [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(10): 103601.
- [23] Zhang M, Feng L-T, Zhou Z-Y, et al. Generation of multiphoton quantum states on silicon [J]. *Light: Science & Applications*, 2019, 8(1): 41.
- [24] Shadbolt P J, Verde M R, Peruzzo A, et al. Generating, manipulating and measuring entanglement and mixture with a reconfigurable photonic circuit [J]. *Nature Photonics*, 2012, 6(1): 45-49.
- [25] Ding X, He Y, Duan Z C, et al. On-Demand Single Photons with High Extraction Efficiency and Near-Unity Indistinguishability from a Resonantly Driven Quantum Dot in a Micropillar [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(2): 020401.
- [26] Somaschi N, Giesz V, De Santis L, et al. Near-optimal single-photon sources in the solid state [J]. *Nature Photonics*, 2016, 10(5): 340-345.
- [27] Dusanowski Ł, Kwon S-H, Schneider C, et al. Near-Unity Indistinguishability Single Photon Source for Large-Scale Integrated Quantum Optics [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(17): 173602.
- [28] Tanzilli S, Tittel W, De Riedmatten H, et al. PPLN waveguide for quantum communication [J]. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 2002, 18(2): 155-160.
- [29] Takesue H, Tokura Y, Fukuda H, et al. Entanglement generation using silicon wire waveguide [J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 91(20): 201108.
- [30] Bonneau D, Engin E, Ohira K, et al. Quantum interference and manipulation of entanglement in silicon wire waveguide quantum circuits [J]. *New Journal of Physics*, 2012, 14(4): 045003.
- [31] Horn R, Abolghasem P, Bijlani B J, et al. Monolithic Source of Photon Pairs [J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(15): 153605.

- [32] Lu X, Li Q, Westly D A, et al. Chip-integrated visible–telecom entangled photon pair source for quantum communication [J]. *Nature Physics*, 2019, 15(4): 373-381.
- [33] Caspani L, Xiong C, Eggleton B J, et al. Integrated sources of photon quantum states based on nonlinear optics [J]. *Light: Science & Applications*, 2017, 6(11): e17100.
- [34] Silverstone J W, Bonneau D, Ohira K, et al. On-chip quantum interference between silicon photon-pair sources [J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(2): 104-108.
- [35] Giovannetti V, Lloyd S, Maccone L. Advances in quantum metrology [J]. *Nature Photonics*, 2011, 5(4): 222-229.
- [36] Boto A N, Kok P, Abrams D S, et al. Quantum Interferometric Optical Lithography: Exploiting Entanglement to Beat the Diffraction Limit [J]. *Physical Review Letters*, 2000, 85(13): 2733-2736.
- [37] Saleh B E A, Jost B M, Fei H-B, et al. Entangled-Photon Virtual-State Spectroscopy [J]. *Physical Review Letters*, 1998, 80(16): 3483-3486.
- [38] Dayan B, Pe'er A, Friesem A A, et al. Two Photon Absorption and Coherent Control with Broadband Down-Converted Light [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(2): 023005.
- [39] Abouraddy A F, Nasr M B, Saleh B E A, et al. Quantum-optical coherence tomography with dispersion cancellation [J]. *Physical Review A*, 2002, 65(5): 053817.
- [40] Giovannetti V, Lloyd S, Maccone L. Quantum-enhanced positioning and clock synchronization [J]. *Nature*, 2001, 412(6845): 417-419.
- [41] Valencia A, Scarcelli G, Shih Y. Distant clock synchronization using entangled photon pairs [J]. *Applied Physics Letters*, 2004, 85(13): 2655-2657.
- [42] Nasr M B, Carrasco S, Saleh B E A, et al. Ultrabroadband Biphotons Generated via Chirped Quasi-Phase-Matched Optical Parametric Down-Conversion [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(18): 183601.
- [43] Zhao J S, Sun L, Yu X Q, et al. Broadband continuous-variable entanglement source using a chirped poling nonlinear crystal [J]. *Physical Review A*, 2010, 81(1): 013832.
- [44] Tanaka A, Okamoto R, Lim H H, et al. Noncollinear parametric fluorescence by chirped quasi-phase matching for monocycle temporal entanglement [J]. *Optics Express*, 2012, 20(23): 25228-25238.
- [45] Okano M, Okamoto R, Tanaka A, et al. Generation of broadband spontaneous parametric fluorescence using multiple bulk nonlinear crystals [J]. *Optics Express*, 2012, 20(13): 13977-13987.
- [46] Javid U A, Ling J, Staffa J, et al. Ultrabroadband Entangled Photons on a Nanophotonic Chip [J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(18): 183601.
- [47] Leonhardt U. Optical Conformal Mapping [J]. *Science*, 2006, 312(5781): 1777-1780.

- [48] Xu L, Chen H. Conformal transformation optics [J]. *Nature Photonics*, 2015, 9(1): 15-23.
- [49] Huang C, Luo Y, Zhao Y, et al. A conformal mapping approach to broadband nonlinear optics on chip [J]. *Nature Photonics*, 2024, 18(1): 471-477.
- [50] Leonhardt U, Tyc T. Broadband Invisibility by Non-Euclidean Cloaking [J]. *Science*, 2009, 323(5910): 110-112.
- [51] Wang X, Chen H, Liu H, et al. Self-Focusing and the Talbot Effect in Conformal Transformation Optics [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(3): 033902.
- [52] Pendry J B, Schurig D, Smith D R. Controlling Electromagnetic Fields [J]. *Science*, 2006, 312(5781): 1780-1782.
- [53] He R Q, Liang G H, Zhu S N, et al. Simulation of giant tidal force of wormhole using curved optical spaces [J]. *Physical Review Research*, 2020, 2(1): 013237.
- [54] Sheng C, Huang C, Yang R, et al. Simulating the escape of entangled photons from the event horizon of black holes in nonuniform optical lattices [J]. *Physical Review A*, 2021, 103(3): 033703.
- [55] Sheng C, Liu H, Wang Y, et al. Trapping light by mimicking gravitational lensing [J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(11): 902-906.
- [56] Danner A J, Tyc T, Leonhardt U. Controlling birefringence in dielectrics [J]. *Nature Photonics*, 2011, 5(6): 357-359.
- [57] Horsley S a R. Transformation optics, isotropic chiral media and non-Riemannian geometry [J]. *New Journal of Physics*, 2011, 13(5): 053053.
- [58] Luo Y, Lei D Y, Maier S A, et al. Broadband Light Harvesting Nanostructures Robust to Edge Bluntness [J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(2): 023901.
- [59] Pendry J B, Luo Y, Zhao R. Transforming the optical landscape [J]. *Science*, 2015, 348(6234): 521-524.
- [60] Sheng C, Bekenstein R, Liu H, et al. Wavefront shaping through emulated curved space in waveguide settings [J]. *Nature Communications*, 2016, 7(1): 10747.

第五章 总结与展望

集成光子芯片是当前光通信和光计算领域的研究焦点,也是各个科技强国重点发展的领域之一。随着加工技术和设计方案的不断涌现,宽带的集成光子芯片显得越来越关键。在这一领域中,片上非线性器件和片上量子光源扮演着至关重要的角色,而如何获得更加宽带的使用带宽已成为当前亟待解决的问题之一。

变换光学作为光学领域的一个新兴的分支,近年来引起了广泛的关注并获得了蓬勃发展。在理论和实践层面,变换光学已经取得了令人瞩目的进展,为光学器件的设计和性能优化提供了有力支持。通过空间坐标变换,变换光学不仅能够精准掌控光的传播,而且为光学器件设计提供了强有力的工具。在众多有趣的线性光学实践中,变换光学已成功实现了许多创意丰富且实用的光学器件,例如隐身衣和黑洞吸收器等,为光学技术的应用开辟了新的可能性。除此之外,变换光学还为集成光学芯片设计提供了新的思路和方法,为光学芯片的性能提升和应用拓展开辟了新的途径。因此,将变换光学的理论和方法应用于集成光子芯片设计中,不仅可以拓展其在光学领域的应用,还可以为解决宽带集成光子芯片的关键问题提供新的解决方案。

本文在变换光学对于线性光学领域应用的卓越成就之上,首次研究了其在非线性光学中的应用。发现并证实其在非线性光学和量子光学领域潜在的巨大应用价值。具体包括以下几个方面:

首先,我们提出并展示了一种基于共形变换光学的全新片上宽带非线性光子器件设计方法。通过这一方法,我们设计并制备了一种具有梯度曲率的新型弯曲加速波导。在理论上,我们建立了波导中二阶非线性变换光学的模型,并深入分析了其中产生宽带非线性频率转换的物理机制。通过对铌酸锂弯曲加速波导中的和频过程进行理论模型分析计算,我们得到了带宽与加速度参数之间的关系。在实验中,我们采用了相机和光谱仪两个光学测试系统,与以往光路测试非线性频率转换效率的方法不同,成功完成了宽带频率上转换的实验测试,实验结果与理论预期完美符合。

然后,我们利用共形变换光学提出的通用策略,探索了一种全新的方法,在

芯片上实现宽带纠缠光源的设计与制备。通过这一策略，我们设计了一系列独特的蛇形 SOI 波导，并通过实验验证了这种方法在芯片上产生宽带时间-频率纠缠光源的巨大潜力。令人振奋的是，我们观察到通过调节加速参数，可以轻松地生成具有任意带宽的纠缠光子对。与传统的直波导相比，实验结果进一步彰显了蛇形 SOI 波导在片上宽带非线性光学和量子光学应用方面的独特优势。

通过以上结果，我们展示了基于共形变换设计宽带片上非线性光子器件这个普适方法的有效性。在第三章中，我们通过在 LNOI 上设计加工的一定长度的弯曲加速波导来实现宽带近红外光子的频率上转换探测。除了这一应用，我们还可以通过适当的设计实现片上宽带中红外信号甚至微波信号的探测，也可以实现片上其他可见波段以及紫外光信号的产生。对于现代片上产生的一些弱光源，我们还可以依据特定的材料和波段来设计其参量放大器，在覆盖光源光谱的同时也可以满足对于片上光源日益增加的强度需求。在第四章中，我们在 SOI 上设计了特定结构的蛇形波导以实现跨越通讯波段的宽带纠缠光源，并在实验上验证了其纠缠度。基于这一方法，我们还可以在不同材料的光子平台实现可见光纠缠光子对、可见光-红外纠缠光子、红外纠缠光子对、以及各种应用领域波段的纠缠光源，也可以在已有的量子光源基础上实现宽带的单光子频率转换，以满足不同量子通信平台的需求。

综上所述，我们需要强调的是，这种方法不仅首次突破变换光学在线性光学领域的应用，还提出了在集成光子学中所缺乏的一个普适的宽带非线性光子器件的设计方法。这个方法不仅适用于文中提到了两种材料平台和两种片上光子器件的应用，未来还可以在不同材料，诸如氮化硅、碳化硅、硫系玻璃等材料中的宽带非线性过程中发挥重要作用。例如可以通过设计宽带的红外光源、多波长频率放大器、调制器、探测器等器件。

攻读博士期间发表论文

第一作者论文:

1. **ChunYu Hang**, Yu Luo, Hui Liu, Yule Zhao, *et. al.*, A conformal mapping approach to broadband nonlinear optics on chip, *Nature Photonics* **18**, 471-477 (2024);

第二作者论文

2. Chong Shen, **ChunYu Hang**, Runqiu Yang, Yanxiao Gong, Shining Zhu, and Hui Liu, Simulating the escape of entangled photons from the event horizon of black holes in nonuniform optical lattices, *Physical Review A* **103**, 033703, (2021);

3. 宗心牧, 黄春雨, 盛冲, 祝世宁, 刘辉, 铌酸锂变换光学波导中彩虹捕获与宽带非线性. *光学学报* 2022, 第42卷第21期。

致谢

光阴荏苒，转瞬间我已在南京大学度过了六个春秋。这六年里，我不仅积累了丰富的知识，还拓宽了自己的视野。回首过去的点点滴滴，我满怀感激之情，感谢这些年里一直关心和支持我的老师、同学、亲人和朋友。正是他们的帮助和陪伴，才让我在学术和生活的道路上不断前行。

首先，我要特别感谢祝世宁院士。自从加入祝老师的团队以来，他以其严谨细致的科研态度、和蔼可亲的育人风范和幽默睿智的生活态度深深地感染了我。无论是在大组会的深入讨论中，还是在日常偶遇时的轻松交流中，祝老师在工作 and 生活上都不断激励着我。他使我不仅学会了如何进行高质量的科研，还懂得了如何全面规划自己的人生。同时，我也非常感谢祝老师为我们提供了顶尖的科研平台，让我们拥有充足的资源和条件开展具有国际影响力的研究。祝老师的无私指导和支持，是我在科研道路上前行的重要动力。

其次我要特别感谢我的导师刘辉教授。在过去的的时间里，刘老师不仅在学业和科研上对我倾注了大量的精力，在生活上也给予了我极大的关怀和支持。刘老师以其深厚的理论功底、卓越的学术思维和细致入微的科研态度，教会了我如何在科研道路上不断前行。我非常感激刘老师这些年来的耐心指导，使我养成了高效解决问题和注重团队合作的习惯，也让我懂得了如何从实际问题出发，寻找有价值的科研方向。每次与刘老师的讨论都让我深受启发，激发了我对科研的热情和对专业知识的深入探索。当课题遇到瓶颈时，刘老师总是耐心地引导我，并给予温暖的鼓励，这让我有信心继续坚持，最终豁然开朗，取得了关键的研究成果。刘老师的指导和支持，成为我科研生涯中最宝贵的财富。

我还要特别感谢南京航空航天大学的罗宇教授。罗老师在学术上的卓越造诣和对研究的无比热情，不仅进一步激发了我对课题研究的兴趣，更在我学术生涯的道路上指引着我前行。他无比清晰的逻辑思维和渊博的领域知识帮助我在科研工作中不断进步和完善。罗老师乐观积极的生活态度也时刻感染着我，使我在面对挑战时能够保持积极的心态和坚定的信念。对于罗老师给予我的关怀和指导，我心怀无尽的感激。

接下来,我要向本实验室的吕鹏老师、谢臻达老师、李涛老师、胡小鹏老师、龚彦晓老师、徐平老师、盛冲老师、王强老师、仲帆老师、邵阳老师、肖彦玲老师致以诚挚的感谢。你们在科研和生活上给予我的关心和帮助让我受益匪浅。同时,我也要感谢王向阳师兄、梁国华师兄、严志伟、胡梦莹、乔通、冯程、何润秋、张也、赵玉乐、葛慧、许晨敏、宗心牧、彭韩、马晓飞、刘子怡、王能宇、李浩、王黠溢、赖镇鑫、于浩耘、薛飞鸿、姚哲涵。在实验过程中,你们的帮助与支持是我顺利完成研究的重要保障。与你们一起度过的这段充实而美好的时光,将成为我一生中珍贵的财富。感谢你们让我在学术道路上不孤单,激励我不断前行。

最后,我要感谢父母无私的关爱,感谢我的伴侣马文超一直以来的包容和支持。再次感谢所有关心帮助我的人!

黄春雨

附件二

《学位论文出版授权书》

本人完全同意《中国优秀博硕士学位论文全文数据库出版章程》(以下简称“章程”)，愿意将本人的学位论文提交“中国学术期刊(光盘版)电子杂志社”在《中国博士学位论文全文数据库》、《中国优秀硕士学位论文全文数据库》中全文发表。《中国博士学位论文全文数据库》、《中国优秀硕士学位论文全文数据库》可以以电子、网络及其他数字媒体形式公开出版，并同意编入《中国知识资源总库》，在《中国博硕士学位论文评价数据库》中使用和在互联网上传播，同意按“章程”规定享受相关权益。

作者签名： 黄春雨
2024年5月26日

论文题名	基于共形变换的集成宽带光子器件				
研究生学号	DG1822017	所在院系	物理学院	学位年度	2024
论文级别	<input type="checkbox"/> 硕士		<input type="checkbox"/> 硕士专业学位		
	<input checked="" type="checkbox"/> 博士		<input type="checkbox"/> 博士专业学位		
	(请在方框内画钩)				
作者 Email	lll-lemon@163.com				
导师姓名	刘辉				

论文涉密情况：

不保密

保密，保密期（2024年5月20日至2025年5月20日）

注：请将该授权书填写后装订在学位论文最后一页（南大封面）。