



南京大學

NANJING UNIVERSITY

研究生畢業論文
(申請博士學位)

論文題目	基於變換光學、拓撲光子學的 片上光學器件研究
作者姓名	嚴志偉
專業名稱	物理學
研究方向	變換光學 拓撲光子學
指導教師	李紹春教授 劉輝教授

年 月 日

学 号:

论文答辩日期: 年 月 日

指导教师: (签字)

南京大学研究生毕业论文中文摘要首页用纸

毕业论文题目：基于变换光学、拓扑光子学的片上光学器件研究

物理学 专业 17 级博士生姓名：严志伟

指导教师（姓名、职称）：李绍春教授 刘辉教授

摘要

自 1969 年 Miller 提出集成光子学的概念，集成光子学已经成为了现代社会信息技术的基石，在光通信等领域发挥着越来越重要的作用。人们对高速信息处理持续增长的需求，推动着各种紧凑、有效的光学器件的发展。近十多年来，变换光学和拓扑光子学已成为光学领域两大最活跃的研究热点。他们为片上的光学集成提供了新的设计方法，在原理和实验上都取得了巨大的突破。一方面，变换光学基于空间坐标变换，通过映射电磁参数的分布，为控制光的传播提供了强有力的方法。基于变换光学，人们实现了无数新奇的光学器件，比如隐身衣、黑洞吸收器、波导透镜等等。另一方面，拓扑光子学借助几何和拓扑的概念来设计和控制光的行为，促成了很多非凡的对散射损耗以及无序免疫的光学器件的诞生。本论文的研究工作基于变换光学和拓扑光子学，在光学芯片上设计了一些有用的器件，同时探索了它们带来的有趣的物理效应，包括纳米聚焦、宽带波长转换、旋转外尔物理等。主要内容包括以下几个方面：

1、我们利用变换光学实现了一维的表面等离激元 (SPPs) 的黑洞，并且在实验上实现了 SPPs 的纳米聚焦。通过将金属银微米线固定在银膜上面，我们巧妙地实现了渐变的金属/介质/金属的等离激元波导，通过计算发现，等离激元的等效折射率随着中间介质层厚度的减小而增大。借助于变换光学，我们发现这种渐变波导的等效折射率分布对应于一个一维黑洞的引力度规。通过解析计算和仿真，我们发现此渐变波导能够实现等离激元的纳米聚焦，在实验上也观测到了明显的纳米聚焦效果。同时，我们也在仿真中发现，如果将中间的介质层换成非线性材

料，此器件能够增强非线性效应。

2、我们研究了一种拓宽四波混频带宽的新方法。通过对数的共形变换，巧妙地将物理空间中弯曲的绝缘体上硅 (SOI) 波导变换到了虚拟空间中的直波导，从而能更便捷地分析弯曲波导的性质。通过仿真发现，不同弯曲半径下的 SOI 波导支持不同的传播常数。我们发现弯曲能改变波导的群速度色散，并将其应用到四波混频带宽的调控上。我们设计了弯曲半径渐变的 SOI 波导，我们定义了渐变的加速度，发现加速度越大，四波混频的带宽也越宽。所以我们可以通过改变弯曲波导渐变的加速度任意调控四波混频的带宽大小，有望将此应用到超连续谱的产生以及量子信息处理上。

3、我们基于铌酸锂薄膜芯片上的一维四组元波导阵列研究了合成的旋转外尔物理。通过引入两个波导阵列的几何结构参数，结合其布洛赫动量维度，我们构造出了三维的合成空间，成功地在简单的一维结构中研究了旋转外尔物理。与传统凝聚态电子材料、光子晶体、超材料中实现的外尔点不同，我们这个体系可以存在单个的 Weyl 点，更进一步地，我们首次构造出了由两个独立的外尔系统拼在一起的界面。这个界面能否支持无间隙的拓扑界面态，取决于这两个外尔系统相对的旋转方向。如果它们沿着相反的方向旋转，那么能够产生两种类型的拓扑界面态；反之，如果它们的旋转方向相同，则只会出现平庸的界面态。在实验中，我们通过线性和非线性光学的方法观测到了拓扑界面态。

关键词：变换光学，拓扑光子学，纳米聚焦，四波混频，合成维度，拓扑界面态

南京大学研究生毕业论文英文摘要首页用纸

THESIS: On-chip photonic devices based on transformation optics and topological photonics

SPECIALIZATION: Physics

POSTGRADUATE: Zhiwei Yan

MENTOR: Prof. Shaochun Li Prof. Hui Liu

Abstract

Introduced in 1969 by Miller, the concept of integrated photonics has played an increasingly important role in optical communications, which are the keystone of information technology in modern society. The rapidly growing demands for fast information processing are driving the development of creating compact and efficient optical devices. Over the last decade, transformation optics and topological photonics have become two of the most active research topics in the field of optics. They offer new design tools for on-chip photonic integration, which have made great breakthroughs in both principle and experiment. On the one hand, transformation optics provides a powerful method to manipulate light propagation by mapping the distributions of permittivity and permeability based on the spatial coordinate transformation. Transformation optics has brought about myriad novel optical devices, such as invisibility cloaks, “black hole” absorbers and waveguide lens. On the other hand, topological photonics exploits geometrical and topological ideas to design and control the behavior of light, leading to remarkable photonic devices robust against scattering losses and disorder. In this thesis, we design some useful devices on optical chips using transformation optics and topological photonics, and explore the corresponding interesting physical effects, including nanofocusing, broadband

wavelength conversion and rotated Weyl physics. The main content include:

1. We utilize transformation optics to realize a one-dimensional surface plasmon polaritons “black hole” and demonstrate experimentally the achievement of nanofocusing of surface plasmon polaritons. By placing a silver microwire on the surface of a silver film, we fabricated a gradually-varying Metal-Insulator-Metal waveguide. The effective refractive index of the waveguide increases as the thickness of air decreases. It is subtle that this waveguide naturally establishes a precise inverse square law refractive index profile which corresponds to a one-dimensional metric of a gravitational object. Both analytical theory and full-wave numerical simulations demonstrate a good performance of nanofocusing. In our experiment, an obvious nanofocusing effect was observed. In the simulations, we also find an enhancement of nonlinear optical process if filling the dielectric layer with nonlinear optical materials.

2. We investigate a new design method to broaden the bandwidth of four-wave mixing. We transform the curved silicon-on-insulator (SOI) waveguide in the physical space into a straight waveguide in the virtual space through a logarithmic conformal transformation, so that the properties of the curved waveguide can be analyzed more conveniently. In the simulations, we find that SOI waveguides with different bending radii support different propagation constants. We find that bending can change the group velocity dispersion of the waveguide and apply it to control the bandwidth of the four-wave mixing. We design SOI waveguides with gradually-varying bending radii. A gradual acceleration is defined. It is theoretically found that the greater the acceleration, the broader the bandwidth of the four-wave mixing. Therefore, we can arbitrarily manipulate the bandwidth of four-wave mixing by changing the gradual acceleration of the curved waveguide, which is promise for supercontinuum generation and quantum information processing.

3. We propose an experimental study exploring synthetic rotated Weyl physics based

on quaternary waveguide arrays (QWAs) on an lithium niobate-on-insulator (LNOI) chip. By incorporating two geometric parameters of QWAs with the Bloch wave vector, we study the interesting rotated Weyl physics in the three-dimensional parameter space based on a simple one-dimensional structure. Unlike traditional Weyl points in condensed matters, photonic crystals, and metamaterials, our system can hold a single Weyl point. Moreover, we construct arbitrary interface between two independent Weyl structures for the first time. The interface can either host gapless topological interface states (TISs) or not, depending on the relative rotational directions of the two Weyl structures. If the two Weyl structures rotate in the opposite directions, two types of topological interface states arise. Otherwise, if the two Weyl structures rotate in the same direction, only trivial interface state can exist. In experiments, we designed and fabricated spliced QWAs on an LNOI chip, and observed the TISs through linear and nonlinear optical measurements.

Key Words: Transformation optics; Topological photonics; Nano-focusing; Four-wave mixing; Synthetic dimension; Topological interface state

目录

第 1 章	绪论	1
1.1	变换光学理论简介	1
1.2	变换光学的一些应用	6
1.2.1	设计各种功能器件	6
1.2.2	优化集成光子芯片设计	13
1.2.3	模拟广义相对论效应	18
1.3	拓扑光子学简介	25
1.4	拓扑光子学中的合成维度	30
1.5	本论文研究思路和论文结构	40
	参考文献	43
第 2 章	变换光学实现引力场中的表面等离激元的纳米聚焦	54
2.1	引言	54
2.2	厚度渐变的 GSPP 波导设计	56
2.3	引力场中 GSPP 的纳米聚焦的理论分析	61
2.4	GSPP 纳米聚焦的实验验证	64
2.5	利用 GSPP 纳米聚焦增强非线性效应	65
2.6	本章小结	67
	参考文献	68
第 3 章	基于变换光学的渐变弯曲波导实现四波混频带宽的调控	71
3.1	引言	71

3.2	基于变换光学的弯曲波导.....	75
3.3	半径固定的弯曲波导的四波混频.....	78
3.4	渐变弯曲波导的四波混频.....	81
3.5	渐变弯曲波导调控四波混频带宽.....	83
3.6	本章小结.....	87
	参考文献.....	88
第 4 章	基于 LNOI 芯片的旋转外尔物理	91
4.1	引言.....	91
4.2	LNOI 一维四组元波导阵列实现参数空间的外尔点	95
4.3	单个外尔点的螺旋边界态.....	101
4.4	两个外尔点的旋转外尔物理.....	103
4.5	拓扑界面态的实验观测.....	110
4.6	本章小结.....	115
	参考文献.....	117
第 5 章	总结与展望	120
	攻读博士期间发表论文.....	123
	致谢.....	124

第1章 绪论

1.1 变换光学理论简介

当今社会,电磁波的操纵和控制与人们的生活息息相关。光作为一种电磁波,自古以来就受到人们的关注,从小孔成像到海市蜃楼,古人对光现象的探索从未止步。现如今,人们更是见证了5G通信技术的问世。光作为一种重要的信息载体,人们一直致力于如何更好地控制光的传播。麦克斯韦(Maxwell)方程组总结了光传播的规律,它和光学材料的属性,例如折射率、介电常数和磁导率,共同决定了光的传播。为了设计具有特定功能的光学器件,人们需要预先确定光的传播路径,然后寻找能满足这种功能材料介质的材料。可以看到,这个过程是一个逆向求解电磁波散射的问题,使用传统的光学设计方法难以解决。例如,一些经典光学器件的设计使用了基于费马原理[1]的几何光学理论,诸如麦克斯韦鱼眼透镜[2, 3]、Luneburg透镜[4]、Eaton透镜[5]、Mikaelian透镜[6, 7]等,均依赖于非均匀分布的折射率来控制光的传播轨迹。

变换光学来源于一个类似的想法,即用介质的介电常数和磁导率来构造一个对于光的弯曲几何空间形状。它由Pendry教授于2006年在《Science》上率先提出[8],在物理空间(physical space)等效的弯曲几何形状可以从一个平坦的虚拟空间(virtual space)通过坐标变换得到。如图1.1所示的两个空间之间的联系,现假定在图1.1(b)中已经预先设定好了想要的弯曲的传播路径,这个可以看成发生在具有特定材料参数的介质填充的真实物理空间中,而它对应的虚拟空间中的光线是一条在平坦坐标系中的直线(图1.1(a)),它们之间通过一种特殊的坐标变换联系。由于麦克斯韦方程具有坐标协变性,光在两个空间里遵循的传播规律是一样的。也就是说,弯曲几何空间对光的作用等效于一种变换介质对光的作用。人们只需要预先设计好想要的传播路径,就能通过变换光学理论计算出所需要的变换介质。

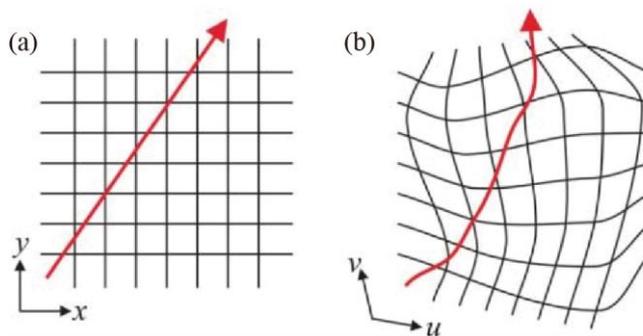


图 1.1 (a) 虚拟空间是一个笛卡尔坐标系下的平直空间，可看作自由空间，里面没有电磁介质填充，光线在其中沿直线传播。(b) 经过坐标变换后，坐标网格被扭曲，形成对应的真实空间，光线在坐标变换后的弯曲空间中，传播轨迹是扭曲的。

我们假定一个笛卡尔坐标系 (x, y, z) 下的虚拟空间，被一个相对介电常数为 ϵ 、磁导率为 μ 的介质填充，如图 1.1 (a) 所示，而另一个坐标系 (x', y', z') 下的物理空间则是被一种相对介电常数为 ϵ' 、磁导率为 μ' 的介质填充，如图 1.1 (b) 所示。这两个空间由一个坐标变换联系，这个坐标变换的雅克比矩阵定义为

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial x'}{\partial x} & \frac{\partial x'}{\partial y} & \frac{\partial x'}{\partial z} \\ \frac{\partial y'}{\partial x} & \frac{\partial y'}{\partial y} & \frac{\partial y'}{\partial z} \\ \frac{\partial z'}{\partial x} & \frac{\partial z'}{\partial y} & \frac{\partial z'}{\partial z} \end{pmatrix}. \quad (4.1)$$

在麦克斯韦方程形式不变的要求下，物理空间和虚拟空间中的电磁介质则必须满足以下条件：

$$\begin{cases} \epsilon' = \frac{A\epsilon A^T}{\det(A)} \\ \mu' = \frac{A\mu A^T}{\det(A)} \end{cases}. \quad (4.2)$$

在变换中，麦克斯韦方程中其他一些物理量也要做相应的变换，例如

$$\begin{cases} E' = (A^T)^{-1} E \\ H' = (A^T)^{-1} H \end{cases}, \begin{cases} D' = \frac{1}{\det(A)} AD \\ B' = \frac{1}{\det(A)} AB \end{cases}, \begin{cases} J' = \frac{1}{\det(A)} AJ \\ \rho' = \frac{1}{\det(A)} \rho \end{cases} \quad (4.3)$$

公式(4.3)意味着, 如果已知了虚拟空间中场和源的分布, 那么我们就用这个坐标变换计算出对应的真实物理空间中的场和源的分布。至此, 根据变换光学的基本理论, 要达到在真实物理空间中任意操控电磁波的传播, 我们只需要找到公式(4.1)的变换矩阵, 再依据公式(4.2)找到与虚拟空间对应的非均匀分布的电磁介质即可。

除了 Pendry 教授提出的直接从麦克斯韦方程出发得到的一般变换光学理论, Leohardt 教授在同期《Science》上也提出了共形变换光学理论[9], 他是从亥姆霍兹 (Helmholtz) 方程出发的。亥姆霍兹方程是几何光学近似下描述光传播的方程, 它在共形变换下是形式不变的。这种共形变换光学理论能够从上述讨论过的一般的变换光学理论推导得出。具体过程如下。考虑两个二维的复平面空间, 一个是虚拟空间中的复平面 ($z = x + iy$), 折射率分布为 $n(x, y)$, 另一个是物理空间中的复平面 ($z' = x' + iy'$), 折射率分布为 $n(x', y')$ 。假定它们之间的坐标变换是一个共形变换, 满足柯西黎曼条件:

$$\begin{cases} \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial y'}{\partial y} \\ \frac{\partial x'}{\partial y} = -\frac{\partial y'}{\partial x} \end{cases}, \quad (4.4)$$

在此情形下, 公式(4.1)的雅克比变换矩阵可以简化为

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial x'}{\partial x} & \frac{\partial x'}{\partial y} & 0 \\ -\frac{\partial x'}{\partial y} & \frac{\partial x'}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

假定虚拟空间中的介质是各向同性的非磁材料，满足 $\mu = 1$ 和 $\varepsilon = n^2$ ，将其和公式(4.5)代入公式(4.2)，可得

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon' = \text{diag} \left(1, 1, \frac{1}{\left(\frac{\partial x'}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial x'}{\partial y}\right)^2} \right) \varepsilon \\ \mu' = \text{diag} \left(1, 1, \frac{1}{\left(\frac{\partial x'}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial x'}{\partial y}\right)^2} \right) \end{array} \right. \quad (4.6)$$

对于一个 TE 偏振的光束，只会受到二维平面内的 μ' 和平面外的 ε' 的影响，因此，公式(4.6)可进一步简化为

$$n' = n \left| \frac{dz}{dz'} \right|, \quad \mu' = 1. \quad (4.7)$$

公式(4.7)与直接用基于亥姆霍兹方程或费马原理不变性推导出的折射率分布是一致的。这表明共形变换光学是一般变换光学的一种特殊情况。仔细观察公式(4.7)可得，共形变换光学最重要的特征在于变换后的介质是各向同性和非磁的，比一般变换之后的公式(4.2)要简单得多，能够降低实际样品加工的难度。然而，共形变换光学也存在着一些限制，主要要两个。一个是共形变换光学是二维的变换，基于其设计出的器件也是二维的；另一个是器件的形状不能是任意的，两个区域只有满足相同的共形模块才能用一个共形变换相联系。为了突破这个限制，2008年，Pendry 教授提出了准共形变换光学 (Quasi-Conformal Transformation Optics)[10]。经过这种变换之后，所需要的电磁材料虽然不是严格的各向同性，但其各向异性的程度很小，可以忽略不计。

变换光学的兴起，离不开超材料的支撑。超材料是由亚波长的人造单元构成

的人工材料，具有自然界中所没有的特殊性质，例如负折射率、零折射率、高频带中的磁响应等[11, 12]。一般情况下，天然材料的电磁响应取决于原子(或分子)与电磁波之间的相互作用。因为原子的尺寸比电磁波的波长小几个数量级，因此天然材料对电磁波的响应就是很多原子的平均作用。同样，超材料对电磁波的响应也可以看作人造亚波长单位的平均效应，当超材料中人造单位的尺寸仍远小于入射波波长时，就可以运用有效介质理论。通过对人造单元的特殊设计，可以实现对电磁波的不同寻常的控制。借助于超材料，许多新奇的变换光学设计的器件已经被实现。

超材料的发展起源于双负折射率材料，该理论最初在 1968 年由 Veslago 提出[13]，而在 2001 年由 Smith 在实验上证明[14]。一开始，人们致力于设计各种超材料结构来实现不同波段的负折射现象。后来，基于有效电磁参数的各种超材料结构被用来设计各种新型的变换光学器件，提高其性能表现。利用有效介质理论，人们可以定义超材料局部的有效介电常数和磁导率，并加工出很多有着优秀性能的材料，例如强各向异性[15]，渐变性[16, 17]，可见光波段的偏振控制[18]，光吸收性[19]，如图 1.2 所示。近年来，平面的超材料的概念开始兴起，即超表面 (metasurface)，它由单层或几层平面结构单元堆积组成。超表面提供了另一种实现类似于超材料的非凡电磁特性的替代方法。超表面已经被用于实现各种光学器件，包括基于变换光学的器件，更多细节可参考关于超表面的综述文章[20, 21]。

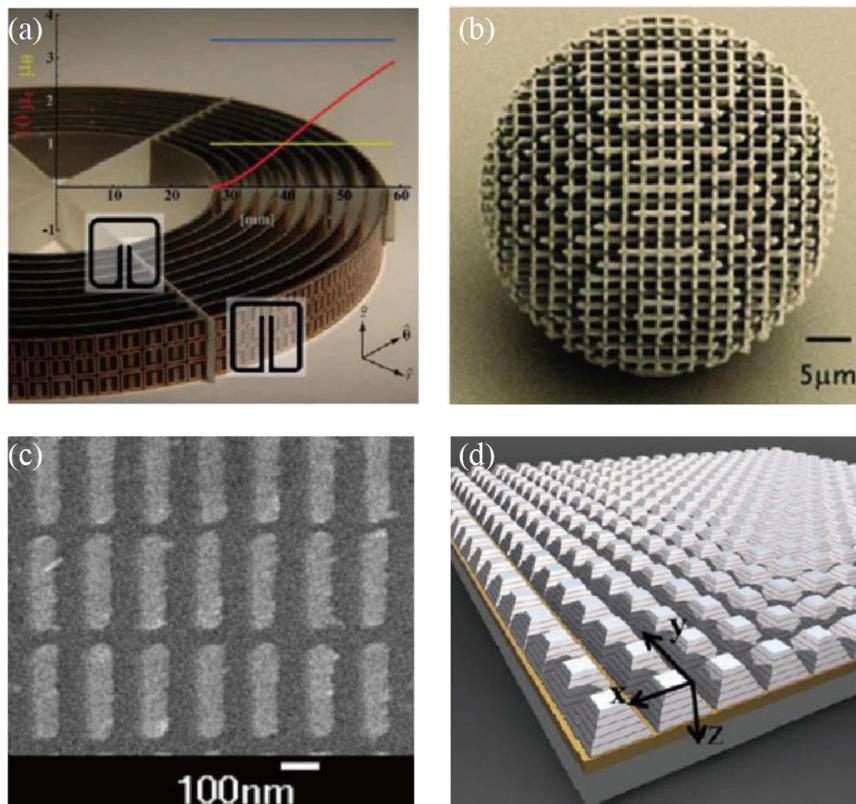


图 1.2 各种超材料设计。(a) 渐变超材料实现微波波段的隐身衣[16]。(b) 三维渐变超材料实现光频的 Luneburg 透镜[17]。(c) 超材料实现近场亚波长聚焦[18]。(d) 可形的宽带吸收器 [19]。

1.2 变换光学的一些应用

1.2.1 设计各种功能器件

借助于变换光学，很多具有新奇功能的光学器件如雨后春笋般涌现而出。其中，最引人注目的莫过于隐身器件。这种在影视作品中出现的隐身功能现如今已成为可能。下面介绍变换光学设计隐身衣的一些方案。

Pendry 在提出变换光学的理论时，就给出了一种设计隐身衣的方法。他所采用的是光隔离的隐身衣，即预先留出一个与外界完全光学隔离的隐身区域。当入射的电磁波进入这种光隔离的隐身衣，会被平稳地引导绕过隐身区域，并重新沿着初始的方向传播，这个过程没有任何散射出现，因此隐身区域内的物体不会被

外所察觉。Pendry 采用了球坐标系中的点扩展变换来实现这种隐身方案[8]:

$$\begin{cases} r' = \begin{cases} a + r \frac{b-a}{b}, & a \leq r' \leq b \\ r, & r' > b \end{cases}, \\ \theta' = \theta \\ \varphi' = \varphi \end{cases}, \quad (4.8)$$

其中, a 和 b 分别是球形隐身衣的内外半径。经过此变换, 原来虚拟空间中 $r=0$ 的点被扩展成了物理空间中 $r'=a$ 的球形区域, 球内的区域与外部空间隔离, 不能被探测到, 即为隐身区域。整个坐标变换是连续的。对于 $r'=b$ 以外的区域, 则与虚拟空间一致, 仍然是自由空间, 所以当电磁波穿过整个器件时, 不会受到隐身区域的影响。要实现这种隐身衣, 在 $a < r' < b$ 的区域所需的电磁材料的参数为

$$\begin{cases} \varepsilon_r' = \mu_r' = \frac{b}{b-a} \left(\frac{r'-a}{r'} \right)^2 \\ \varepsilon_\theta' = \mu_\theta' = \frac{b}{b-a} \\ \varepsilon_\varphi' = \mu_\varphi' = \frac{b}{b-a} \end{cases}。 \quad (4.9)$$

图 1.3 (a)展示了这种隐身衣的原理。2006 年, Smith 等人[22]第一次在微波波段实现了这种隔离型的隐身衣。他们借助于人工金属开口环谐振器, 设计了二维的隐身衣所需的材料折射率分布。2007 年, 南京大学的冯一军课题组[23]将各向同性的非磁材料排布成非均匀分布的多层同心圆柱膜, 也实现了隐身的效果。这种光隔离的隐身衣的优点在于, 隐身物体的形状、材料可以是任意的, 并且可以在隐身区域内随意移动。而它的主要局限性在于, 尽管外界无法探测到隐身的物体, 但隐身的物体也无法从外界接收任何信息。除了用变换光学, 还有许多其他方法可以设计此类的光隔离隐身衣, 包括一些几何光学方法, 例如利用反射镜[24]等。

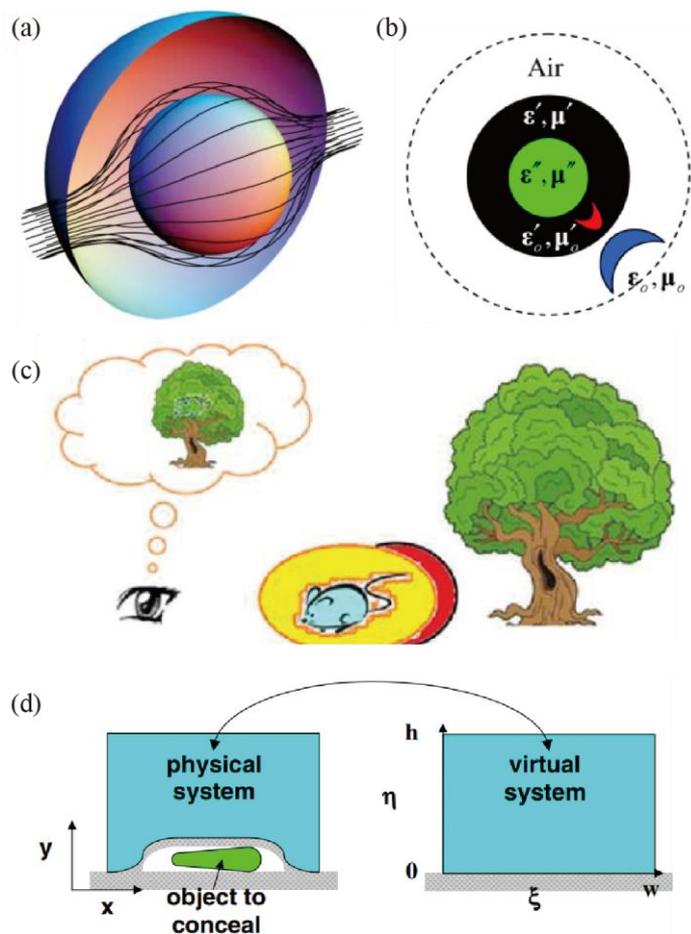


图 1.3 几种经典的隐身衣设计方案。(a) 光隔离的隐身衣。光束绕过隐身区域，不会探测到隐身物体的散射信息，然后重新回到其原始的传播方向[8]。(b) 消除散射的隐身衣。通过互补介质消除掉要隐藏的物体的散射达到隐身的效果[25]。(c) 散射重叠型的隐身衣。通过背景物体的强散射掩盖掉要隐藏物体的所散射信息达到隐身[26]。(d) 地毯隐身衣。在真实空间中将隐藏的物体放置在地毯隐身衣覆盖的弯曲地面下面（左图）。外界的观察者看到的虚拟空间中的平坦的地面，却看不到隐藏的物体（右图）[10]。

基于变换光学设计的第二类隐身衣是消除散射的隐身衣，它借助于互补介质的概念以及空间上的折叠变换来实现[25]。如图 1.3 (b)所示，隐身衣外面有一个蓝色弯月的物体，为使得此物体达到隐身的效果，需要用变换光学的方法在隐身衣内部设置一个互补介质，如图中黑色区域里的红色弯月所示。这样，当探测的电磁波接触到了蓝色弯月发生了散射，但是红色弯月的散射波会抵消蓝色弯月的散射，使得在整个系统看来，蓝色弯月像是被隐身了一样。这类消除散射型的隐

身衣的优点在于,隐身的物体仍然可以接收来自外界的相同频段的电磁波。但是,它的局限在于隐身衣只能针对特定的物体,如果要隐身的物体的形状或电磁性质发生了变化,隐身衣就失去了作用。除了用变换光学的方法,这类除散射型的隐身衣还可以通过等离激元壳[27, 28], 优化算法[29], 主动式隐身衣[30]等实现。

第三类隐身衣是散射重叠型的隐身衣,由 Sun 和 He 在 2014 年首次提出[26]。在这种隐身衣中,需要一个强散射物体作为背景物体,需要隐藏的物体放置在背景物体周围。通过背景物体的强散射与由隐身物体产生的弱散射叠加,使得弱散射的效果在外界观察者看来仿佛不存在一样,以此来达到隐身的效果。如图 1.3 (c)所示。这种散射重叠型的隐身衣的主要优点有:被隐藏的物体仍然可以“看到”外界(即接收电磁波);当隐身物体的大小、形状或介质发生变化时,隐身衣仍然可以工作;不需要预先知道探测的电磁波的信息。但是,这种隐身衣在理论上并不是完美的,即使被背景物体的强散射所掩盖,隐身物体仍然可能产生微弱的扰动。

第四类隐身衣是半空间的地毯隐身衣[10, 31]。如图 1.3 (d)所示,隐身物体处于地面下,不是在自由空间。这类隐身衣的作用在于通过变换光学设计出特定介质分布的弯曲地面将要隐身的物体覆盖住,电磁波入射到上面时相当于在虚拟空间入射到平面上,因此在观察者从地面上查看时,好像是在观察一块平坦的地面一样,从而使得地面下的物体得到了隐身。制作这种隐身衣所需的材料参数相对简单,已经在实验上得到了证明[32-37]。地毯隐身衣的实现方案可以分为两种。一种就是之前介绍的 Pendry 提出的准共形变换光学,通过选择合适的变换优化使得参数的各向异性达到最小的程度,可以忽略不计,而仅仅需要空间渐变的折射率分布。它的优势在于这种近各向同性的参数,在光频段更容易在实验上实现。例如,2009 年,Smith 和崔铁军[34]在微波波段实现了宽波段的地毯隐身,利用的是非共振的超材料。2009 年,张翔课题组[32]在硅的平板波导上加工了一些亚波长的孔洞阵列,孔的密度是渐变的,根据等效介质理论,使得其满足地毯隐身所需的折射率分布,从而在近红外实现了隐身衣的效果。2010 年,Ergin 等[35]报道了用面心立方排布的介质光子晶体在近红外实现了三维的光学隐身,可视角

度达到了 60° 。2015年,张翔课题组[38]利用超表面实现了可见光波段的皮肤隐身衣,通过调控超表面的反射相位使得入射波反射后与入射到平坦镜面上的效果一致了,从而达到隐身的效果。有文献指出,这种方式实现的地毯披风的局限性在于,由于在各向异性参数上近似的妥协,反射波会发生横向上的偏移[39]。另一方面,这种由准共形变换光学方法设计的毯隐身的隐身区域是与工作频段的波长相当的,不能用于实际的宏观物体上。

第二种实现光学地毯隐身的方法是通过均匀的坐标变换[40]。它能将虚拟空间分成几个三角形的子区域,然后对每个区域进行压缩或拉伸变换。经过这种变换后每个区域的本构参数是均匀的。只需要各向异性这个要求,降低了在光频段实现隐身的难度。2011年,麻省理工学院和伯明翰大学的两个研究小组,利用一种天然的双折射晶体,几乎同时提出了宏观的可见光的地毯斗篷衣[36,37]。这种地毯隐身衣对反射波没有横向的偏移,隐身区域的大小相比于光波长是宏观的。然而,由于在光频段,很难实现材料的各向异性和非均匀磁导率,所有这些隐身衣都只有各向异性的介电常数,因此只能工作于 TM 偏振光。很难将这些隐身衣扩展到三维情况。2013年,浙江大学的陈红胜课题组[41]利用线性多边形变换,将高折射率的玻璃材料与空气交叠形成的六边形柱状结构,实现了在非相干、全偏振自然光条件下的隐身,入射光线绕过隐身区域并按初始路径传播,效果上是光隔离型的隐身衣,但所使用的是各向同性的材料。与以往的隐身衣不同,这种情况的光的相位不能保持,但由于生物体不能感受到光的相位,因此可以实现人眼对生物物体的隐身。

除了隐身衣这种新颖的光学器件,利用变换光学设计的其他功能器件也大放异彩。例如,2009年,赖耘等人[42]利用变换光学设计出了一种幻觉光学器件,它可以使一个物体的散射场表现出另一个完全不同的物体的散射场,使用了补偿介质和恢复介质的概念,如图 1.4(a)所示,通过补偿介质抵消原物体勺子的散射,再通过恢复介质复现另一个物体杯子的散射,达到了神奇的幻觉效果。2010年,东南大学崔铁军课题组[43]提出了仅用有限大小、正的介电常数和磁导率的超材料,就能使得一个物体转换成两个物体的幻象。

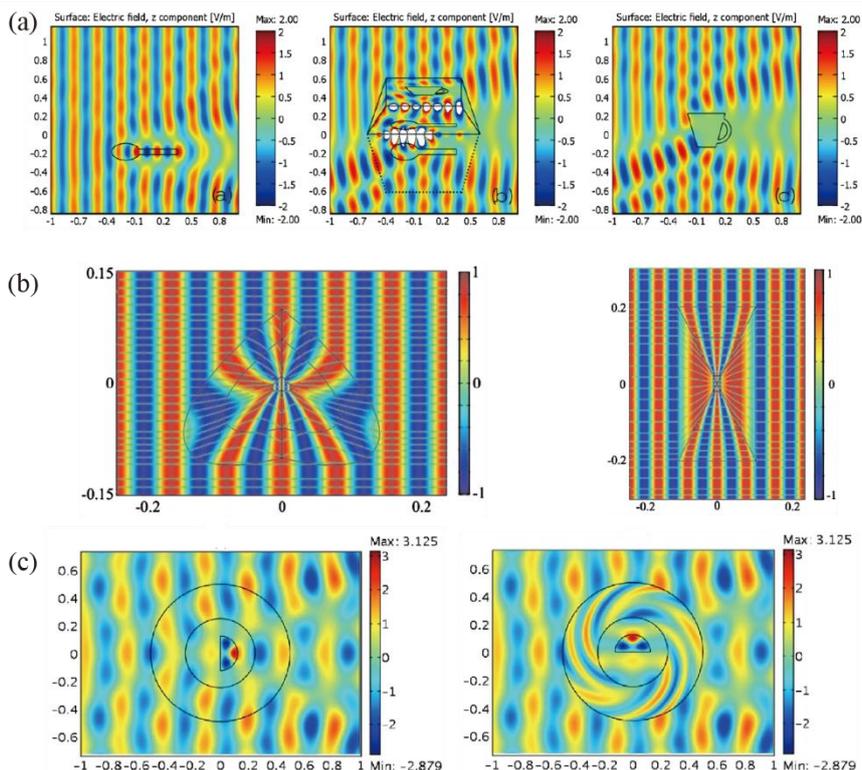


图 1.4 (a) 变换光学实现幻象[42]。左：自由空间一个勺子的散射场；右：自由空间一个杯子的散射场；中：被补偿介质和恢复介质包裹的勺子表现出杯子的散射场。(b) 心型和矩形形状变换光学集中器[44]。(c) 变换光学电磁波旋转器。左：真空中一个右半圆物体的散射场；右：被变换光学介质包裹的上半圆物体表现出与左图相同的散射场。

2008 年，Smith 和崔铁军[44]报道了针对任意形状的电磁集中器的设计，利用了一种特殊曲面的共形变换，能够解析求解集中器的设计参数，该器件由各向异性和非均匀的超材料组成，如图 1.4 (b) 所示，当电磁波从左向右传播，在心型形状和矩形形状的集中器都有良好的聚集效果。2015 年，厦门大学陈焕阳课题组[45]提出了基于变换光学的集中器，使用正负介电常数的交替层状结构，在宽带下都有良好的集中效果。

2007 年，香港大学的陈子亭教授和陈焕阳[44]提出了一种电磁波旋转器件，通过一种旋转变换，使得内部物体的信息在外界看来像是在另一个角度。如图 1.4 (c) 所示，左边是真空中向右的半圆物体的散射场，而右边是用了变换光学介质包裹住一个向上的半圆物体，这个系统对电磁波的散射却是和左图一样，从而

达到了一种电磁波旋转的效果。之后在 2009 年，他们用铝金属板的旋转阵列在微波波段实现了这种电磁波旋转器[46]。2013 年，Zhu 等人[47]采用正的介电常数和磁导率的超材料在太赫兹波段也实现了旋转的幻象，可应用于方向可调谐的天线设计。

2008 年，Rahm 等人[48]利用在空间中嵌入的有限的坐标变换，设计出了变换光学分束器，如图 1.5 (a) 所示，对于正入射和斜入射的光束，都能实现分束的功能，并且没有反射。2011 年，García-Meca 等人[49]基于准共形变换，在非磁性的各向同性材料上实现了光束挤压器和扩束器，如图 1.5 (b)所示，光束在被压缩和扩束的过程中，有着匹配的阻抗，没有反射的出现。变换光学还可以被用于设计完美透镜、超透镜[50-52]。2008 年，陈焕阳[53]利用变换光学实现了对 PEC 圆柱体的任意整形。2010 年，Du 等人[54] 提出可通过超材料将 PEC 目标的散射截面形状变换为其它任意形状。2017 年，我们课题组[55]基于 ϵ 指数的共形变换 (图 1.6 (a))，制作了 Mikaelian 透镜的渐变介质波导，实现了光束的自聚焦功能 (图 1.6 (b))，可用于解决有限泰保效应的衍射问题。2018 年，本课题组设计的渐变介质波导还能实现高斯光束与加速光束的相互转换[56]，如图 1.6 (c)所示。此外，变换光学还可用于增强物体的散射[57-59]，调控电磁波的波前[60, 61]，优化天线的定向辐射[62, 63]等。

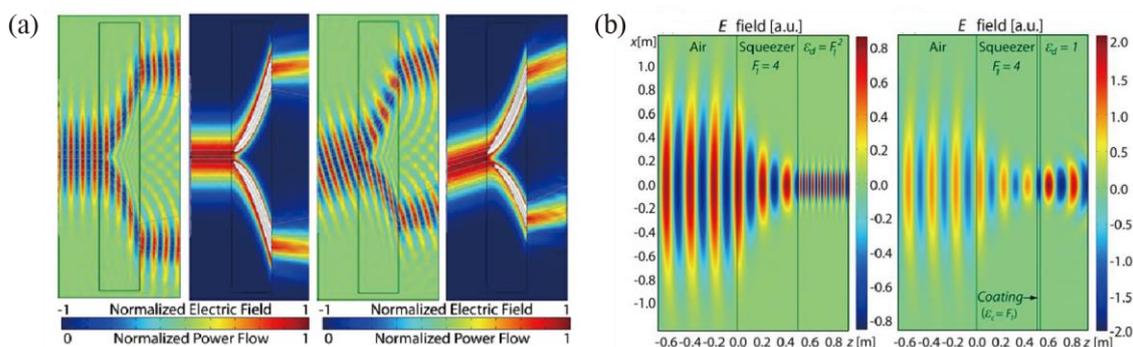


图 1.5 (a) 变换光学分束器[48]。正入射和斜入射情况下均能产生无反射的效果。(b) 变换光学设计的无反射的光束挤压和扩束器[49]。

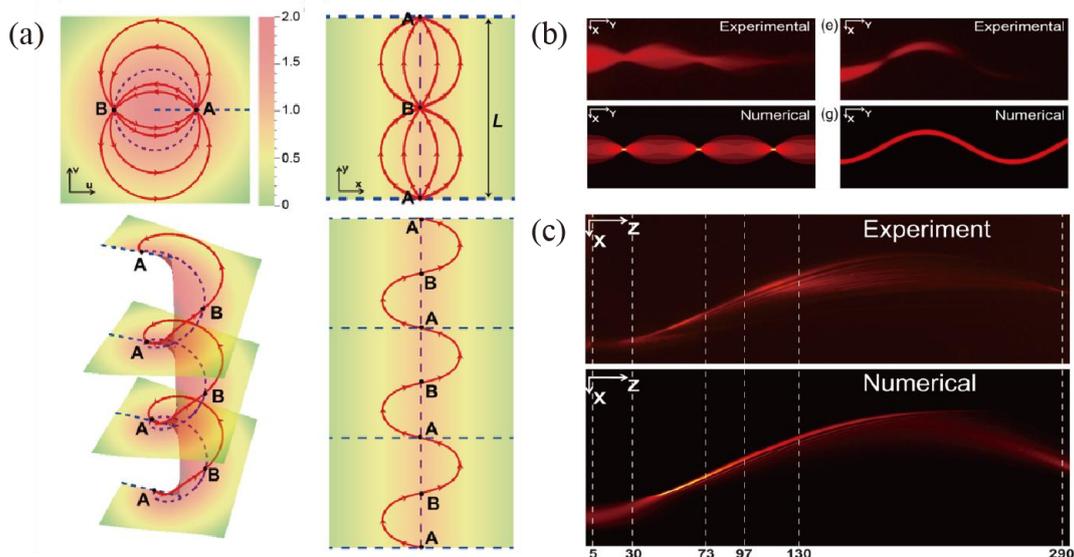


图 1.6 (a) e 指数的共形变换示意图[55]。(b)光束的自聚焦和 \sin 型曲线传播[55]。(c) 渐变波导实现高斯光束与加速光束的转换[56]。

随着加工技术的不断进步,变换光学与超材料的结合为新型电磁器件的设计加入了无限的活力,使人们对电磁波的操作越来越有可控性和灵活性。

1.2.2 优化集成光子芯片设计

近些年来,集成光子学在光通信、成像、计算和传感领域发挥着越来越重要的作用,并有望能显著降低这些系统的成本和体积。集成光子学的发展在很大程度上取决于能否研发出紧凑可靠的光学元件,并将它们集成在一块芯片上。我们前面回顾了依据变换光学设计的各种功能元件,那么是否能够用于集成光子芯片上呢?答案是肯定的。

2012年,Wu等[64]提出了基于变换光学的新型集成光子芯片设想。它由多个变换光学元件组成,包括光束准直、弯曲、交叉、分束、调制、耦合、探测等等。与传统的通过简单轴向、径向的梯度渐变折射率的光学器件相比,这种新型的变换光学光子芯片能够更高效地实现导光的作用,提供更紧凑的元件分布和更有效的控制,进一步提高了光子芯片的集成度。利用准共形变换光学的方法,由于其本质上是二维的变换,因此在设计平面的光子器件更加得心应手。不同于一

般的嵌入式的变换光学设计，准共形变换所需的材料仅包含非磁性的介电材料，一方面可以用标准的加工工艺制造出来，例如在绝缘体硅 (SOI) 上刻蚀孔洞等。另一方面能够降低损耗，能够在更宽的带宽内工作，展现出卓越的光学性能。

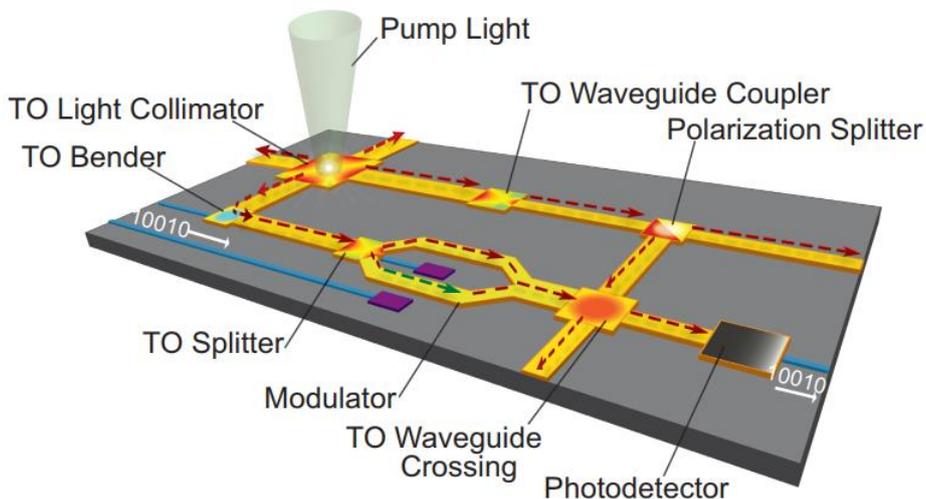


图 1.7 由各种变换光学元件构成的集成光子芯片示意图[64]。

如图 1.8(a)所示，为设计光束准直器这类器件，可将虚拟空间包含圆的区域变换成物理空间的矩形形状，虚拟空间的圆弧变成了物理空间的直线，当把点源放置在虚拟空间的圆心，那么它在真实的物理空间就能发出同心圆形状的圆柱波，从而能发挥准直器的作用。要实现这样的效果，所需的变换光学材料往往需要极端的各向异性材料，带来窄带宽、损耗等缺点。而这里采用准共形变换设计，可以将材料的各向异性降到最低，只需要渐变折射率的材料即可，如图 1.8 (b)所示，实现 (a) 图左边的准直器所需的折射率张量元已经达到了最小的各向异性了。

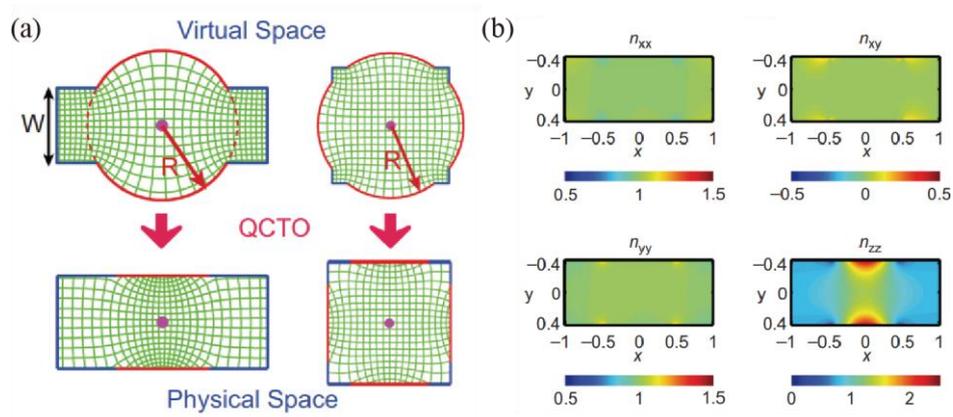


图 1.8 (a) 通过准共形变换将虚拟空间的圆形区域变换成物理空间的矩形区域，圆弧映射成直线段。将电源放置在圆心，则在物理空间能够发出同样的圆柱波。(b) 实现 (a) 图左边的准直器所需的折射率张量元。

依据这种方法设计出的四方准直器，可将光平滑地由准直器导入连接波导。如图 1.9(a)所示，在接口处几乎没有反射，模拟显示 98% 的能量已通过准直器耦合到波导中，显示出极高的耦合效率和极低的插入损耗。图 1.9(b) 是连接不同宽度波导的转换器，与传统耦合器需要长的锥形波导绝热演化不同，这种基于变换光学的转换器更为紧凑，能够将左侧宽的输入波导里的光完美匹配地压缩到右侧窄的波导里。图 1.9(c) 是功率分配器，能够将输入波导的功率平均分配至两个输出波导中。传统的功率分配器 Y 形分支或多模干涉元件，有着封装面积大和带宽有限的缺点，而由准共形变换设计的分配器，由于在器件的所有表面都进行了阻抗匹配，能有效地传输和分配光功率，其灵活的可调性，非常易于与不同尺寸、不同方向上的波导集成，从而为形成更紧凑、更宽带的光子集成系统添砖加瓦。

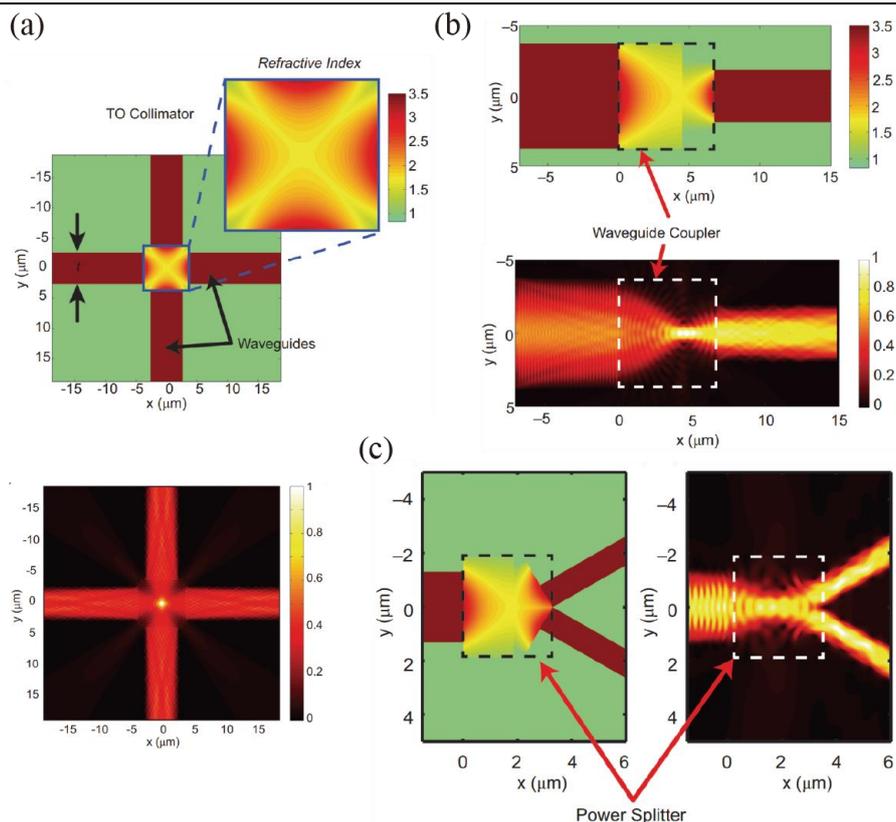


图 1.9 准共形变换光学方法设计出的 (a) 准直器。(b) 不同宽度的波导的连接器。(c) 能量分束器。仅仅需要渐变折射率的材料，器件几乎没有反射，损耗低，带宽宽，效率高。

2012 年，Lipson 等人[65]报道了基于变换光学的超低模间串扰的弯曲波导，解决了弯曲波导中出现模式串扰的问题。一般来说，由于直波导和弯曲波导间的失配，任何偏离都会激发许多其他模式，从而限制了波导所支持的数据速率。如图所示 Lipson 采用灰度曝光技术加工出截面形状渐变的波导((a))，不仅能保持输入端的模式分布，而且不同模式之间的串扰几乎为 0((c))。而对于普通的弯曲波导来说，输入端的模式沿着弯曲波导传输后不仅没有保持，而且不同模式相互之间存在串扰，损失了通道的带宽，如(b)所示。

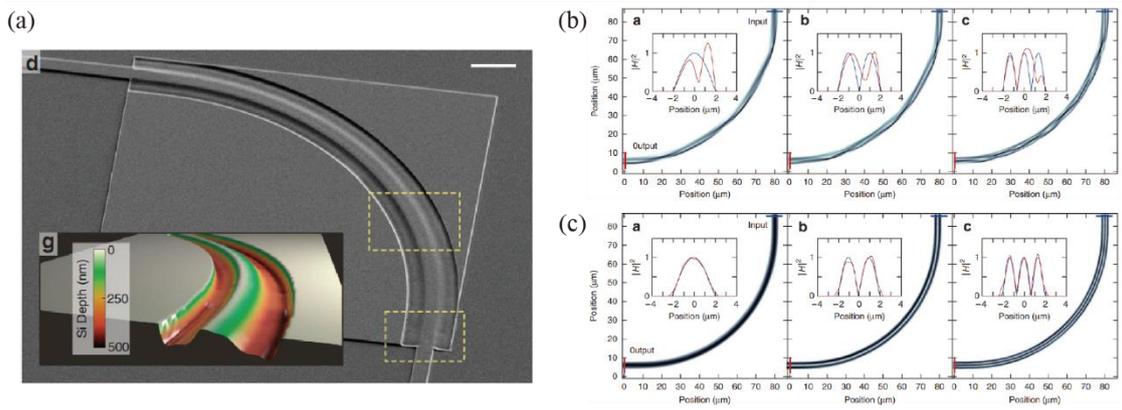


图 1.10 基于变换光学的超低模间串扰的弯曲波导[65]。(a) SEM 照片。(b) 普通弯曲波导会导致输入端的模式在输出端变形，不同模式之间有串扰。(c) 变换光学弯曲波导不仅能保持输入端的模式，且模式间的串扰几乎为 0。

2018 年，陈焕阳等人[66]设计出一种通用的多模波导的交叉器件，如图 1.11 (a)所示，该结构由麦克斯韦鱼眼透镜变换而成，实现了各波导模式之间的无像差的成像，利用此特性来完美传输不同模式，在超宽波长范围内都能极低损耗、无串扰地工作 (图 1.11 (c))，为实现高集成度、大容量的片上多模路由和通信系统铺平了道路。而反观普通直波导的交叉系统，模式间的串扰相当严重，导致支持的带宽很窄，限制了系统的密度容量(图 1.11 (b))。

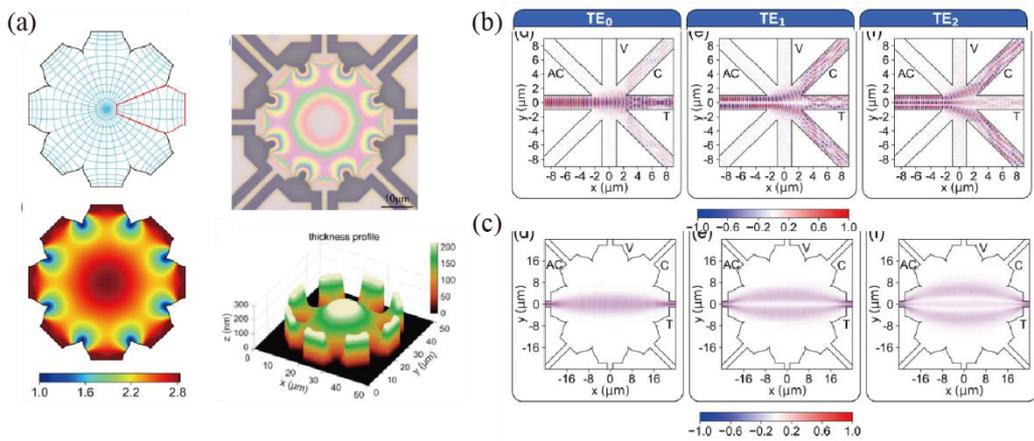


图 1.11 基于变换光学的超低模间串扰的多模波导交叉系统[66]。(a) 左：利用麦克斯韦鱼眼变形而成的多个多边形分支构成相应的波导接口。右：样品照片和厚度分布。(b) 普通波导交叉系统带来严重的模式间的串扰。(c) 变换光学多模波导交叉系统利用完美成像的

方式无串扰地传输。

这种基于变换光学的光学器件具有低损耗、宽带工作等优点，在光通信、计算和传感等领域有着广泛的应用。变换光学使得渐变光学材料充分发挥其潜力，推动实用的光学器件和集成光子系统的发展。除了在性能上面的提升，变换光学设计的光学器件普遍具有面积小的特点，能够提高光子芯片的集成程度。2010年，张翔等人[67]甚至提出了用一个变换光学器件实现多种功能的方案。

1.2.3 模拟广义相对论效应

2015年，LIGO 引力波探测器首次成功地探测到了引力波信号，2017年，Rainer Weiss 教授、Barry C. Barish 教授和 Kip S. Thorne 教授也因“发现引力波”获得诺贝尔物理学奖。2019年，事件视界望远镜拍到了史上首张黑洞照片。这几件大事着实让人振奋人心，它们无疑是对爱因斯坦广义相对论正确性的绝佳认证。广义相对论早就预言了光在弯曲时空里会弯曲的特性，还指出它与光在特定折射率介质里会弯曲具有相似性。后来，Eddington 对经过太阳附近的星光发生偏转的观察证实了前者，同时特别指出，如果在太阳周围的区域填充合适的折射介质，在平直空间中也可以达到同样的效果[68]。Gordon 接着提出折射率介质是否等同于弯曲时空的疑问，并且找到了各向同性移动介质的光学度规[69]。再后来，Plebanski[70]研究了引力场中电磁波的传播，得出了弯曲时空的等效本构关系：

$$\varepsilon = \mu = -\frac{\sqrt{-g}}{g_{00}} g^{ij}, \gamma = -\epsilon_{ijk} \frac{g_{0j}}{g_{00}}. \quad (4.10)$$

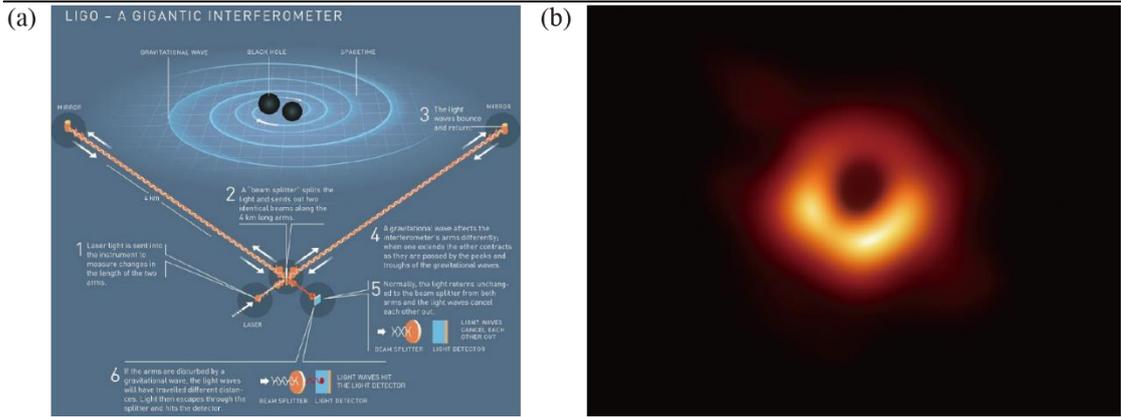


图 1.12 (a) LIGO 引力波探测器原理图。(b)事件视界望远镜拍摄到的黑洞照片。

这可以理解为在平直空间中可以用这样一个介质在一定程度上模拟弯曲真空中的光偏折的性质。1971年，de Felice[71]提出了关于黑洞的介质类比模型。2006年，Leonhardt和Philbin[72]进一步提出了借助广义相对论设计新型电磁材料的理论，建立起变换光学与广义相对论之间的联系。用变换光学模拟广义相对论，一种典型的方法是首先对初始度规做“坐标变换”：

$$g_{\mu'v'} = \frac{\partial x^\mu}{\partial x^{\mu'}} \frac{\partial x^\nu}{\partial x^{\nu'}} g_{\mu\nu}, \quad (4.11)$$

然后利用公式(4.10)得到变换后介质的光学参数。至此，人们就能用变换光学设计出的特定的非均匀的电磁材料来模拟对应度规的弯曲时空。

从变换光学出发，人们在微波、光学波段做了类比引力的工作。许多广义相对论中难以观测的经典效应通过光学超材料得以演示，包括黑洞[73-78]，虫洞[79-81]，宇宙大爆炸[82]，宇宙膨胀[83]，爱因斯坦环[84]，宇宙弦的拓扑缺陷[85]，引力红移[86, 87]，德西特空间[88]等等。例如，对于直到2019年才被拍摄到的黑洞来说，其实在之前就已经有很多学者用变换光学的方法在实验室的环境中模拟展现了出来。2009年，Genov团队[74]和Narimanov团队[75]分别独立提出了利用各向同性的超材料模拟黑洞的理论设想。2010年，东南大学崔铁军课题组[77]利用基于人工金属开口环谐振器的超材料实现了微波波段的黑洞演示。2013

年, 我们课题组[78]在介质光波导中嵌入微球, 它的表面张力促成了满足黑洞度规的折射率分布 (图 1.13 (a)上面板), 第一次在实验上实现了可见光波段的黑洞展示, 如图 1.13 (a)下面板所示, 当光束靠近中间“黑洞”后被捕获。2016年, 基于相同的实验体系, 我们课题组利用不同的折射率分布实现了对爱因斯坦环现象的模拟[84]。如图 1.13 (b)上面板所示, 天体发出的光被引力透镜引导重新汇聚, 在随后的观察者眼中呈现光环状, 下面板展示了实验中点光源发出的发散光被“液滴”天体重新汇聚的模拟演示。2018年, 我们课题组[85]在介质波导和等离子体波导上借助于超表面成功实现了对广义相对论中正负质量密度宇宙弦缺陷的模拟, 如图 1.13 (c), 光在经过正负拓扑缺陷附近时会发生汇聚和偏离不同的偏折现象。

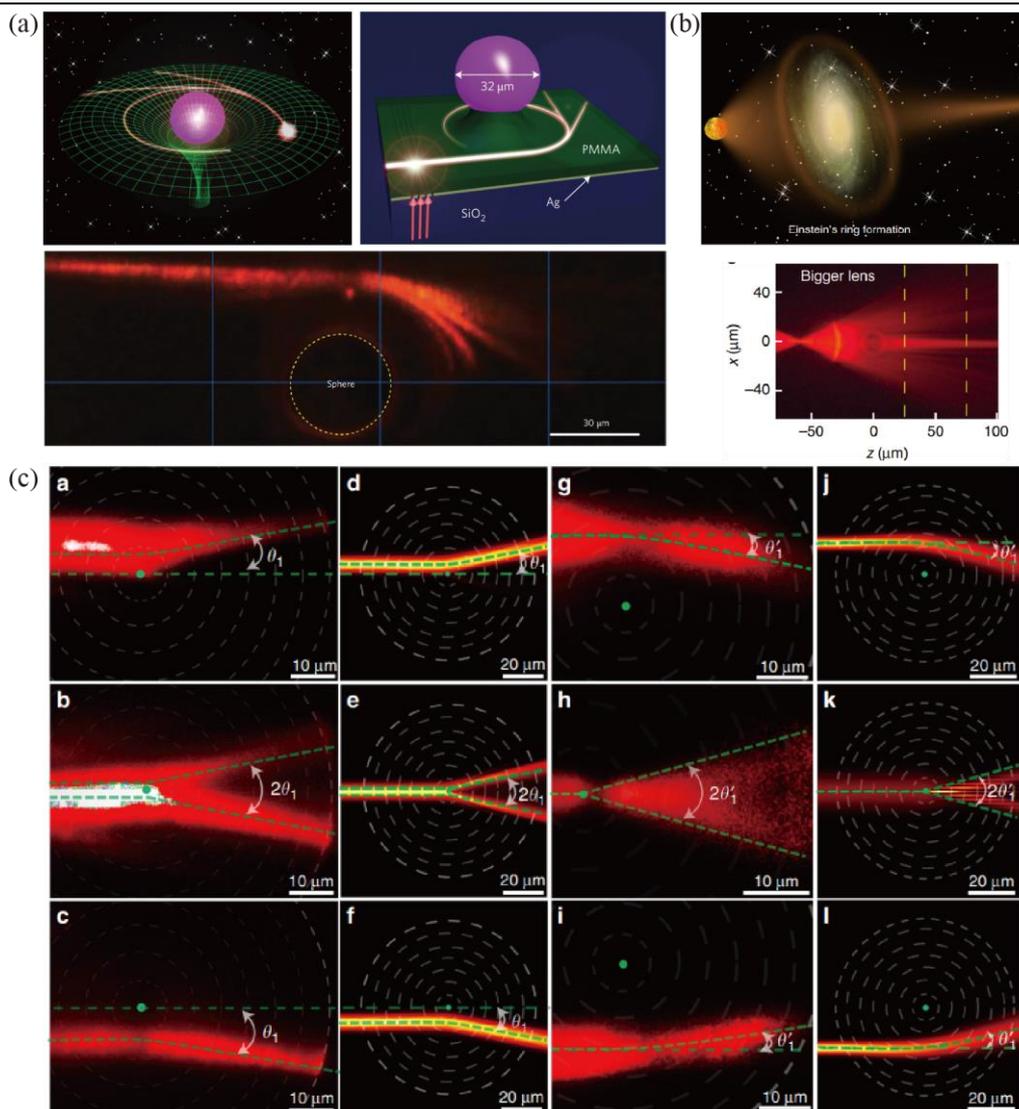


图 1.13 (a) 可见光波段的光学黑洞[78]。上：渐变介质波导结构设计；下：实验上实现的对光子的捕获。(b) 爱因斯坦环的模拟[84]。上：爱因斯坦环现象；下：实验上用渐变光波导测试的模拟爱因斯坦环的现象。(c) 光波导模拟宇宙弦的实验以及仿真的对比[85]。

2011 年, Smolyaninov[82]借助于双曲超材料, 利用其中一个负的介电常数分量, 可将空间坐标当作时间, 从而在三维的闵氏时空中模拟出粒子的世界线行为。通过设计特殊的介电参数分布, 他成功地再实验上实现了宇宙大爆炸的玩具模型, 如图 1.14 (a)所示。2012 年, Smolyaninov[83]将此模型拓展为一个模拟宇宙膨胀的模型, 改变双曲超材料的介电参数分布, 在实验上实现了宇宙学暴涨的演示, 如图 1.14 (b)所示。2015 年, Segev 和 Bekenstein 等人[87]将非线性介质中高能

量的光孤子类比成大质量恒星，通过入射的 Airy 波包受它的影响类比引力之间的相互作用，模拟了引力透镜，潮汐力以及引力红移和蓝移的现象，如图 1.14 (c) 所示。

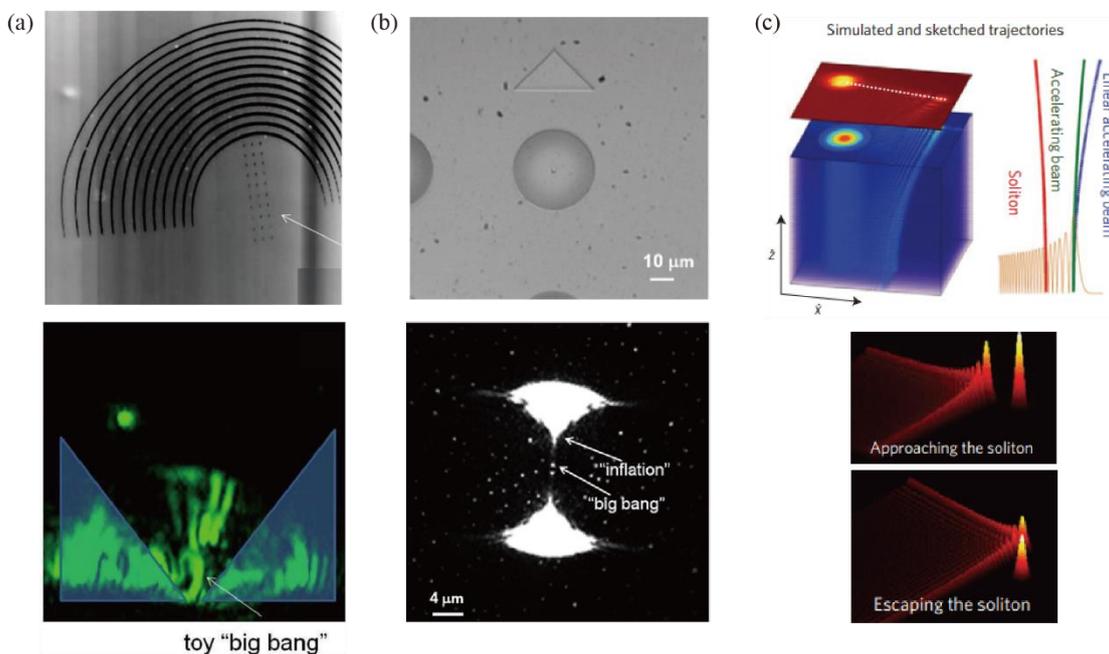


图 1.14 (a) 利用双曲超材料实现的宇宙大爆炸玩具模型的样品照片和光学测试图[82]。(b) 利用双曲超材料实现的宇宙膨胀玩具模型的样品照片和光学测试图[83]。(c) 引力红移的光学模拟[87]。上：原理示意图。强光束（“星”）和加速光束在非线性介质中的动力学过程（底部）以及离开非线性介质的光束的照片（顶部）；下：实验上观测到的波导的红移和蓝移。

尽管超材料能实现一些广义相对论所需的渐变折射率需求，但它所能提供的变化是比较有限的。当引力场的数值很大时，超材料难以满足高的折射率要求。例如基于超材料的众多黑洞的实验模拟仅限于光子球外的行为，而没有办法实现视界附近的引力场。此时，曲面光学的发展为变换光学模拟广义相对论的能力打开了一扇大门。

2008 年，Batz 和 Peschel[89]报道了光束在正高斯曲率、负高斯曲率和零高斯曲率的表面波导上会出现不同的演化行为，奠定了利用曲率控制光的演化的基

础。2010年，他们在实验上观察到光束在正高斯曲率的球面上聚焦或非衍射地传播，而在负高斯曲率的马鞍面上扩散地演化[90]。2015年，他们研究了曲面上的HBT实验，探索了曲率对光的相干性的影响[91]。2017年，Segev课题组[92]在由Schwarzschild度规设计的Flamm抛物面上观察到高斯光束的慢光和隧穿现象。2018年，他们又报道了加速波包在曲面上的演化[93]。至此，人们发现，光在曲面上传播时等效为在一个特定的弯曲时空里传播。

用曲面波导来模拟广义相对论效应的其中一种方法是依据度规嵌入图。它将四维时空压缩到了二维空间，可将平面的度规嵌入到曲面上，以使用曲面坐标的均匀空间来模拟平面上的非均匀弯曲空间。2020年，我们课题组[94]依据可穿越的MT (Morris-Thorne) 虫洞度规，成功制作了可穿越虫洞的曲面波导样品，如图1.15 (a)右边所示，虫洞的喉部上下两侧对应着两个宇宙，通过喉部相连，左边即为它所对应的的MT虫洞的二维嵌入图。如图1.15 (b)，使用一束极窄的激光从上面宇宙的侧面耦合进波导，穿越到下面宇宙的现象，不同光线的偏折角度与理论计算一致，且靠近某个临界值时，光束的宽度开始发散，可与广义相对论中的潮汐力联系起来。同年，本课题组[95]在空气螺旋波导中通过波包的演化证明了高斯波包在宇宙膨胀的FRW (Friedmann-Robertson-Walker) 时空中的红移现象，如图1.15 (c)所示为样品的设计图，观察图1.15 (d)的实验结果，入射光斑进入空气曲面波导演化后波包各花瓣的间距增加，很好地模拟了膨胀宇宙中高斯波包的红移。

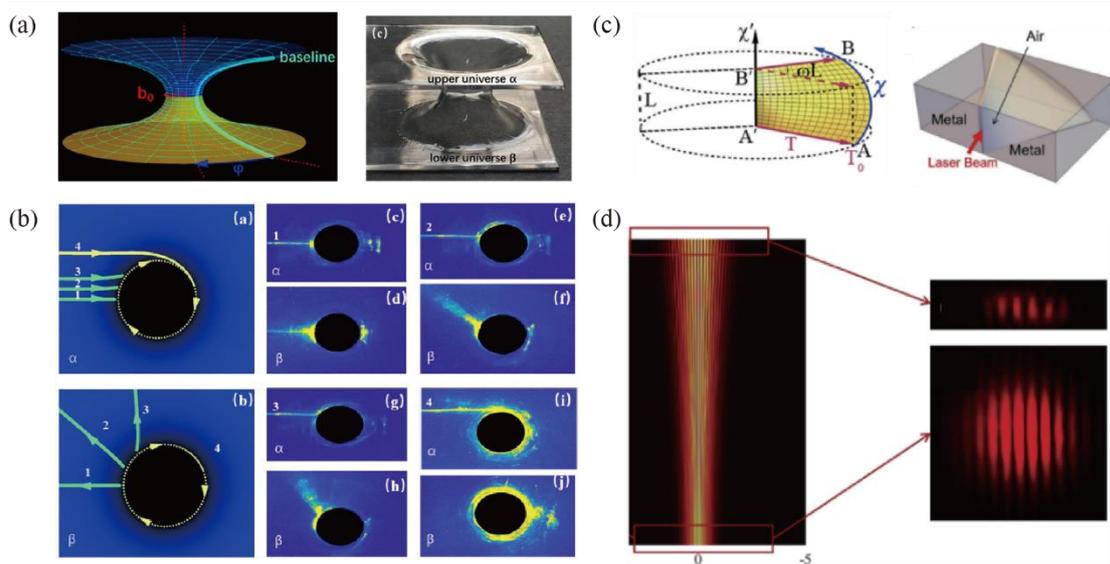


图 1.15 (a) MT 虫洞嵌入图和对应的曲面波导样品[94]。(b) 光束穿越虫洞的测地线图片和实验照片[94]。(c) 模拟宇宙膨胀的旋转曲面的结构设计和弯曲空气波导示意图[95]。(d) 入射和出射光斑[95]。

除了上述一些宏观经典的广义相对论现象，变换光学也在探索着引力的量子效应。2008年，Philbin 和 Leonhardt[96]利用光纤中介质的克尔效应，注入一束较高频率的超短脉冲以改变折射率，再用另一束较低频率的弱光作为探测光，弱光受强光克尔效应影响，当探测光相对于脉冲静止时，即产生了一个光学视界，如图 1.16(a) 所示。他们还预测到了视界附近的红移和蓝移，理论计算发现此系统存在霍金辐射。2019年，他们报道了基于此模型的实验测量结果，发现了霍金辐射的证据[97]。除了使用光学手段，2019年，Steinhauer 课题组[98]在玻色-爱因斯坦凝聚体 (BEC) 体系首次直接观测到了霍金辐射，并且测量了霍金温度。此前，也有在声学体系类比霍金辐射的报道[99]。2019年，本课题组[100]基于渐变的波导阵列体系，成功观察到了视界附近的费米子对的加速行为、量子产生和演化，实验设计如图 1.16(b)所示。在实验中，视界附近单光子波包的演化速度快于在平直时空中的演化。此外，单光子波包在视界附近劈裂成两部分沿相反方向演化，且演化速率不同，这表示对于产生的粒子对，具有正能量的例子逃逸了出来，而负能量的例子则被视界内部捕获，发现与霍金辐射非常相似，后者完全源自与引力效应有关的量子效应。如图 1.16(c)所示。

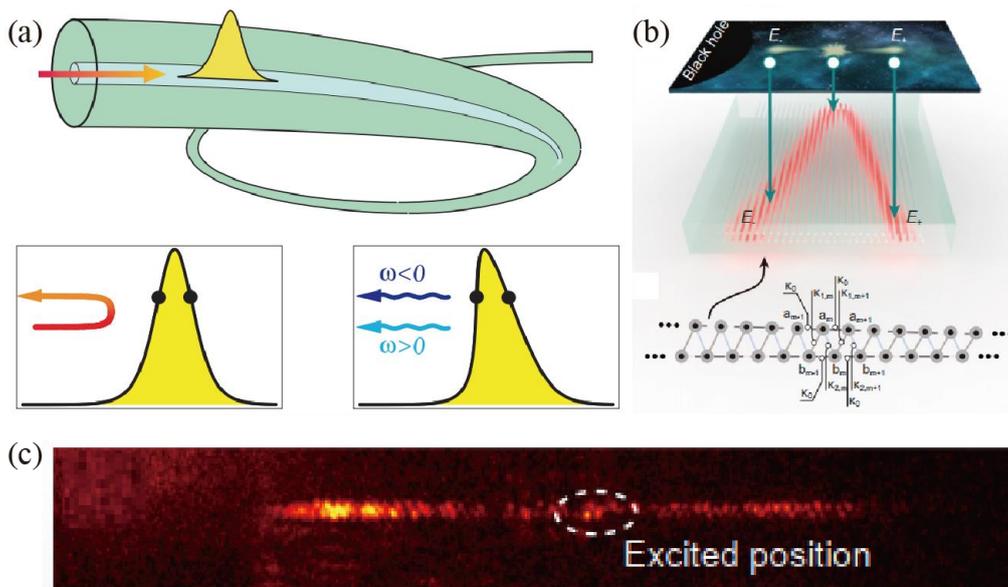


图 1.16 (a) 在非线性光纤中通过光脉冲模拟光学视界和视界附近的红移、蓝移现象[96]。(b) 在渐变波导阵列体系模拟视界附近粒子对产生的量子模拟设计，具有负能量的波包被黑洞捕获和和正能量波包从黑洞中逃逸出来[100]。(c) 视界附近单光子波包劈裂成两部分，向相反方向演化，演化速率不同[100]。

这里我们只介绍了基于变换光学的一部分应用，还有很多分支没有涉及到。例如，非局域的变换光学[101, 102]，非厄米的变换光学[103, 104]，时空的变换光学[25, 105]等等。这里不再赘述。

1.3 拓扑光子学简介

拓扑属于数学的一个分支领域，它使用拓扑不变量来表征一个对象的整体属性。拓扑不变量是一个不受对象连续形变影响的量。例如，对于任何有限大小的由闭合二维曲面包裹的三维物体，都可以通过 g (genus) 类来表征， g 可以理解为对物体中的孔洞进行计数。比如，一个球体的 g 为 0，一个圆环的 g 为 1。这两个物体不能通过连续变化转换为彼此，即任何从球体到圆环的转换都必然会涉及到一些不连续性来生成一个孔洞，对于这种伴随着拓扑不变量阶跃或量子化改

变的过程，人们称之为拓扑相变 (topological phase transitions)。Gauss-Bonnet 定理指出，物体的 g 可以通过它的局域几何属性相联系，即通过对整个表面上的局域场积分来计算拓扑不变量。在数学中， g 就可以通过对整个闭合曲面的高斯曲率进行积分计算得到。

后来人们发现，在一定的条件下，拓扑不变量可用来描述周期晶体材料的能带结构。这种情况下，那些保持系统对称性不变且不闭合带隙的操作称之为连续变换，而导致带隙闭合再打开的操作称之为拓扑相变。对于两种具有不同拓扑量的材料，它们之间的边界必然会支持局域在边界上的特殊的无间隙的物理态。这些物理态在一定程度上具有鲁棒性，只有当体系的拓扑量发生改变，它们才会消失。这种体块拓扑和边界态之间的重要关系称之为体-边关系 (bulk-boundary correspondence)。

物理系统的维度在拓扑相的性质和分类上起着重要的作用。如图 1.17 上面板所示，拓扑边界态存在于 1 维系统的末端，2 维系统的边上，或者 3 维系统的表面。通常，一个 N 维的拓扑绝缘体具有 N 维的体态和 $(N-1)$ 维的边界态。例如，1 维拓扑绝缘体的边界局域在末端 0 维的点，2 维拓扑绝缘体的边界态是 1 维的，3 维拓扑绝缘体的边界态是 2 维的表面态。

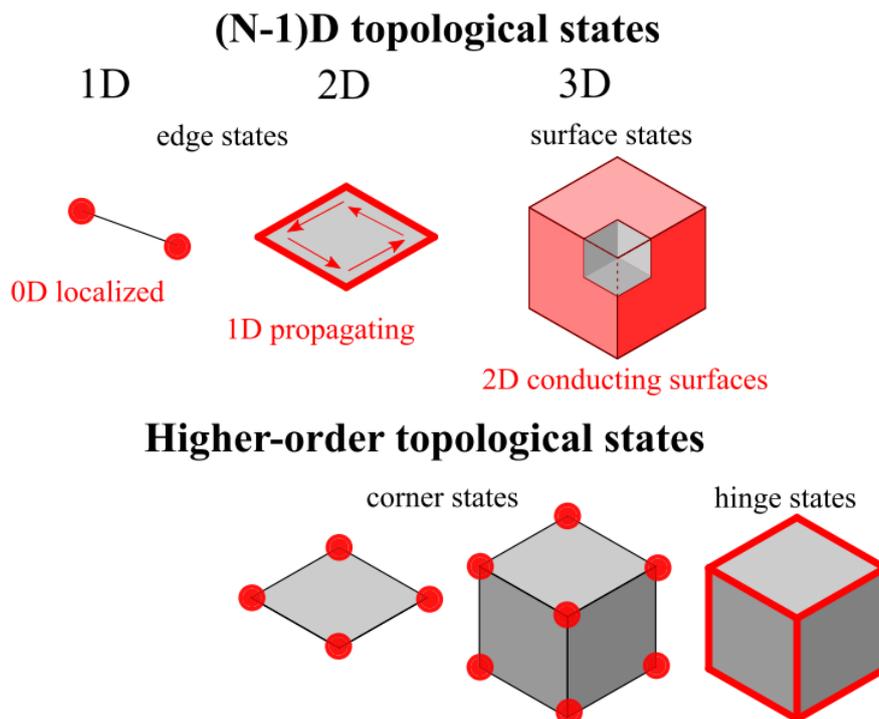


图 1.17 不同维度下拓扑的分类[106]。常规的拓扑绝缘体在体块内绝缘，但是在其边缘或表面可通过无间隙的物理态进行传导。高阶拓扑绝缘体在角或铰链处具有拓扑态。

第一个发现的拓扑相是 1980 年发现的量子霍尔相，它出现在时间反演对称破缺的 2 维系统中，比如处于强磁场中[107]。对应的拓扑不变量就是陈数 (Chern number)[108]。量子霍尔系统的拓扑边界态是所谓的手性边界态，沿着边界单向传播，不受背散射的影响。2005 年，Kane 和 Mele 发现了一种保持时间反演对称性、有着强自旋-轨道相互作用的绝缘体，称之为量子自旋霍尔相[109]。它的一种简单形式 Kane-Mele 模型中，相当于有两个量子霍尔相，其中自旋向上的电子和自旋向下的电子解耦，感受到相反的等效磁场。尽管时间反演对称使得这个系统的净陈数为 0，但是可定义一个非零的自旋陈数 $C^{\text{spin}} = (C_{\downarrow} - C_{\uparrow})/2$ 。量子自旋霍尔系统支持一对反向传播的边界态，带有相反的自旋，称之为螺旋边界态，同样也对背散射是免疫的，受时间反演对称的保护。后来人们用更普遍的 Z_2 拓扑数来表征其拓扑性质。随后 2006 年，量子自旋霍尔相由张首晟等人在量子阱异质结中实现[110, 111]。

量子自旋霍尔相的发现激发了人们对拓扑绝缘体广泛的兴趣。此后，人们发现了具有各种对称性和不同维度的拓扑材料[112]。拓扑相也存在于周期调制的系统中，其特征在于 Floquet 能带结构，其中的物理态在整数倍的驱动周期下保持不变，只是带了一个相位因子。当驱动频率很高时，可以用静态的等效 Floquet 哈密顿量描述 Floquet 能带结构[113, 114]。而当驱动频率较低时，会出现周期驱动系统独有的拓扑相[115]，且支持边界模式到体模式的拓扑绝热泵浦[116]。

最近，人们发现了一类新的拓扑绝缘体：高阶拓扑绝缘体[117]。不同于常规的拓扑绝缘体，一个 n 阶绝缘体支持 $(N-n)$ 维的子系统上无间隙的物理态。例如，在 3 维空间中，二阶拓扑绝缘体在不同表面之间的 1 维铰链上具有无间隙的拓扑态，而三阶拓扑绝缘体只在它 0 维的角上支持无间隙的拓扑态，如图 1.17 下面板所示。

对于如何将拓扑绝缘体拓展至光学领域，人们想出了各种各样的方案。大致可以分为时间反演破缺的系统（需要外加磁场或时间调制）和时间反演保持的系统（不需要外加磁场或时间调制）。如图 1.18 所示，灰色阴影区域代表连续的体态，带隙中彩色的带即为无间隙的边界态，它们受拓扑保护，沿着边界传播。

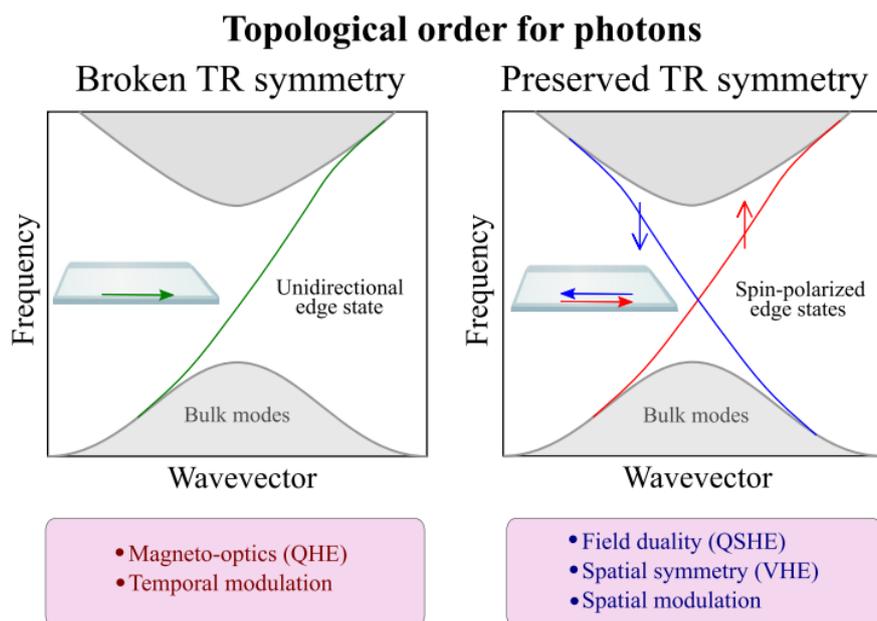


图 1.18 2 维拓扑光子系统中可分成 2 类，时间反演破缺的和保持时间反演对称的系统。

类比量子霍尔系统的光学体系可由旋电或旋磁的光子晶体实现，以打破时间反演对称性，2008 年，Raghu 和 Haldane 提出了该理论[118, 119]。2009 年，Wang 等人首次在微波波段利用旋磁光子晶体证明了拓扑边界态的单向无散射传输[120]。然而，由于难以将磁性材料集成在光子回路，以及磁性在光频下的响应很弱，这种方法难以迁移到光波段。在光学领域人们更广泛地选择了保持时间反演对称性的方法，已经基于各种平台实现，如波导阵列[121, 122]，耦合谐振腔[123]，光子晶体[124]，超材料[125]等等，如所示。例如，Rechtsman 等人[121]基于螺旋的波导阵列实现了光频的 Floquet 拓扑绝缘体，通过将波导变成螺旋状使得波导间的耦合带有相位积累，等效于一个规范场。因此，这个系统类似于 2 维电子气在磁场中随时间的演化。值得注意的是，波导阵列本身是保持时间反演对称性的，而等效磁场的符号取决于在波导阵列中传播的方向。另一个具有突破性的方案是由 Hafazi 提出的近红外波段 ($1.55 \mu\text{m}$) 的耦合环形谐振腔[123, 126]。每个环形谐振腔都支持简并的顺时针和逆时针的模式，构成了自旋的自由度。而通过不同光程的辅助耦合可以引入自旋相关的规范场。这里系统本身也是满足时间反演对称性，磁场的符号取决于考虑顺时针还是逆时针模式，类似于一个量子自旋霍尔

相。此外，也有许多其他类比量子自旋霍尔相的光学系统，包括各向异性的光子晶体（用磁电耦合类比自旋轨道相互作用）[127, 128]，基于非磁光子晶体平板的拓扑晶体绝缘体和谷绝缘体[129-137]，电子回路[138, 139]，双各向异性超晶体[125, 140]等等。

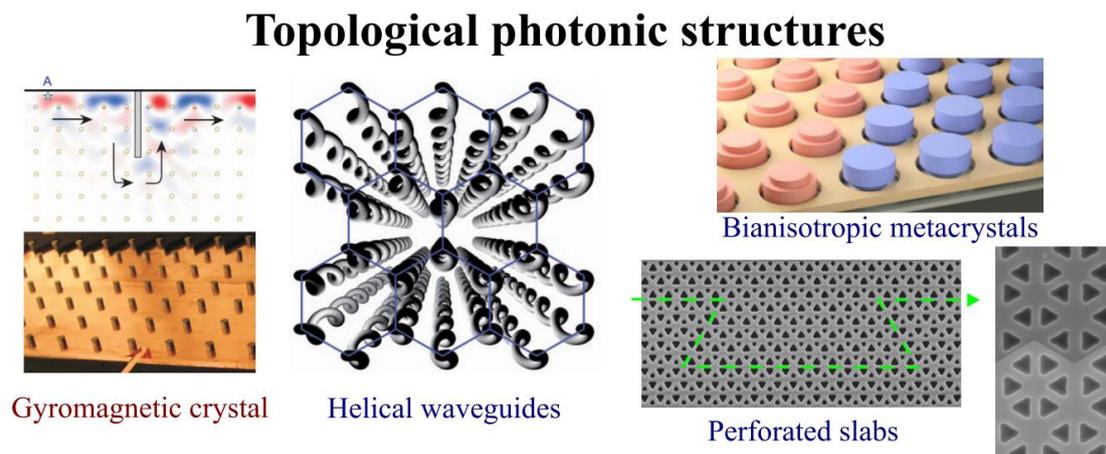


图 1.19 各种拓扑光子系统。

1.4 拓扑光子学中的合成维度

前面已经介绍过，物理系统的维度在拓扑相的性质和分类上起着重要的作用，高维系统往往能带来更丰富的物理。然而，越往高维，样品的加工难度也越高。那么有没有可能基于现有的低维结构构建出高维的物理系统呢？答案是肯定的。近来，研究者们引入了合成维度的概念，以突破几何维度对物理系统的限制[141, 142]。

一般情况下，一个物理系统的维度小于或者等于其几何维度，例如 0 维的微腔[143, 144]、1 维的波导[145]、2 维的光子晶体[146]、3 维的超材料[147, 148]等等。合成维度，是在原本的几何空间上额外引入的维度。在一个 D 维的几何维度引入 d 个合成维度，就能构成一个 $D+d$ 维的合成空间，此时系统等效为一个 $D+d$ 维度的系统。如此，在低维的几何结构上就能构建高维的物理系统进行探索。

光子学构建合成维度的方法大致有两种。一种是构建合成晶格。一个物理系

统包含一系列离散物理态，再通过特殊的方法，将这些物理态耦合起来，形成合成晶格。例如，如图 1.20 (a)所示，在 x 方向上有 9 个离散物理态，在 (b) 图中引入最近邻耦合（黑色实线），可构建一个 1 维的晶格；再引入长程耦合（黑色虚线），能够形成一个 2 维系统，如图 1.20 (c)所示。光子学为构建合成晶格提供了无限可能，光子具有多种自由度，包括频率自由度，轨道角动量自由度，不同的时域脉冲也可以看作不同的光子态。

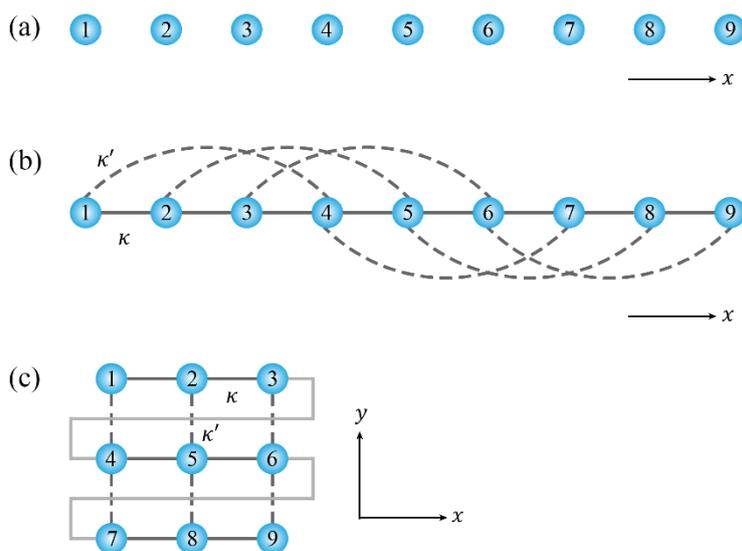


图 1.20 (a) 离散物理态。(b) 引入最近邻耦合形成 1 维合成晶格。(c) 再引入长程耦合形成 2 维合成晶格。

构建频率自由度上的合成晶格，最常用的载体有环形谐振器和波导。如图 1.21 (a)所示是一个单模的静态谐振环，它支持一系列谐振模式。在零色散频率 ω_0 附近形成一个等间距的频率梳。通过电光调制器给谐振环加入动态调控，改变调制范围内的介电常数。当调制频率为自由光谱程 Ω 时，对于第 m 阶模式，诱导的极化场会共振激发出第 $m+1$ 阶和 $m-1$ 阶模式，同时会附上相应的调控相位。由此，通过电光调制器加入耦合，可以在频率这个自由度上形成一个合成维度。2016 年，袁璐琦等[149] 基于单个谐振环在合成的频率维度上模拟了固体物理里面的布洛赫振荡的现象。同年，他们[150]将谐振环排成 1 维阵列，相邻谐振环中频率相同的模式通过倏逝耦合形成一个几何维度，再加上合成的频率维度，共同

形成了 2 维的合成空间，如图 1.21 (b)所示，通过设计调制的相位分布，此系统可实现类比的量子霍尔系统，观测到合成空间里的拓扑保护的边界态。而如果将谐振环排成 2 维的阵列，此时几何维度是 2 维，加上合成频率维度，就能构成一个 3 维合成空间。如图 1.21 (c)所示，Lin 等人[151]基于 2 维谐振环蜂窝阵列，选择蜂窝晶格两类点位的调制相位，实现了 3 维的光学外尔点 (Weyl point)。2018 年，他们[152]基于 2 维谐振环阵列实现了一个 3 维的拓扑绝缘体，并研究了固体物理里难以实现的螺旋错位现象。2016 年，Ozawa 等人[153]提出将谐振环排成 3 维阵列，再结合频率这个合成维度，形成一个等效的 4 维晶格，实现了对 4 维量子霍尔效应的光学模拟。2018 年，袁璐琦等人[154]仅用三个谐振环在合成频率空间构造出了基于 Haldane 模型[155]的 2 维蜂窝状晶格，其中还设计了频率轴上的长程耦合，并推广到理论上任意维度的晶格均能在谐振环这个体系中由合成频率维度实现，此过程可以看作在一个合成维度里嵌入高维晶格[156-158]。除了谐振环体系，在波导上加电极进行含时动态调控，选取调控频率与波导模式相位匹配，也能构造出一个离散的频率晶格，这方面王兵等人做了很多相关的工作[159-162]。类似的调控效果还可以通过非线性光学效应来实现[163]。

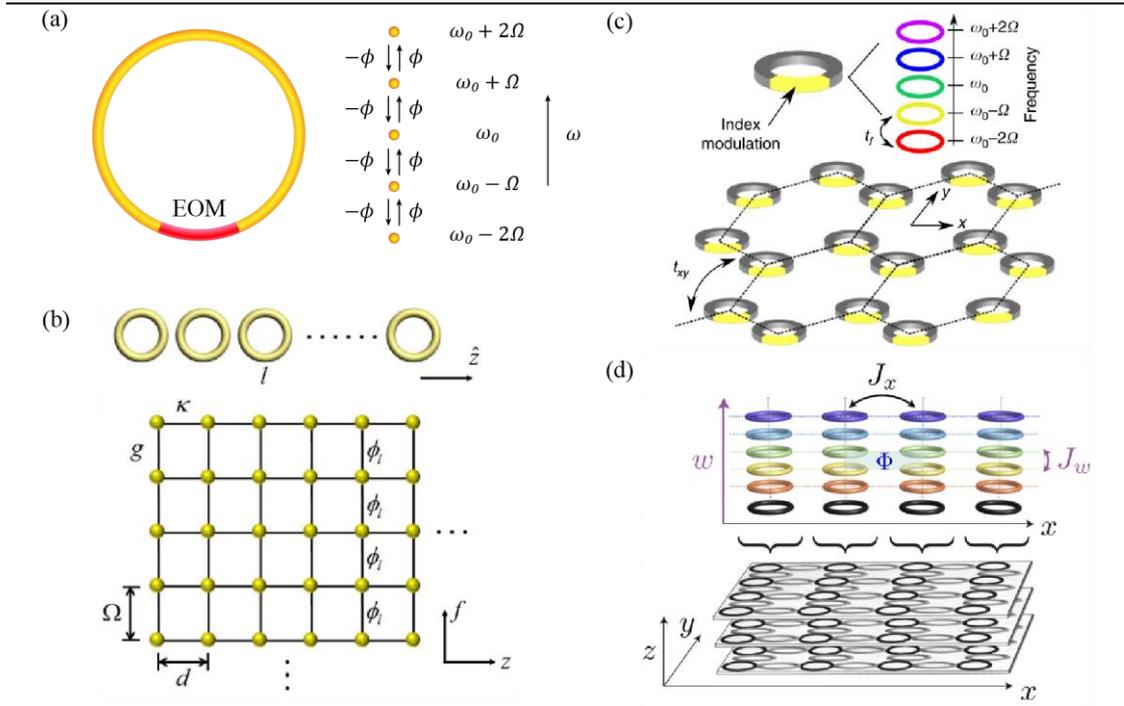


图 1.21 构建频率自由度上的合成晶格。(a) 单个谐振环经电光调制器调控后在频率上形成一个合成维度。(b) 1 维谐振环阵列加上额外的频率维度形成 2 维合成空间[150]。(c) 2 维谐振环蜂窝晶格加上合成频率维度形成 3 维合成空间，可实现光学外尔点[151]。(d) 由 3 维谐振环阵列和合成频率维度构成的等效 4 维晶格[153]。

光子的轨道角动量也是一个可利用的维度。如图 1.22 (a)所示，考虑一束围绕环状腔的光，它支持不同的腔共振模式，其横向分布是非零的轨道角动量 (OAM)。通过特殊的设计，人们可以构造出一个简并的光学腔，使得它所支持的不同 OAM 的光束具有相同的频率，再引入一个包含空间光调制器的辅助腔，将部分 OAM 为 l 的光与 OAM 为 $l-1$ 和 $l+1$ 的光耦合起来，如此便构建了 OAM 晶格。2015 年，Luo 等[164]率先用这种方法，基于 1 维的光学腔阵列，结合 OAM 这个额外维度，构造出了在等效磁场中的 2 维晶格，实现了边界态传输的模拟。2019 年，袁璐琦等人[165]基于单个简并的光学谐振腔同时构造出了 2 个合成维度。之前介绍的工作，大多是在系统原本的空间维度的基础上构造一个额外的合成维度，以达到高出一维的目的。而在这篇文章中，他们在 0 维的系统中实现了 2 个合成维度的构造，一个是频率维度，另一个是 OAM 维度，并不需要空间维度的参与 (图 1.22 (b))。利用电光调制和空间光调制的结合，他们在 2 维合成空

间引入等效磁场，打破了时间反演对称性，在实验上观测到了拓扑保护的单向传输边界态。这个边界态是局域在频率维度的边界上，沿着 OAM 轴单向传输。此外，合成 OAM 维度也被广泛用于量子行走的研究[166, 167]。

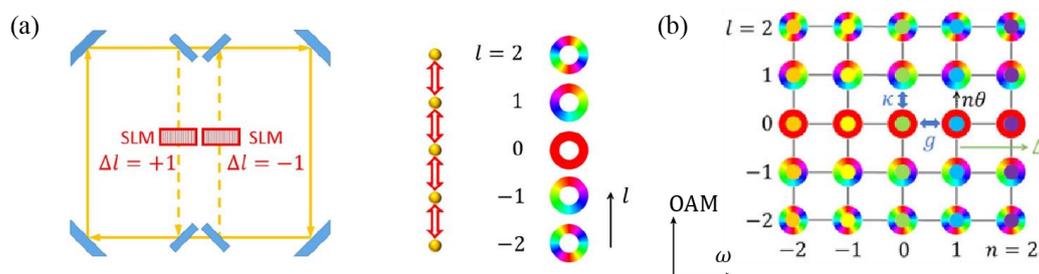


图 1.22 (a) 简并环形腔构造了角动量维度的合成晶格[164]。(b) 由频率维度和 OAM 维度构成的 2 维合成空间[165]。

构造光学人工晶格的另外一种方式是利用时间自由度，将一系列脉冲的演化映射到一个粒子沿一系列离散晶格的动力学上[168-170]。如图 1.23 (a)所示，考虑两个不同长度的光纤回路，它们由一个 50/50 的耦合器连接。一个光脉冲入射进一个回路后会被耦合器分成两个脉冲，一个围绕长回路，另外一个围绕短回路。分束后，光围绕长短回路走一圈又回到耦合器，然后再次被耦合器分束，如此往复。每个脉冲的到达时间可以重新解释为沿着合成维度的位置索引，如图 1.23 (b)所示。此系统在时间和位置都是离散的，能够方便地选择性地控制传播过程中的相位和损耗，甚至能独立引入增益。2012 年，Regensburger 等人[171]在光纤环系统中加入光学放大器以及声光调制器，控制系统的增益和损耗，首次在实验上实现了时间分辨的大规模的 PT 对称晶格，如图 1.23 (c)所示。2017 年，Wimmer 等人[172]基于耦合光纤环系统在合成时间及空间维度上的离散性，能够在合成空间观察到高分辨的波包动态演化，首次在光学体系实现了对贝里曲率引起的效应的直接观测。

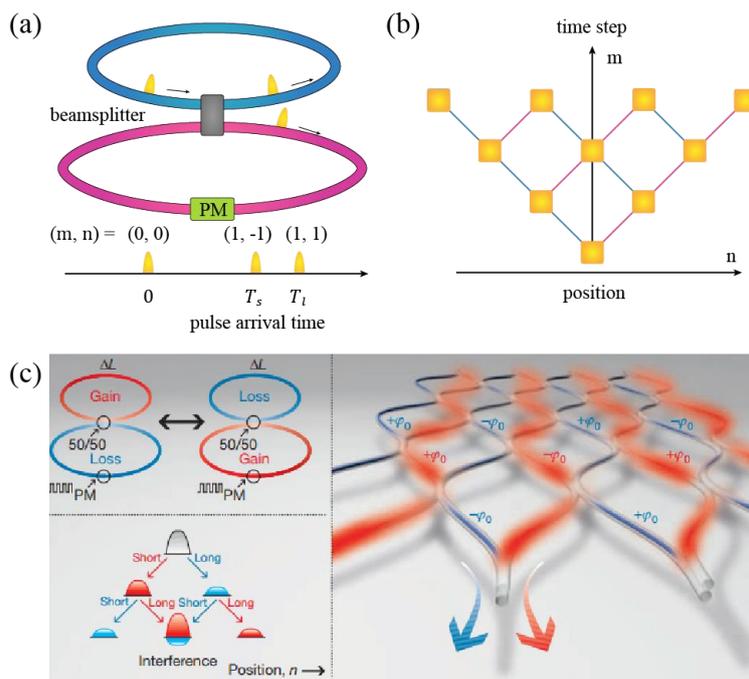


图 1.23 (a) 两个长度略微不等的光纤回路，由 50/50 的耦合器连接，PM 代表相位调制器。(b) 等效的随时间演化 (m) 的晶格 (n) 网络。(c) PT 对称光纤网络[171]。

2019 年，Lustig 等[173]创新性地提出了用波导阵列的不同模式之间的耦合来构造合成维度的方法。考虑 1 维耦合波导阵列，如果波导阵列是平直的，它的 N 个本征模式相互之间不会耦合 (图 1.24 (a))，而如果将波导阵列沿纵向设计成特殊的弯曲振荡形状，相邻传播常数的模式之间就能够产生耦合，由此构造出的合成维度就是基于波导阵列模式的合成维度 (图 1.24 (b))。在此基础上，将多个 1 维波导阵列沿 x 轴排列 (图 1.24 (c))，这样 x 方向的空间维度结合波导阵列的模式维度形成了一个 2 维合成空间。通过在相邻的波导阵列加入相移，等效成在合成空间引入有效磁场，构造出了光学拓扑绝缘体，并在实验上观测到了拓扑边界态。

有研究者提出利用特殊变换，通过特殊设计最近邻耦合以及在位能解谐，能够用 1 维的晶格等效实现任意高维的晶格，不需要动态调控构造长程耦合。2019 年，Maczewsky 等[174]利用 Lanczos 的特殊变换方法，提出对任意厄米的多维格点，不管是局域耦合还是非局域耦合分布，都可以映射成一个 1 维晶格，且变换

前后相应的格点是一一对应的。此1维晶格的最近邻耦合以及在位能需要特殊设计。图1.24(d)为一个4维的超立方晶格的3维投影，将这个网络映射到1维，选定激发的格点(图中红点)后，这个1维晶格格点间的最近邻耦合以及需要调整的在位能就能计算出来，如柱状图所示。

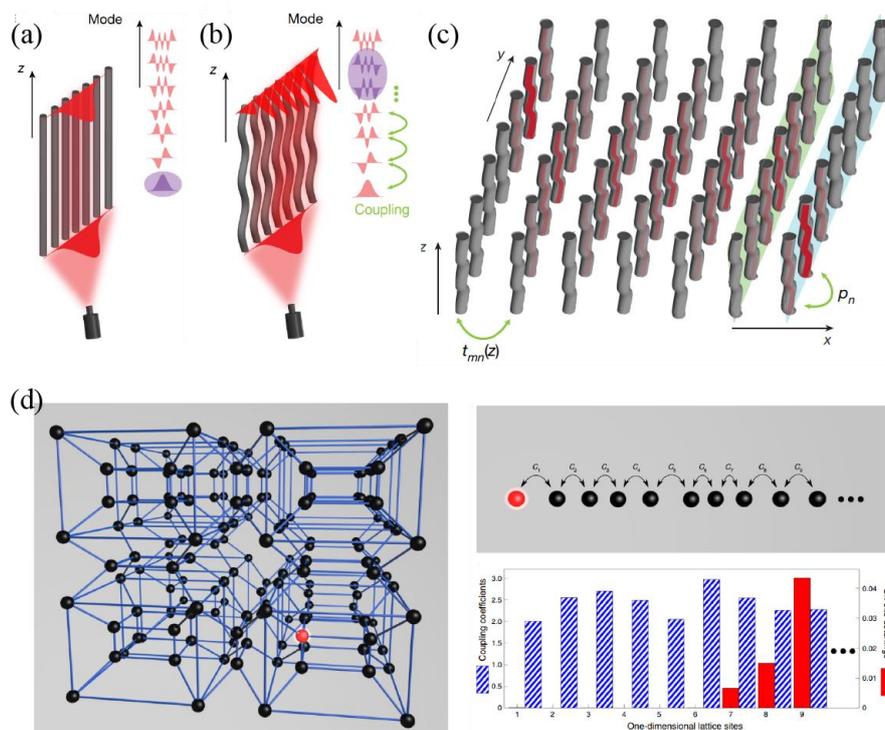


图 1.24 (a) 1 维直波导阵列，本征模式的传播常数等距分布[173]。(b) 将波导阵列沿纵向弯曲振荡，本征模与其最近邻模式耦合，形成基于模式的晶格[173]。(c) 2 维波导阵列 [173]。(d) 将高维网络映射到 1 维晶格[174]。

小结一下，光子学为构造合成晶格创造了无限可能，其基本思想就是设计各种光子态之间特定的耦合。光子所具有的多种自由度，以及各种光子态之间的耦合机制，为人工晶格的实现提供了广阔的平台。从构造人工晶格的要素上来说，在光子学中，在合成维度上形成的分立晶格的数目可以非常大。基于合成维度所形成的大的合成空间，非常适合用来对一些体块物理效应进行模拟和证明。此外，在合成维度上也能便捷地引入边界，可以调制谐振环或者波导的群速度色散，或者利用记忆效应设计特别的边界[175]。光学合成晶格一个重要的应用优势在于

等效规范势的构造上[176-178]。众所周知，规范势对应的电场和磁场，为控制带电粒子的运动提供了多种机制。而光子是中性粒子，因此没有天然存在的规范场可以耦合光子。然而，构造光学人工晶格的各种方法，天然具备了控制晶格间耦合相位的能力，因此非常适合用来产生对光子的等效规范势，以灵活地操纵光子，在合成空间实现诸如单向拓扑保护边界态、布洛赫振荡[179, 180]等现象。

以上我们介绍了构建合成维度的第一类方法，即通过构造合成晶格形成合成维度。另外一种方法是引入系统的参数。通过系统的结构或者物理参数引入合成维度，实际上是引入独立的参数自由度。例如，考虑一个 n 维空间的系统，其哈密顿量可表示为 $H(q_1, \dots, q_m, r_1, \dots, r_n)$ ，其中 q_1, \dots, q_m 是外部参数， r_1, \dots, r_n 是空间坐标。这个哈密顿量里面的每个外部参数，和空间坐标其实处于一个等价的位置，可以被认为是一个额外的合成维度。用这种方法，高维空间的物理得以通过低维物理系统的参数依赖性体现。

由参数哈密顿量描述的系统，人们首先想到使单个物理结构的参数随时间改变来研究高维的物理，即考察含时参数系统的动力学问题。例如，在有限大小的 Aubry-André 模型中，假设在时刻 t ，系统是一个边界态，处于 1 维格点的其中一个边界，将在位势相位随时间绝热演化后，这个模式也会根据边界态的色散进行演化，变成一个体态，之后又以另一个边上的边界态出现。因此，这个 1 维含时系统物理态的绝热演化提供了对相应的 2 维系统一个直接的观测手段。2012 年，Kraus 和 Zilberberg 等人[181]将波导阵列沿 z 轴的传播等效为沿时间的演化，设计了波导间距随传播方向变化的波导阵列结构，其中 ϕ 作为 z 的函数从 0.35π 变到 1.75π 。图 1.25 (a)展示了它的绝热演化过程，入射光初始激发波导阵列一边上的边界态，沿 z 轴传播后演化成体态，最后又变成另一个边上的边界态，与 Aubry-André 模型预期的绝热演化效果完全一致。2018 年，他们[182]将此系统拓展到 2 维的波导阵列，如图 1.25 (b)， ϕ_x 和 ϕ_y 分别控制两个方向上的耦合，且都是 z 的函数，由此构成了 2 个合成维度 v 、 w ，再加上原本的 x 、 y 空间维度，形成了一个 4 维合成空间。耦合系数随 z 的调

控可映射到 x - v 平面和 y - w 平面的等效磁场，再将这两个平面耦合起来，他们实现了 4 维的量子霍尔效应，特征是带隙有着非平庸的第二陈数。在实验上可观测到角态、边界态沿 z 轴传播跨越整个样品后依然保持。

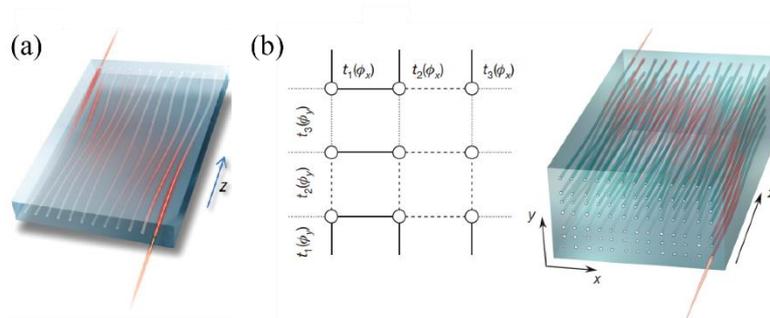


图 1.25 (a) 通过拓扑保护的边界态观察绝热泵浦效应的设计[181]；(b) 2 维波导阵列图示，波导间距 z 相关[182]。

两一方面，人们也提出可以直接改变物理结构的几何参数，通过多个参数变化物理结构来反映高维物理的性质。2017 年，我们课题组[183]考虑一个 1 维的光子晶体，每个原胞包含四层平板（图 1.26 (a)），厚度分别是 $(1+p)d_a$ ， $(1+q)d_b$ ， $(1-p)d_a$ 和 $(1-q)d_b$ ，其中 p 、 q 就是特别引入的结构参数。在 k （1 维物理空间波矢）、 p 、 q 形成的 3 维空间中，我们实现了合成参数空间的外尔点，并实验验证了外尔点所带来的参数空间的光学涡旋。仅仅用这个简单的 1 维结构，我们就可以研究 3 维的外尔点的物理性质。2020 年，我们课题组[184]在之前工作的基础上，将 1 维 PT 对称光子晶体的非厄米性当作一个合成参数，研究了 4 维非厄米合成空间中的拓扑物理。如图 1.26 (b)所示，考虑原胞内包含 7 层平板且引入了增益和损耗的光子晶体，单元里有 4 种不同的厚度： $d_{a1} = (1 + \cos(p\pi))d_a$ 、 $d_{b1} = (1 + \cos(q\pi))d_b/2$ 、 $d_{a2} = (1 - \cos(p\pi))d_a/2$ 、 $d_{b2} = (1 - \cos(q\pi))d_b/2$ ，其中 p 、 q 为引入的结构参数。此外，这 7 层结构折射率的实部被设计成镜像对称，而折射率虚部的分布则是镜像反对称的，以形

成 PT 对称结构。我们引入了另外一个参数 γ (折射率虚部的大小) 控制系统的非厄米性质。于是, 3 个参数 p 、 q 、 γ 再加上布洛赫波矢 k , 构成了 4 维的合成空间。在考虑非厄米参数 γ 后, 原本的结线 (nodal line) 演变成了参数空间中包裹结线的奇异环, 将空间分成了 PT 对称相和破缺相。当调控 γ 后, 他们在合成空间实现了 3 维的奇异超曲面 (exceptional hypersurface), 发现了奇异超表面上的两类奇异简并点, 在其中一类简并点附近, 可以产生高 Q 值的窄带反射峰。一旦环境微小的变化破坏了系统的 PT 对称性, 反射系数就会发生剧烈的变化, 该特性在光学传感上有潜在应用。2020 年, 本课题组[185]通过调控 1 维非厄米超构晶体单元的顶层厚度 h_b 这一结构参数 (图 1.26 (c)), 可以让色散的带隙先闭合再打开, 在某一特定的厚度时会出现一组奇异点, 而在特定厚度两侧则会出现带边模式对称性的反转。在由结构参数 h_b 和布洛赫波矢 k 构成的 2 维合成空间, 我们发现了连续体中的束缚态和非厄米的费米弧。如果再考虑另一个结构参数 h_a 的变化, 在形成的 3 维合成空间中, 奇异点将会形成奇异线。此系统能够方便地调控热辐射。2020 年, 本课题组[186]在 1 维光学拓扑界面态的超晶格结构中引入两个结构参数, 如图 1.26 (d)所示, 其中一个参数用来调整界面层介质的厚度以调节在位能, 另一个参数控制相邻界面态之间的光子晶体周期数以调节耦合系数 (包括强度和符号)。这两个与在位能和耦合系数相关的结构参数, 结合原本的 1 维布洛赫波矢形成了 3 维合成空间。基于此系统, 考虑光子的 TE 和 TM 两种偏振模式, 我们首次成功构造了可见光频域的 charge-2 狄拉克点, 改变入射角后还能使该 charge-2 狄拉克点在合成空间分裂成两个外尔点, 并实现了对其所引起的拓扑表面态的灵活调控。

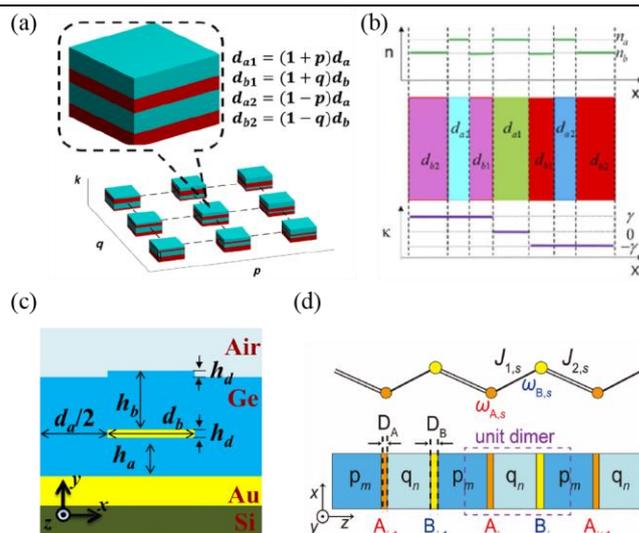


图 1.26 a) 1 维光子晶体，原胞包含四层厚度不同由参数 p 、 q 控制的平板[183]；(b) PT 对称七层平板原胞的光子晶体设计， n 和 κ 分别表示折射率的实部和虚部[184]；(c) 非厄米超构晶体原胞图示[185]；(d) 拓扑界面态的超晶格（下）以及相应的等效二聚体模型（上）[186]。

这里可以看出，合成维度的另一大优势在于对拓扑物理学的研究提供了丰富的实现方法。拓扑物理学的效应非常依赖于物理系统的维数。高维的系统往往比低维系统有更丰富的独一无二的特性，但其所需的光学结构却受制于复杂困难的实验加工。合成维度的出现，为实现这些高维系统提供了巧妙的低维替代体系，甚至能超出现实的三个维度，研究四维或更高维的物理效应。

1.5 本论文研究思路和论文结构

变换光学和拓扑光子学作为光学领域的两大热门领域，近些年来发展迅速，取得了一系列优秀的成果。在本章中，我们介绍了变换光学的基本理论，并对它在器件设计、模拟广义相对论效应的应用上做了回顾；我们也简单介绍了拓扑光子学，同时着重介绍了利用合成维度系统维度实现高维拓扑物理的方法及其优势。

在第二章中，我们巧妙地将金属银微米线固定在银膜上面，实现了渐变的金属/介质/金属的等离激元波导，通过计算发现，等离激元的等效折射率随着中间介质层厚度的减小而增大，借助于变换光学，我们发现这种渐变波导的等效折射

率分布对应于一个一维黑洞的引力度规，通过仿真和实验，我们发现此渐变波导能够实现等离激元的纳米聚焦。同时，我们也在仿真中发现，如果将中间的介质层换成非线性材料，此器件能够增强非线性效应。

在第三章中，通过对数的共形变换，巧妙地将物理空间中弯曲的绝缘体上硅 (SOI) 波导变换到了虚拟空间中的直波导，从而能更便捷地分析弯曲波导的性质。通过仿真发现，不同弯曲半径下的 SOI 波导支持不同的传播常数。我们发现弯曲能改变波导的群速度色散，并将其应用到四波混频带宽的调控上。我们设计了弯曲半径渐变的 SOI 波导，我们定义了渐变的加速度，发现加速度越大，四波混频的带宽也越宽。所以我们可以通过改变弯曲波导渐变的加速度任意调控四波混频的带宽大小，有望将此应用到超连续谱的产生以及量子信息处理上。

在第四章中，我们在铌酸锂薄膜上设计了一维的四组元波导阵列，创新性地引入了人工维度，通过改变波导阵列几何结构的两个维度，结合其布洛赫动量维度，构造出了三维合成空间中的外尔简并点，成功地用简便的一维结构研究了三维外尔点这个高维空间的物理。与传统凝聚态电子材料、光子晶体、超材料中实现的外尔点不同，我们这个体系可以存在单个的 Weyl 点。更进一步地，我们首次构造出了由两个独立的外尔系统拼在一起的界面。这个界面能否支持无间隙的拓扑界面态，取决于这两个外尔系统相对旋转方向。如果它们沿着相反的方向旋转，那么能够产生两种类型的拓扑界面态；反之，如果它们的旋转方向相同，则只会出现平庸的界面态。在实验中，我们通过线性和非线性光学的方法观测到了拓扑界面态。

在第五章中，我们对所做工作进行了总结，同时提出对未来工作的展望。

参考文献

- [1] Kravtsov Y A, Orlov Y I, *Geometrical Optics of Inhomogeneous Media*. (Geometrical Optics of Inhomogeneous Media by Yu. A. Kravtsov, Yu. I. Orlov Berlin, GR: Springer-Verlag, 1990, 1990).
- [2] Maxwell J C. Some solutions of problems 2[J]. Camb. Dublin Math. J., 1854, 8.
- [3] Tai C T. Maxwell fish-eye treated by Maxwell equations[J]. Nature, 1958, 182(4649): 1600-1601.
- [4] Gutman A S. Modified Luneberg lens[J]. Journal of Applied Physics, 1954, 25(7): 855-859.
- [5] Eaton J E. On spherically symmetric lenses[J]. Transactions of the IRE Professional Group on Antennas and Propagation, 1952, PGAP-4(1): 66-71.
- [6] Mikaelian A L. Application of stratified medium for waves focusing[J]. Dokl. Akad. Nauk SSSR, 1951, 81(4): 569-571.
- [7] Mikaelian A L. General Method of Inhomogeneous Media Calculation by the Given Ray Traces[J]. Dokl. Akad. Nauk, 1952, 83(2).
- [8] Pendry J B, Schurig D, Smith D R. Controlling electromagnetic fields[J]. Science, 2006, 312(5781): 1780-1782.
- [9] Leonhardt U. Optical conformal mapping[J]. Science, 2006, 312(5781): 1777-1780.
- [10] Li J, Pendry J B. Hiding under the carpet: A new strategy for cloaking[J]. Physical Review Letters, 2008, 101(20).
- [11] Sihvola A. Metamaterials in electromagnetics[J]. Metamaterials, 2007, 1(1): 2-11.
- [12] Engheta N, Ziolkowski R W, *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*. Metamaterials: Physics and Engineering Explorations (2006), pp. 1-414.
- [13] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. Sov. Phys. Usp., 1968, 10(4): 509-514.
- [14] Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction[J]. Science, 2001, 292(5514): 77-79.
- [15] Ma Y G, Ong C K, Tyc T, et al. An omnidirectional retroreflector based on the transmutation of dielectric singularities[J]. Nature Materials, 2009, 8(8): 639-642.
- [16] Schurig D, Mock J J, Justice B J, et al. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies[J]. Science, 2006, 314(5801): 977-980.
- [17] Zhao Y Y, Zhang Y L, Zheng M L, et al. Three-dimensional Luneburg lens at optical frequencies[J]. Laser and Photonics Reviews, 2016, 10(4): 665-672.
- [18] Hao J, Ren Q, An Z, et al. Optical metamaterial for polarization control[J]. Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics, 2009, 80(2).
- [19] Ding F, Jin Y, Li B, et al. Ultrabroadband strong light absorption based on thin multilayered metamaterials[J]. Laser and Photonics Reviews, 2014, 8(6): 946-953.
- [20] Kildishev A V, Boltasseva A, Shalaev V M. Planar photonics with metasurfaces[J]. Science,

-
- 2013, 339(6125): 12320091-12320096.
- [21] Yu N, Capasso F. Flat optics with designer metasurfaces[J]. *Nature Materials*, 2014, 13(2): 139-150.
- [22] Schurig D, Mock J J, Justice B J , et al. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies[J]. *Science*, 2006, 314(5801): 977-980.
- [23] Huang Y, Feng Y, Jiang T. Electromagnetic cloaking by layered structure of homogeneous isotropic materials[J]. *Opt Express*, 2007, 15(18): 11133-11141.
- [24] Howell J C, Howell J B, Choi J S. Amplitude-only, passive, broadband, optical spatial cloaking of very large objects[J]. *Applied Optics*, 2014, (9): 1958-1963.
- [25] Lai Y, Chen H, Zhang Z Q , et al. Complementary media invisibility cloak that cloaks objects at a distance outside the cloaking shell[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(9).
- [26] Sun F, He S. A third way to cloak an object: Cover-up with a background object[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2014, 149: 173-182.
- [27] Alù A, Engheta N. Multifrequency optical invisibility cloak with layered plasmonic shells[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(11).
- [28] Alù A, Engheta N. Cloaking a sensor[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(23).
- [29] Xu S, Cheng X, Xi S , et al. Experimental demonstration of a free-space cylindrical cloak without superluminal propagation[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(22).
- [30] Vasquez F G, Milton G W, Onofrei D. Active exterior cloaking for the 2D Laplace and Helmholtz equations[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(7).
- [31] Zhang P, Lobet M, He S. Carpet cloaking on a dielectric half-space[J]. *Optics Express*, 2010, 18(17): 18158-18163.
- [32] Valentine J, Li J, Zentgraf T , et al. An optical cloak made of dielectrics[J]. *Nature Materials*, 2009, 8(7): 568-571.
- [33] Gabrielli L H, Cardenas J, Poitras C B , et al. Silicon nanostructure cloak operating at optical frequencies[J]. *Nature Photonics*, 2009, 3(8): 461-463.
- [34] Liu R, Ji C, Mock J J , et al. Broadband ground-plane cloak[J]. *Science*, 2009, 323(5912): 366-369.
- [35] Ergin T, Stenger N, Brenner P , et al. Three-dimensional invisibility cloak at optical wavelengths[J]. *Science*, 2010, 328(5976): 337-339.
- [36] Chen X, Luo Y, Zhang J , et al. Macroscopic invisibility cloaking of visible light[J]. *Nature Communications*, 2011, 2(1).
- [37] Zhang B, Luo Y, Liu X , et al. Macroscopic invisibility cloak for visible light[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106(3).
- [38] Ni X, Wong Z J, Mrejen M , et al. An ultrathin invisibility skin cloak for visible light[J]. *Science*, 2015, 349(6254): 1310-1314.
- [39] Zhang B, Chan T, Wu B I. Lateral shift makes a ground-plane cloak detectable[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(23).

-
- [40] Xi S, Chen H, Wu B I , et al. One-directional perfect cloak created with homogeneous material[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2009, 19(3): 131-133.
- [41] Chen H, Zheng B, Shen L , et al. Ray-optics cloaking devices for large objects in incoherent natural light[J]. Nature Communications, 2013, 4.
- [42] Lai Y, Ng J, Chen H , et al. Illusion optics: The optical transformation of an object into another object[J]. Physical Review Letters, 2009, 102(25).
- [43] Jiang W X, Ma H F, Cheng Q , et al. Illusion media: Generating virtual objects using realizable metamaterials[J]. Applied Physics Letters, 2010, 96(12).
- [44] Chen H, Chan C T. Transformation media that rotate electromagnetic fields[J]. Applied Physics Letters, 2007, 90(24).
- [45] Sadeghi M M, Xu L, Nadgaran H , et al. Optical Concentrators with Simple Layered Designs[J]. Scientific Reports, 2015, 5.
- [46] Chen H, Hou B, Chen S , et al. Design and experimental realization of a broadband transformation media field rotator at microwave frequencies[J]. Physical Review Letters, 2009, 102(18).
- [47] Zang X F, Li Z, Shi C , et al. Rotatable illusion media for manipulating terahertz electromagnetic waves[J]. Optics Express, 2013, 21(21): 25565-25572.
- [48] Rahm M, Cummer S A, Schurig D , et al. Optical design of reflectionless complex media by finite embedded coordinate transformations[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(6).
- [49] García-Meca C, Tung M M, Galán J V , et al. Squeezing and expanding light without reflections via transformation optics[J]. Optics Express, 2011, 19(4): 3562-3575.
- [50] Yan M, Yan W, Qiu M. Cylindrical superlens by a coordinate transformation[J]. Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, 2008, 78(12).
- [51] Tsang M, Psaltis D. Magnifying perfect lens and superlens design by coordinate transformation[J]. Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, 2008, 77(3).
- [52] Wang W, Lin L, Yang X , et al. Design of oblate cylindrical perfect lens using coordinate transformation[J]. Optics Express, 2008, 16(11): 8094-8105.
- [53] Chen H, Zhang X, Luo X , et al. Reshaping the perfect electrical conductor cylinder arbitrarily[J]. New Journal of Physics, 2008, 10.
- [54] Yuan G, Dong X, Deng Q , et al. A design method to change the effective shape of scattering cross section for PEC objects based on transformation optics[J]. Optics Express, 2010, 18(6): 6327-6332.
- [55] Wang X, Chen H, Liu H , et al. Self-Focusing and the Talbot Effect in Conformal Transformation Optics[J]. Phys Rev Lett, 2017, 119(3): 033902.
- [56] Wang X, Liu H, Sheng C , et al. Reversible wavefront shaping between Gaussian and Airy beams by mimicking gravitational field[J]. Journal of Optics, 2018, 20(2).
- [57] Wee W H, Pendry J B. Shrinking optical devices[J]. New Journal of Physics, 2009, 11.
- [58] Yang T, Chen H, Luo X , et al. Superscatterer: Enhancement of scattering with complementary media[J]. Optics Express, 2008, 16(22): 18545-18550.

-
- [59] Zang X, Jiang C. Two-dimensional elliptical electromagnetic superscatterer and superabsorber[J]. *Optics Express*, 2010, 18(7): 6891-6899.
- [60] Ma H, Qu S, Xu Z, et al. General method for designing wave shape transformers[J]. *Optics Express*, 2008, 16(26): 22072-22082.
- [61] Jiang W X, Cui T J, Ma H F, et al. Cylindrical-to-plane-wave conversion via embedded optical transformation[J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 92(26).
- [62] Tichit P H, Burokur S N, Germain D, et al. Design and experimental demonstration of a high-directive emission with transformation optics[J]. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, 2011, 83(15).
- [63] Luo Y, Zhang J, Chen H, et al. High-directivity antenna with small antenna aperture[J]. *Applied Physics Letters*, 2009, 95(19).
- [64] Wu Q, Turpin J P, Werner D H. Integrated photonic systems based on transformation optics enabled gradient index devices[J]. *Light: Science and Applications*, 2012, 1(NOVEMBER).
- [65] Gabrielli L H, Liu D, Johnson S G, et al. On-chip transformation optics for multimode waveguide bends[J]. *Nat Commun*, 2012, 3: 1217.
- [66] Li S, Zhou Y, Dong J, et al. Universal multimode waveguide crossing based on transformation optics[J]. *Optica*, 2018, 5(12).
- [67] Zentgraf T, Valentine J, Tapia N, et al. An optical "Janus" device for integrated photonics[J]. *Adv Mater*, 2010, 22(23): 2561-2564.
- [68] Eddington A S. *Space, Time and Gravitation*, 1920.
- [69] Gordon W. Zur Lichtfortpflanzung nach der Relativitätstheorie[J]. *Annalen der Physik*, 1923, 377(22): 421-456.
- [70] Plebanski J. Electromagnetic waves in gravitational fields[J]. *Physical Review*, 1960, 118(5): 1396-1408.
- [71] de Felice F. On the gravitational field acting as an optical medium[J]. *General Relativity and Gravitation*, 1971, 2(4): 347-357.
- [72] Leonhardt U, Philbin T G. General relativity in electrical engineering[J]. *New Journal of Physics*, 2006, 8.
- [73] Dehdashti S, Wang H, Jiang Y, et al. Review of black hole realization in laboratory based on transformation optics[J]. *Progress in Electromagnetics Research*, 2015, 154: 181-193.
- [74] Genov D A, Zhang S, Zhang X. Mimicking celestial mechanics in metamaterials[J]. *Nature Physics*, 2009, 5(9): 687-692.
- [75] Narimanov E E, Kildishev A V. Optical black hole: Broadband omnidirectional light absorber[J]. *Applied Physics Letters*, 2009, 95(4).
- [76] Chen H, Miao R X, Li M. Transformation optics that mimics the system outside a Schwarzschild black hole[J]. *Optics Express*, 2010, 18(14): 15183-15188.
- [77] Cheng Q, Cui T J, Jiang W X, et al. An omnidirectional electromagnetic absorber made of metamaterials[J]. *New Journal of Physics*, 2010, 12(6).

-
- [78] Sheng C, Liu H, Wang Y , et al. Trapping light by mimicking gravitational lensing[J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(11): 902-906.
- [79] Greenleaf A, Kurylev Y, Lassas M , et al. Electromagnetic wormholes and virtual magnetic monopoles from metamaterials[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(18).
- [80] Kadic M, Dupont G, Enoch S , et al. Invisible waveguides on metal plates for plasmonic analogs of electromagnetic wormholes[J]. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2014, 90(4).
- [81] Zhu J, Liu Y, Liang Z , et al. Elastic Waves in Curved Space: Mimicking a Wormhole[J]. *Phys Rev Lett*, 2018, 121(23): 234301.
- [82] Smolyaninov I I, Hung Y J. Modeling of time with Metamaterials[J]. *Journal of the Optical Society of America B: Optical Physics*, 2011, 28(7): 1591-1595.
- [83] Smolyaninov I I, Hung Y-J, Hwang E. Experimental modeling of cosmological inflation with metamaterials[J]. *Physics Letters A*, 2012, 376(38-39): 2575-2579.
- [84] Sheng C, Bekenstein R, Liu H , et al. Wavefront shaping through emulated curved space in waveguide settings[J]. *Nat Commun*, 2016, 7: 10747.
- [85] Sheng C, Liu H, Chen H , et al. Definite photon deflections of topological defects in metasurfaces and symmetry-breaking phase transitions with material loss[J]. *Nat Commun*, 2018, 9(1): 4271.
- [86] Ginis V, Tassin P, Craps B , et al. Frequency converter implementing an optical analogue of the cosmological redshift[J]. *Opt Express*, 2010, 18(5): 5350-5355.
- [87] Bekenstein R, Schley R, Mutzafi M , et al. Optical simulations of gravitational effects in the Newton–Schrödinger system[J]. *Nature Physics*, 2015, 11(10): 872-878.
- [88] Li M, Miao R X, Pang Y. More studies on metamaterials mimicking de Sitter space[J]. *Opt Express*, 2010, 18(9): 9026-9033.
- [89] Batz S, Peschel U. Linear and nonlinear optics in curved space[J]. *Physical Review A*, 2008, 78(4).
- [90] Schultheiss V H, Batz S, Szameit A , et al. Optics in curved space[J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 105(14): 143901.
- [91] Schultheiss V H, Batz S, Peschel U. Hanbury Brown and Twiss measurements in curved space[J]. *Nature Photonics*, 2015, 10(2): 106-110.
- [92] Bekenstein R, Kabessa Y, Sharabi Y , et al. Control of light by curved space in nanophotonic structures[J]. *Nature Photonics*, 2017, 11(10): 664-670.
- [93] Patsyk A, Bandres M A, Bekenstein R , et al. Observation of Accelerating Wave Packets in Curved Space[J]. *Physical Review X*, 2018, 8(1).
- [94] He R Q, Liang G H, Zhu S N , et al. Simulation of giant tidal force of wormhole using curved optical spaces[J]. *Physical Review Research*, 2020, 2(1).
- [95] Liang G H, Cai R G, Ma Y Z , et al. Mimicking an expanding universe by optical interference in a helicoid waveguide[J]. *Opt Express*, 2020, 28(8): 11406-11414.
- [96] Philbin T G, Kuklewicz C, Robertson S , et al. Fiber-optical analog of the event horizon[J].

-
- Science, 2008, 319(5868): 1367-1370.
- [97] Drori J, Rosenberg Y, Bermudez D , et al. Observation of Stimulated Hawking Radiation in an Optical Analogue[J]. Phys Rev Lett, 2019, 122(1): 010404.
- [98] Munoz de Nova J R, Golubkov K, Kolobov V I , et al. Observation of thermal Hawking radiation and its temperature in an analogue black hole[J]. Nature, 2019, 569(7758): 688-691.
- [99] Weinfurtner S, Tedford E W, Penrice M C , et al. Measurement of stimulated Hawking emission in an analogue system[J]. Phys Rev Lett, 2011, 106(2): 021302.
- [100] Wang Y, Sheng C, Lu Y-H , et al. Quantum simulation of particle pair creation near the event horizon[J]. National Science Review, 2020, 7(9): 1476-1484.
- [101] Castaldi G, Galdi V, Alù A , et al. Nonlocal transformation optics[J]. Physical Review Letters, 2012, 108(6).
- [102] Moccia M, Castaldi G, Galdi V , et al. Dispersion engineering via nonlocal transformation optics[J]. Optica, 2016, 3(2): 179-188.
- [103] Castaldi G, Savoia S, Galdi V , et al. PT metamaterials via complex-coordinate transformation optics[J]. Physical Review Letters, 2013, 110(17).
- [104] Savoia S, Castaldi G, Galdi V. Complex-coordinate non-Hermitian transformation optics[J]. Journal of Optics (United Kingdom), 2016, 18(4).
- [105] Kinsler P, McCall M W. Transformation devices: Event carpets in space and space-time[J]. Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics, 2014, 89(6).
- [106] Smirnova D, Leykam D, Chong Y , et al. Nonlinear topological photonics[J]. Applied Physics Reviews, 2020, 7(2).
- [107] von Klitzing K. The quantized Hall effect[J]. Reviews of Modern Physics, 1986, 58(3): 519-531.
- [108] Thouless D J, Kohmoto M, Nightingale M P , et al. Quantized hall conductance in a two-Dimensional periodic potential[J]. Physical Review Letters, 1982, 49(6): 405-408.
- [109] Kane C L, Mele E J. Z₂ topological order and the quantum spin hall effect[J]. Physical Review Letters, 2005, 95(14).
- [110] Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S C. Quantum spin hall effect and topological phase transition in HgTe quantum wells[J]. Science, 2006, 314(5806): 1757-1761.
- [111] König M, Wiedmann S, Brüne C , et al. Quantum spin hall insulator state in HgTe quantum wells[J]. Science, 2007, 318(5851): 766-770.
- [112] Bernevig B A, Hughes T L, *Topological insulators and topological superconductors*. Topological Insulators and Topological Superconductors (2013).
- [113] Kitagawa T, Berg E, Rudner M , et al. Topological characterization of periodically driven quantum systems[J]. Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics, 2010, 82(23).
- [114] Lindner N H, Refael G, Galitski V. Floquet topological insulator in semiconductor quantum wells[J]. Nature Physics, 2011, 7(6): 490-495.

-
- [115] Rudner M S, Lindner N H, Berg E , et al. Anomalous Edge States and the Bulk-Edge Correspondence for Periodically Driven Two-Dimensional Systems[J]. *Physical Review X*, 2013, 3(3).
- [116] Kraus Y E, Lahini Y, Ringel Z , et al. Topological states and adiabatic pumping in quasicrystals[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(10).
- [117] Benalcazar W A, Bernevig B A, Hughes T L. Quantized electric multipole insulators[J]. *Science*, 2017, 357(6346): 61-66.
- [118] Haldane F D M, Raghu S. Possible realization of directional optical waveguides in photonic crystals with broken time-reversal symmetry[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(1).
- [119] Raghu S, Haldane F D M. Analogs of quantum-Hall-effect edge states in photonic crystals[J]. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2008, 78(3).
- [120] Wang Z, Chong Y, Joannopoulos J D , et al. Observation of unidirectional backscattering-immune topological electromagnetic states[J]. *Nature*, 2009, 461(7265): 772-775.
- [121] Rechtsman M C, Zeuner J M, Plotnik Y , et al. Photonic Floquet topological insulators[J]. *Nature*, 2013, 496(7444): 196-200.
- [122] Verbin M, Zilberberg O, Kraus Y E , et al. Observation of topological phase transitions in photonic quasicrystals[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110(7).
- [123] Hafezi M, Mittal S, Fan J , et al. Imaging topological edge states in silicon photonics[J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(12): 1001-1005.
- [124] Bahari B, Ndao A, Vallini F , et al. Nonreciprocal lasing in topological cavities of arbitrary geometries[J]. *Science*, 2017, 358(6363): 636-640.
- [125] Slobozhanyuk A, Mousavi S H, Ni X , et al. Three-dimensional all-dielectric photonic topological insulator[J]. *Nature Photonics*, 2017, 11(2): 130-136.
- [126] Hafezi M, Demler E A, Lukin M D , et al. Robust optical delay lines with topological protection[J]. *Nature Physics*, 2011, 7(11): 907-912.
- [127] Khanikaev A B, Mousavi S H, Tse W K , et al. Photonic topological insulators[J]. *Nature Materials*, 2013, 12(3): 233-239.
- [128] Ma T, Khanikaev A B, Mousavi S H , et al. Guiding electromagnetic waves around sharp corners: Topologically protected photonic transport in metawaveguides[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(12).
- [129] Shalaev M I, Walasik W, Tsukernik A , et al. Robust topologically protected transport in photonic crystals at telecommunication wavelengths[J]. *Nature Nanotechnology*, 2019, 14(1): 31-34.
- [130] Wu L H, Hu X. Scheme for achieving a topological photonic crystal by using dielectric material[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(22).
- [131] Ma T, Shvets G. All-Si valley-Hall photonic topological insulator[J]. *New Journal of Physics*, 2016, 18(2): 025012.
- [132] Gorlach M A, Ni X, Smirnova D A , et al. Far-field probing of leaky topological states in all-dielectric metasurfaces[J]. *Nature Communications*, 2018, 9(1).

- [133] Barik S, Karasahin A, Flower C , et al. A topological quantum optics interface[J]. *Science*, 2018, 359(6376): 666-668.
- [134] He X T, Liang E T, Yuan J J , et al. A silicon-on-insulator slab for topological valley transport[J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1): 872.
- [135] Peng S, Schilder N J, Ni X , et al. Probing the Band Structure of Topological Silicon Photonic Lattices in the Visible Spectrum[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(11).
- [136] Smirnova D, Kruk S, Leykam D , et al. Third-Harmonic Generation in Photonic Topological Metasurfaces[J]. *Phys Rev Lett*, 2019, 123(10): 103901.
- [137] Noh J, Huang S, Chen K P , et al. Observation of Photonic Topological Valley Hall Edge States[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(6).
- [138] Ningyuan J, Owens C, Sommer A , et al. Time- and site-resolved dynamics in a topological circuit[J]. *Physical Review X*, 2015, 5(2).
- [139] Li Y, Sun Y, Zhu W , et al. Topological LC-circuits based on microstrips and observation of electromagnetic modes with orbital angular momentum[J]. *Nature Communications*, 2018, 9(1).
- [140] Slobozhanyuk A, Shchelokova A V, Ni X , et al. Near-field imaging of spin-locked edge states in all-dielectric topological metasurfaces[J]. *Applied Physics Letters*, 2019, 114(3).
- [141] Yuan L Q, Lin Q, Xiao M , et al. Synthetic dimension in photonics[J]. *Optica*, 2018, 5(11): 1396-1405.
- [142] Ozawa T, Price H M. Topological quantum matter in synthetic dimensions[J]. *Nature Reviews Physics*, 2019, 1(5): 349-357.
- [143] Ward J, Benson O. WGM microresonators: sensing, lasing and fundamental optics with microspheres[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2011, 5(4): 553-570.
- [144] Feng S Q, Lei T, Chen H , et al. Silicon photonics: from a microresonator perspective[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2012, 6(2): 145-177.
- [145] Kawachi M. Silica waveguides on silicon and their application to integrated-optic components[J]. *Optical and Quantum Electronics*, 1990, 22(5): 391-416.
- [146] Joannopoulos J D, Villeneuve P R, Fan S. Photonic crystals: putting a new twist on light[J]. *Nature*, 1997, 386(6621): 143-149.
- [147] Soukoulis C M, Wegener M. Past achievements and future challenges in the development of three-dimensional photonic metamaterials[J]. *Nature Photonics*, 2011, 5(9): 523-530.
- [148] Liu Y, Zhang X. Metamaterials: a new frontier of science and technology[J]. *Chemical Society Reviews*, 2011, 40(5): 2494-2507.
- [149] Yuan L Q, Fan S H. Bloch oscillation and unidirectional translation of frequency in a dynamically modulated ring resonator[J]. *Optica*, 2016, 3(9): 1014-1018.
- [150] Yuan L, Shi Y, Fan S. Photonic gauge potential in a system with a synthetic frequency dimension[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(4): 741-744.
- [151] Lin Q, Xiao M, Yuan L , et al. Photonic Weyl point in a two-dimensional resonator lattice with a synthetic frequency dimension[J]. *Nature Communications*, 2016, 7: 13731.

-
- [152] Lin Q, Sun X Q, Xiao M , et al. A three-dimensional photonic topological insulator using a two-dimensional ring resonator lattice with a synthetic frequency dimension[J]. *Science advances*, 2018, 4(10): eaat2774.
- [153] Ozawa T, Price H M, Goldman N , et al. Synthetic dimensions in integrated photonics: From optical isolation to four-dimensional quantum Hall physics[J]. *Physical Review A*, 2016, 93(4): 043827.
- [154] Yuan L Q, Xiao M, Lin Q , et al. Synthetic space with arbitrary dimensions in a few rings undergoing dynamic modulation[J]. *Physical Review B*, 2018, 97(10): 104105.
- [155] Haldane F D. Model for a quantum Hall effect without Landau levels: Condensed-matter realization of the "parity anomaly"[J]. *Physical Review Letters*, 1988, 61(18): 2015-2018.
- [156] Tsomokos D I, Ashhab S, Nori F. Using superconducting qubit circuits to engineer exotic lattice systems[J]. *Physical Review A*, 2010, 82(5): 052311.
- [157] Jukić D, Buljan H. Four-dimensional photonic lattices and discrete tesseract solitons[J]. *Physical Review A*, 2013, 87(1): 013814.
- [158] Schwartz A, Fischer B. Laser mode hyper-combs[J]. *Optics Express*, 2013, 21(5): 6196-6204.
- [159] Qin C, Zhou F, Peng Y , et al. Spectrum Control through Discrete Frequency Diffraction in the Presence of Photonic Gauge Potentials[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(13): 133901.
- [160] Qin C Z, Yuan L Q, Wang B , et al. Effective electric-field force for a photon in a synthetic frequency lattice created in a waveguide modulator[J]. *Physical Review A*, 2018, 97(6): 063838.
- [161] Qin C Z, Wang B, Wong Z J , et al. Discrete diffraction and Bloch oscillations in non-Hermitian frequency lattices induced by complex photonic gauge fields[J]. *Physical Review B*, 2020, 101(6): 064303.
- [162] Qin C, Liu Q, Wang B , et al. Photonic Weyl phase transition in dynamically modulated brick-wall waveguide arrays[J]. *Optics Express*, 2018, 26(16): 20929-20943.
- [163] Yuan L Q, Wang D W, Fan S H. Synthetic gauge potential and effective magnetic field in a Raman medium undergoing molecular modulation[J]. *Physical Review A*, 2017, 95(3): 033801.
- [164] Luo X W, Zhou X, Li C F , et al. Quantum simulation of 2D topological physics in a 1D array of optical cavities[J]. *Nature Communications*, 2015, 6: 7704.
- [165] Yuan L, Lin Q, Zhang A , et al. Photonic Gauge Potential in One Cavity with Synthetic Frequency and Orbital Angular Momentum Dimensions[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(8): 083903.
- [166] Cardano F, D'Errico A, Dauphin A , et al. Detection of Zak phases and topological invariants in a chiral quantum walk of twisted photons[J]. *Nature Communications*, 2017, 8: 15516.
- [167] Wang B, Chen T, Zhang X. Experimental Observation of Topologically Protected Bound States with Vanishing Chern Numbers in a Two-Dimensional Quantum Walk[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(10): 100501.

- [168] Wimmer M, Regensburger A, Bersch C , et al. Optical diametric drive acceleration through action-reaction symmetry breaking[J]. *Nature Physics*, 2013, 9(12): 780-784.
- [169] Schreiber A, Cassemiro K N, Potocek V , et al. Photons walking the line: a quantum walk with adjustable coin operations[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(5): 050502.
- [170] Schreiber A, Cassemiro K N, Potocek V , et al. Decoherence and disorder in quantum walks: from ballistic spread to localization[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 106(18): 180403.
- [171] Regensburger A, Bersch C, Miri M A , et al. Parity-time synthetic photonic lattices[J]. *Nature*, 2012, 488(7410): 167-171.
- [172] Wimmer M, Price H M, Carusotto I , et al. Experimental measurement of the Berry curvature from anomalous transport[J]. *Nature Physics*, 2017, 13(6): 545-550.
- [173] Lustig E, Weimann S, Plotnik Y , et al. Photonic topological insulator in synthetic dimensions[J]. *Nature*, 2019, 567(7748): 356-360.
- [174] Maczewsky L J, Wang K, Dovgiiy A A , et al. Synthesizing multi-dimensional excitation dynamics and localization transition in one-dimensional lattices[J]. *Nature Photonics*, 2019, 14(2): 76-81.
- [175] Baum Y, Refael G. Setting Boundaries with Memory: Generation of Topological Boundary States in Floquet-Induced Synthetic Crystals[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(10): 106402.
- [176] Fang K, Yu Z, Fan S. Photonic Aharonov-Bohm effect based on dynamic modulation[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(15): 153901.
- [177] Fang K J, Yu Z F, Fan S H. Realizing effective magnetic field for photons by controlling the phase of dynamic modulation[J]. *Nature Photonics*, 2012, 6(11): 782-787.
- [178] Yuan L, Fan S. Three-Dimensional Dynamic Localization of Light from a Time-Dependent Effective Gauge Field for Photons[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(24): 243901.
- [179] Longhi S. Dynamic localization and Bloch oscillations in the spectrum of a frequency mode-locked laser[J]. *Optics Letters*, 2005, 30(7): 786-788.
- [180] Bersch C, Onishchukov G, Peschel U. Spectral and temporal Bloch oscillations in optical fibres[J]. *Applied Physics B-Lasers and Optics*, 2011, 104(3): 495-501.
- [181] Kraus Y E, Lahini Y, Ringel Z , et al. Topological States and adiabatic pumping in quasicrystals[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(10): 106402.
- [182] Zilberberg O, Huang S, Guglielmon J , et al. Photonic topological boundary pumping as a probe of 4D quantum Hall physics[J]. *Nature*, 2018, 553(7686): 59-62.
- [183] Wang Q, Xiao M, Liu H , et al. Optical Interface States Protected by Synthetic Weyl Points[J]. *Physical Review X*, 2017, 7(3): 031032.
- [184] Wang Q, Ding K, Liu H , et al. Exceptional cones in 4D parameter space[J]. *Optics Express*, 2020, 28(2): 1758-1770.
- [185] Zhong F, Ding K, Zhang Y , et al. Angle-Resolved Thermal Emission Spectroscopy Characterization of Non-Hermitian Metacrystals[J]. *Physical Review Applied*, 2020, 13(1): 014071.

- [186] Hu M Y, Ding K, Qiao T , et al. Realization of photonic charge-2 Dirac point by engineering super-modes in topological superlattices[J]. *Communications Physics*, 2020, 3(1): 1-10.

第2章 变换光学实现引力场中的表面等离子激元的纳米聚焦

2.1 引言

表面等离子激元 (Surface plasmon polaritons), 简称 SPPs, 是电磁波与自由电子相互作用形成的耦合激子, 在金属与介质的界面上传播。这种模式的表面电磁波的局域在界面上, 随离界面的距离呈指数衰减。近些年来, SPPs 的纳米聚焦, 即将亚波长的光场集中到纳米级微小的区域, 已经成为了微纳光子学领域的主要目标之一。SPPs 的纳米聚焦可以增强光与物质的相互作用, 这种杰出的能力具有许多应用, 例如增强非线性效应[1, 2], 纳米激光[3-5], 超慢光[6], 表面增强拉曼光谱[7, 8], 等离子体传感[9, 10]等等。为了达到纳米聚焦的效果, 多种设计方案已被证明能实现 SPPs 的空间光场的强局域, 包括利用锥形波导[11, 12], 金属尖端[13], 楔形和 V 型槽[14-17]等等。

例如, 2004 年, Stockman[11]从理论上证明了表面等离子激元向着锥形波导尖端传播时会被减慢而逐渐停止, 导致尖端的能量聚焦和巨大的场局域增强, 如图 2.1 (a)所示。2007 年, Ropers 等人[13]在通过聚焦离子束在距离金属尖端十多微米处写入光栅 (图 2.1 (b)), 成功将光聚集到金属尖端。2010 年, Davoyan 等人[15]研究了金属锥形槽的夹角大小对纳米聚焦的影响 (图 2.1 (c)), 提出利用纳米聚焦抵消损耗以实现等离子激元的孤子。2012 年, Choo 等人[12]加工出了三维的纳米级锥形 Au-SiO₂-Au 等离子激元波导(图 2.1 (d)), 成功将等离子激元聚集在百纳米平方的截面, 强度提高了 400 多倍。

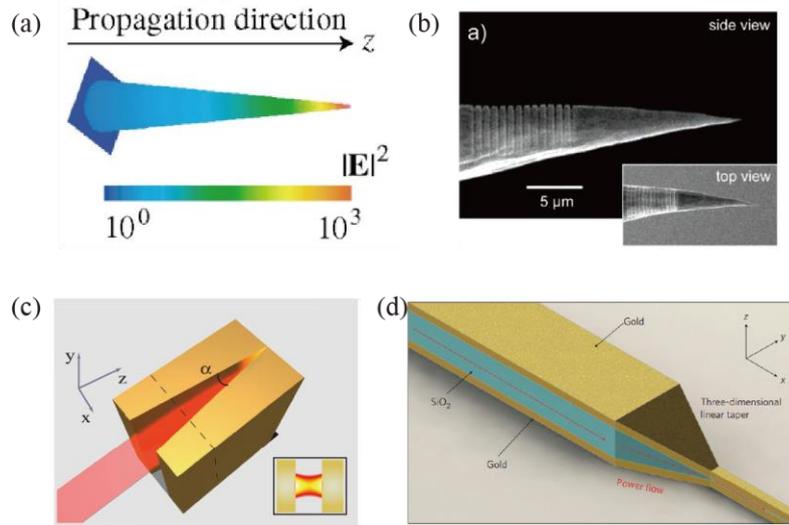


图 2.1 (a) SPPs 向锥形波导尖端传播引起场的局域增强[11]。(b) 尖端刻蚀了光栅的金属锥[13]。(c) 金属楔形槽实现纳米聚焦[15]。(d) 三维 Au-SiO₂-Au 等离子激元波导 [12]。

另一方面，变换光学[18-21]近些年来也是光学领域的热点之一。它基于坐标变换来映射介电常数和磁导率的分布，已经带来了无数独特的光学效应，例如隐身斗篷[22-28]，幻觉光学[29-32]，超分辨率成像[33, 34]，甚至能够模拟一些相对论现象[35-40]。2011 年，张翔课题组[41]利用灰度曝光技术修饰金属膜表面的介质层的厚度，实现了等离子激元的 Luneburg 透镜，如图 2.2 (a)所示，此器件能将传播的 SPPs 聚焦到透镜的一个点上 (图 2.2 (b)), 实现低损耗的纳米聚焦。此外，变换光学也被用于设计具有奇异点的等离子激元结构，例如新月形或互相接触的圆柱[42-45]。如图 2.2 (c)所示，Pendry[45]利用共形变换，将无限大的金属平板变换成有限大小的新月形、互相接触的两个圆的形状，它们带有尖的奇异点，在这些结构中，所支持的 SPP 模式在向奇异点传播时群速度会变慢，能够实现有效的光捕获，有极大的场增强作用 (图 2.2 (c))。由于共形变换能保持不会改变频谱特征，变换后的奇异结构能继承原来无限大的系统所特有的宽光谱特征，实现了宽频谱范围内的光捕获。但实际加工这些奇异结构有着严峻的挑战。除了这些奇异形状的等离子激元变换光学器件，人们利用变换光学还设计出一些新奇的光学器件通过模拟引力过程来达到收集光的目的[46-51]。然而，在上述这些系统中，需要在实验室中加工出具有严格规定的位置相关性和非常大的有效折射率的复杂

的超材料，存在着巨大的样品加工挑战。

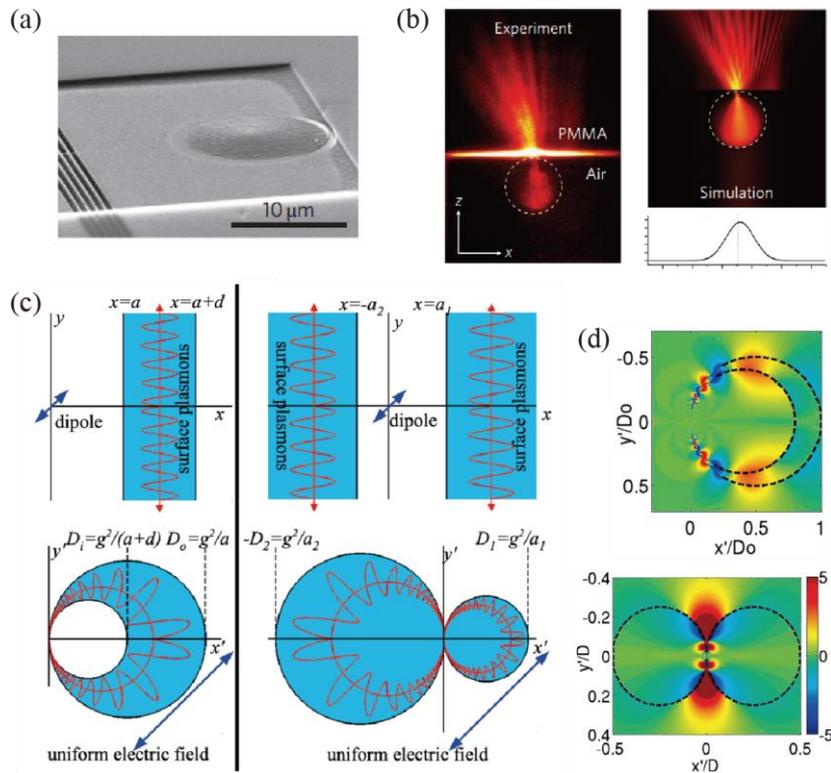


图 2.2 (a) 等离子激元 Luneburg 透镜的 SEM 图片[41]。(b)将 SPPs 聚焦到等离子激元 Luneburg 透镜某一点上的实验和模拟[41]。(c)通过共形变换将无限大的等离子元体系变为有限大小的带有奇异点的结构[45]。(d) 变换后的奇异点上有着场增强的效果[45]。

在本章，我们在实验上实现了一种设计纳米聚焦器件的简单的方法。通过将银微米线放置在银膜的表面上，我们构造了一种金属-绝缘体-金属的波导，它支持间隙表面等离子激元 (GSPP) 的模式。波导厚度是渐变的，经过特殊设计可以调节 GSPP 模式的有效折射率。精妙的是，这种 GSPP 波导天然地满足精确的平方反比的折射率分布，该分布与引力天体的一维度规相对应。我们通过理论分析以及全波数值模拟都证明了该器件纳米聚焦的良好性能。在我们的实验中，也观察到了明显的纳米聚焦效果。

2.2 厚度渐变的 GSPP 波导设计

图 2.3 展示了我们设计的 GSPP 波导结构。在加工过程中，我们首先在 SiO₂

基片上旋涂了一层聚甲基丙烯酸甲酯 (PMMA) 溶液, 溶液中掺杂了油溶性 PBS 量子点, 晾干后形成一层 PMMA 膜, 大约 500 nm 厚。随后, 我们在 PMMA 膜的表面通过磁控溅射镀上一层 80 nm 厚的银膜。然后我们将一根直径为 25 μm 、长度为 2 mm 的银微米线粘在镀好的银膜上面。之后, 我们用双束扫描电镜 (FEI Dual Beam HELIOS NANOLAB 600i) 的聚焦离子束 (FIB) 在银膜上靠近银线附近沿平行于银线的方向的刻蚀出周期为 750nm 的耦合光栅, 使用的电压和电流参数为 30 keV, 80 pA。图 2.4 展示了 GSPP 波导的扫描电子显微镜 (SEM) 照片。光栅 y 方向的长度为 30 μm , x 方向跨度约为 12 μm 。在 x 方向上, 光栅中心与微丝中心之间的距离为 30 μm 。

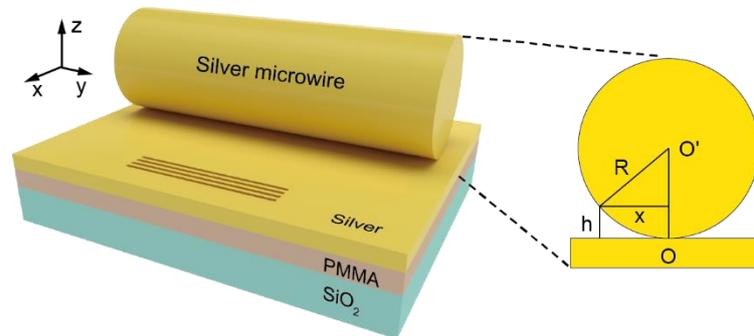


图 2.3 厚度渐变的 GSPP 波导设计

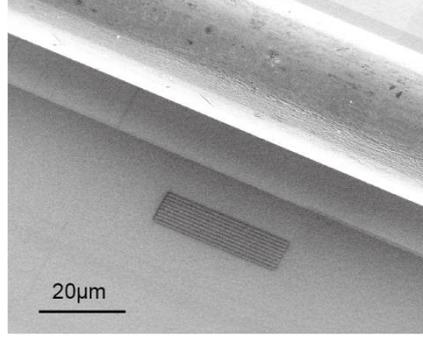


图 2.4 GSPP 波导的扫描电子显微镜照片

如此，我们通过在银膜表面固定一根银微线，使得银微米线、银膜以及它们之间的空气层三者形成了一个厚度渐变的 GSPP 波导，如图 2.3 右面板的截面图所示。可以发现，当靠近银线和银膜的接触点时，中间的空气层厚度发生改变，所支持的 GSPP 模式的有效折射率也会发生变化。

由于空气层厚度 h 在空间上随离接触点的距离 x 改变，对这个 GSPP 波导结构求解麦克斯韦方程得不到一个完全解析的表达式。然而，为了简单起见，我们可以在一个固定的 x 位置上求解，该位置的厚度 h 是确定的，此时的 GSPP 波导结构可以看作是一个简单的金属-绝缘体-金属的几何结构。因此，我们可以求解出波导的有效折射率与 GSPP 波导上 x 位置的色散关系。这里，我们只考虑波导的对称 SPP 模式[52]，其色散关系如下：

$$\tanh\left(\frac{h\sqrt{\beta^2 - k_0^2 \epsilon_d}}{2}\right) + \frac{\epsilon_d \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \epsilon_m}}{\epsilon_m \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \epsilon_d}} = 0, \quad (5.1)$$

其中， β 是 GSPP 的传播常数， $\epsilon_{d(m)}$ 是介质（金属）的介电常数， $k_0 = \omega/c$ 是真空中波矢。这里，我们采用 Drude 模型来描述银的介电常数， $\epsilon_m = \epsilon'_m + i\epsilon''_m = 5 - \omega_p^2 / (\omega^2 + i\omega\omega_\tau)$ ，其中 ϵ'_m 和 ϵ''_m 分别是介电常数的实部和虚部， $\omega_p = 9.1 \text{ eV}$ 是等离子体频率， $\omega_\tau = 0.021 \text{ eV}$ 是弛豫速率[53]。这里，介质层是空气， ϵ_d 设为 1。

图 2.5 展示了空气层厚度 h 从 1 nm 变化到 50 nm 的过程中, GSPP 的色散关系变化的情况。图中黑色虚线为 785 nm 的光对应的频率, 可以看到在这一固定频率下, GSPP 的传播常数随着空气层厚度 h 的减小而增加。GSPP 的有效折射率 n_{eff} 定义为 $n_{\text{eff}} = \beta/k_0$, 我们在图 2.6 中画出了固定波长为 785nm 时 n_{eff} 随空气层厚度 h 的变化关系, 可见空气层厚度 h 小, n_{eff} 越大, 随着 h 趋向于 0, n_{eff} 趋向于无穷大。此外, 我们也计算了固定波长为 785nm 情况下 GSPP 的群速度 v_g 和相速度 v_p 的大小, 它们随空气层厚度 h 的变化关系如图 2.6 所示。可以发现, 当距离接触点越来越近, 即空气层厚度 h 越来越小时, GSPP 的群速度 v_g 和相速度 v_p 均逐渐地趋向于 0, 如此, GSPP 的传播会减慢, 并绝热地在 h 趋于 0 的位置停止, 从而引起它们在接触点处的聚集。

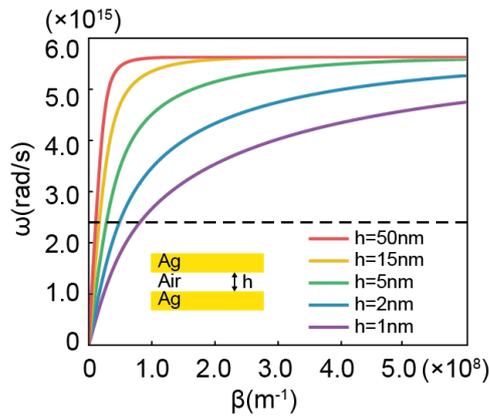


图 2.5 介质层厚度 h 从 1 nm 到 50 nm 不同情况下 GSPP 的色散。

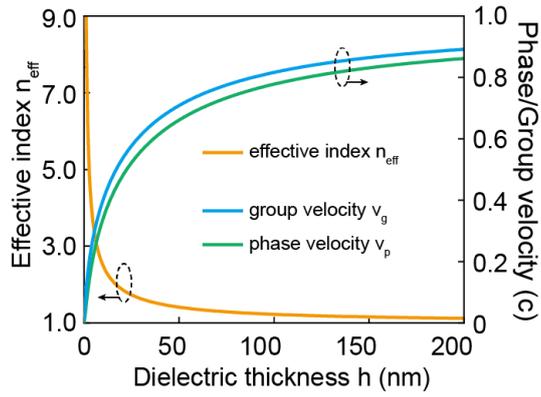


图 2.6 固定波长为 785nm 时，GSPP 有效折射率 n_{eff} 、群速度 v_g 、相速度 v_p 随空气层厚度 h 的变化关系。

现在我们尝试推导出 GSPP 的有效折射率 n_{eff} 与离银线和银膜接触点的横向距离 x 之间的依赖关系。如图 2.3 右面板的 GSPP 波导结构的截面图所示，空气层厚度 h 随着横向距离 x 的减小而减小，它们的关系可用一个函数描述：

$$h(x) = R - \sqrt{R^2 - x^2}, (x < R), \quad (5.2)$$

其中， R 为银线的半径。当我们把公式(5.2)代入公式(5.1)的色散关系后，会得到一个超越方程，显然不能求出一个解析形式的 n_{eff} 关于 x 的解。然而，当 h 趋于 0 时，我们可以采取一些近似。对于足够小的空气层厚度 h ， $x/R \ll 1$ ， $h(x) = R - R(1 - (x/R)^2)^{1/2} \approx x^2/2R \rightarrow 0$ ，再考虑到 $hk_0 \ll 1$ ，可得

$$\tanh\left(\frac{h\sqrt{\beta^2 - k_0^2\epsilon_d}}{2}\right) \approx \frac{x^2\sqrt{\beta^2 - k_0^2\epsilon_d}}{4R}, \quad (5.3)$$

将(5.3)代入公式(5.1)，经过一些化简可以得到

$$n_{\text{eff}}(x) \cong n_{\infty} - \frac{4\epsilon_d R}{\epsilon_m k_0 x^2} = n'_{\infty} \left(1 + \left(\frac{a}{x}\right)^2\right) + i n''_{\infty} \left(1 + \left(\frac{b}{x}\right)^2\right), \quad (5.4)$$

其中, $a = \sqrt{-\frac{4R\epsilon_d\epsilon'_m}{n'_\infty k_0 |\epsilon_m|^2}}$, $b = \sqrt{\frac{4R\epsilon_d\epsilon''_m}{n''_\infty k_0 |\epsilon_m|^2}}$, $n_\infty = \sqrt{\epsilon_d\epsilon_m/(\epsilon_d + \epsilon_m)} = n'_\infty + in''_\infty$ 是 h 趋

于无穷大时 GSPP 的渐进有效折射率。观察公式(5.4), 发现在接触点附近, 即 x 比较小时, GSPP 的有效折射率 n_{eff} 与横向距离 x 呈平方反比的关系, 我们在图 2.7 中画出了 n_{eff} 的实部与虚部与 x 的变化关系图, 其中黑线和红线对应于采用了上述近似关系后得出的公式(5.4)的结果, 而黑点和红点则对应于根据色散关系(5.1)严格计算得出的结果。两者符合得很好, 表明我们上述采取的近似是合理的有效的。

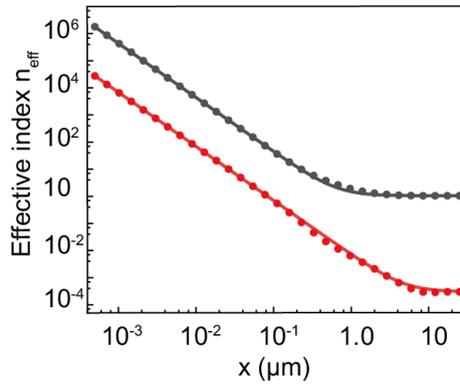


图 2.7 固定波长为 785nm 时, GSPP 有效折射率 n_{eff} 与横向距离 x 的关系。

2.3 引力场中 GSPP 的纳米聚焦的理论分析

接下来, 我们打算确定一个弯曲时空的度规, 使其能够提供出上述得到的渐变 GSPP 波导的有效折射率。我们从一个静态的、中心对称的时空出发, 它由一个各向同性的度规描述:

$$ds^2 = d\tau^2 = -g_{00}(r)dt^2 + g_{rr}(r)d\mathbf{x}^2, \quad (5.5)$$

这里, g_{00} 、 g_{rr} 为度规分量, $r = |\mathbf{x}|$ 为径向距离。根据变换光学理论, 电磁波在弯曲空间中传播等效于在非均匀介质中传播。非均匀介质的折射率可定义为 $n = \sqrt{g_{rr}/g_{00}}$ [46]。这里, 我们取 $g_{00} = 1$, $g_{rr} = n_{\text{eff}}^2$ 。许多满足流体静力平衡的引

力天体均符合这样一个度规，包括中子星、红巨星和白矮星[50]。而当退化到一维的情况时， $g_{00} = 1$ 、 $g_{rr} = n_{\text{eff}}^2$ 的度规就能提供一个等效于我们的 GSPP 波导的有效折射率，这个度规可以看成是一个特殊的一维黑洞的度规。

另一方面，当电磁波在弯曲空间中传播时，亥姆霍兹方程有着如下的形式：

$$-\frac{1}{\sqrt{g}} \partial_{\beta} \sqrt{g} g^{\beta\gamma} \partial_{\gamma} E^{\alpha} + \frac{1}{\sqrt{g}} \partial_{\beta} \sqrt{g} g^{\alpha\gamma} \partial_{\gamma} E^{\beta} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E^{\alpha}}{\partial t^2} = 0, \quad (5.6)$$

其中， α 、 β 、 γ 表示空间位置的下标， $E^{\alpha(\beta)}$ 为电场， c 为光速， g 为度规。将公式(5.5)的度规代入其中，考虑 SPP 的极化方向 ($E^y = \psi(x)e^{ik_0x}$)，公式(5.6)可以写为：

$$\frac{\partial \psi^2(x)}{\partial x^2} - \frac{1}{n_{\text{eff}}(x)} \frac{\partial n_{\text{eff}}(x)}{\partial x} \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} + [n_{\text{eff}}(x)k_0]^2 \psi(x) = 0, \quad (5.7)$$

其中， n_{eff} 由公式(5.4)给出，当 x 趋近于 0， $n_{\text{eff}}(x) \cong n'_{\infty} \frac{a^2}{x^2}$ ，代入公式(5.7)得到：

$$\frac{\partial \psi^2(x)}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} + \frac{n_{\infty}'^2 a^4 k_0^2}{x^4} \psi(x) = 0. \quad (5.8)$$

假设振幅 ψ 满足缓变振幅近似， $\frac{\partial \psi^2}{\partial x^2} \ll \frac{\partial \psi}{\partial x}$ ，公式(5.8)可进一步化简为：

$$\frac{\partial \psi(x)}{\partial x} + \frac{n_{\infty}'^2 a^4 k_0^2}{2x^3} \psi(x) = 0. \quad (5.9)$$

于是， ψ 即可求解得出。在这个引力场中传播的 GSPP 的场强则为：

$$I(x) = |\psi(x)|^2 = I_0 e^{n_{\infty}'^2 a^4 k_0^2 / (4x^2)} = I_0 e^{I_0^2 / x^2}, \quad (5.10)$$

这里，我们定义了一个特征长度 $l_c = n'_\infty a^2 k_0 / 2$ ，将真实参数代入后 $l_c \approx 0.89 \mu\text{m}$ 。

观察公式(5.10)可发现，当 $x < l_c$ 时，场强会得到明显的增强。

为进一步验证在我们这个渐变波导中 GSPP 的传播，我们用商业的时域有限差分软件 (FDTD) (Lumerical Solutions, Inc.) 进行了全波模拟仿真。图 2.8 展示了仿真后的强度分布图，位置在接触点附近，图中黑色的虚线表示银微米线的下端所在的位置，在与底下银膜的接触点处，局域的截面尺寸变得无限小。GSPP 从左往右向接触点处传播，可以明显发现，传播过程引起了 GSPP 能量的聚集，我们提取出了相应的场强，作为位置 x 的函数绘制在图 2.9 中，以蓝色实线表示。当 GSPP 传播到接触点附近，其场强迅速地增大，最大的场强相比于初始入射的能量增大了 10^4 倍之多。另外，根据上面我们解析算出的场强公式(5.10)，我们对仿真结果做了数值的拟合，结果展示在图 2.9 中，以红色虚线表示。对于仿真结果，场强最大的位置不是在 $x = 0$ 的地方，这是由于仿真建模时网格的大小有限制，不能达到无限小。但是，场强随离接触点越近而越强的趋势与公式(5.10)是匹配的，显示出了纳米聚焦的效果。

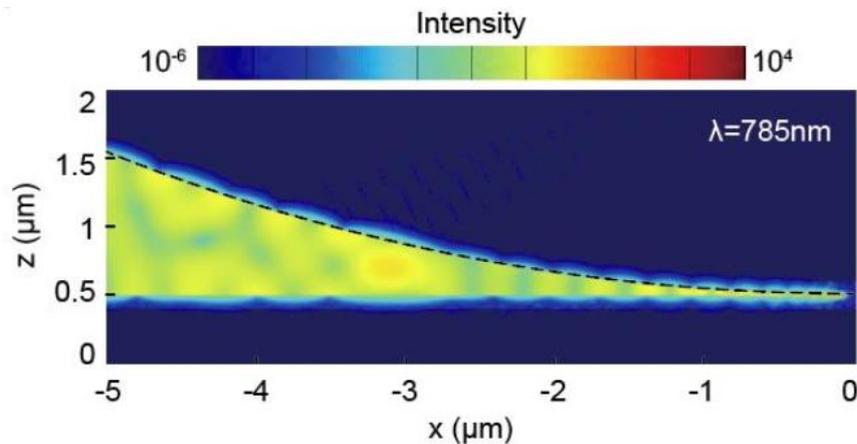


图 2.8 GSPP 传播的 FDTD 仿真场图。在仿真中，波长设为 785 nm，银线半径 R 设为 $12.5 \mu\text{m}$ 。银线的位置由图中的黑色虚线表示。

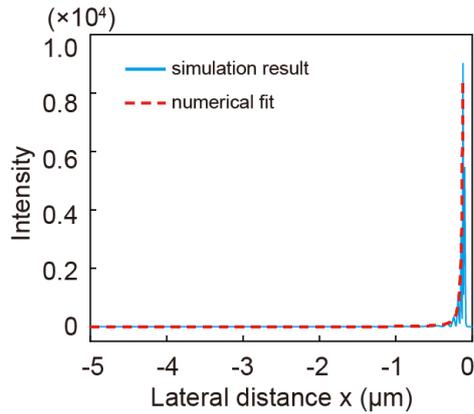


图 2.9 GSPP 场强作为横向位置 x 的函数分布。蓝色实线是从图 2.8 的仿真场图提取出的结果，而红色虚线是由解析公式(5.10)数值拟合的结果。

2.4 GSPP 纳米聚焦的实验验证

在实验中，我们用显微镜物镜（型号是 Olympus Plan Achromat Objective 20×/0.4）将 785nm 的激光聚焦在平行于银微米线的耦合光栅上，激发出 SPP 的模式。入射光的光斑尺寸约为 10μm。当 GSPP 向接触点传播时，它会激发 PMMA 里面的量子点，使其发射出 1050 nm 的荧光，作为观测 GSPP 传播行为的手段。发射出的荧光由另一个显微镜物镜（型号 Zeiss Epiplan ×50/0.17 HD microscope objective）收集，最后被 CCD 相机捕获。

图 2.10(a) 上面板展示了 GSPP 向接触点传播的荧光照片。两条黄线代表微米线两个边缘的位置。显然，当粒子向接触点传播时，有着显著的场增强效果，这表明 GSPP 模式的能量强烈地聚集中在银线和银膜之间的空气层中。此外，照片还显示，越靠近两条黄线中间即接触点，相速度和群速度的急剧下降导致 GSPP 最终几乎停止在接触点处。作为比较，我们另外做了一个对比实验，观测了没有银微米线存在时，其他条件不变的情况下，普通 SPP 传播的荧光图像，如图 2.10(a) 下面板所示。可以看到，普通 SPP 的强度在传播过程中逐渐衰减。

我们提取了图 2.10(a) 中两种情况下光场的归一化强度，绘制在图 2.10(b) 中。其中，蓝线表示存在银微米线时，GSPP 传播的光场能量随横向距离 x 的变

化情况；黑线表示不存在银微米线时，普通 SPP 传播的光场能量随横向距离 x 的变化情况。灰色虚线表示银微米线左边缘所在的位置。我们定义了一个增强系数 $\frac{I_{\text{GSPP}}/I_{\text{GSPP}}(x_0)}{I_{\text{SPP}}/I_{\text{SPP}}(x_0)}$ ，如图中红线所示， x_0 为起始位置。可以发现，当传播相同的距离，在接触点处的 GSPP 的强度是普通 SPP 的强度的 3 倍多。注意到，实验结果没有达到仿真模拟中预期的极端增强效果，主要局限在实验技术和物理机制上。一方面，实际样品中银膜和银线表面的粗糙度在几十纳米量级以上，所以我们无法得到仿真模拟的模型中接触点处缝隙为 0 的理想情况。此外，我们是通过量子点吸收 SPP 的能量后再发出荧光的机制间接探测出 SPP 的强度的，这个吸收过程也会损失纳米聚焦过程中的一部分能量，导致增强的效果减弱。另一方面，银的量子性质，比如电子溢出和非局域效应，以及银内在的损耗在实际实验中也会限制过高的场强增强。

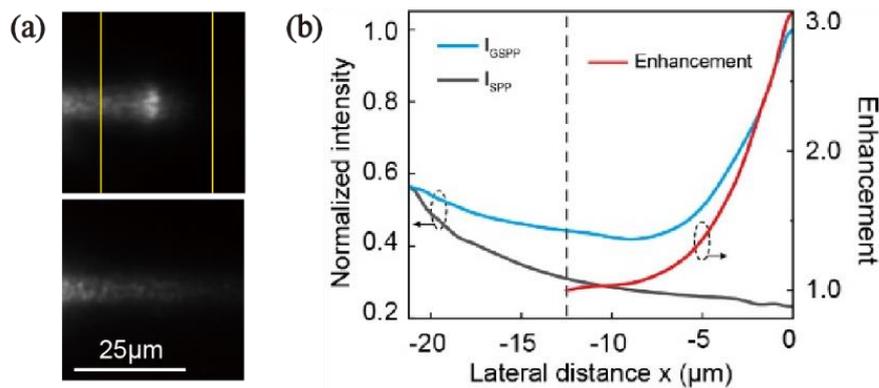


图 2.10 (a) 有银微米线（上）和无银微米丝（下）情况下的 GSPP 传播行为的俯视照片。黄线为微米线两个边缘的位置。(b) 从 (a) 图中提取的 SPP 归一化的强度分布图。

2.5 利用 GSPP 纳米聚焦增强非线性效应

通过以上分析，我们这种渐变的 GSPP 波导的设计确实能够将光聚焦到亚波长的空间尺度上得到增强，我们期望能应用于增强非线性光学过程，例如二次谐波产生 (SHG)。

在图 2.3 初始结构的基础上，我们在银线和银膜之间额外嵌入一层铌酸锂介

质层，厚度为 10 nm。铌酸锂有着很高的二阶非线性系数[54]。对这个新结构，我们用 FDTD 软件进行了全波非线性仿真，探索这种渐变 GSPP 波导增强 SHG 的过程。在仿真中，我们激发一个 785 nm 的光源，使其向银线和铌酸锂薄膜的接触点入射。图 2.11 显示了产生的二次谐波信号，波长为 392.5 nm。同样可见接触点附近二次谐波的场强得到了增强，表明了强的非线性响应。我们在图 2.12 中绘制了仿真中这个倍频光以及它的基频光的电场强度沿 x 轴的分布情况。很明显，它们都在接触点附近经历了大幅的增强。

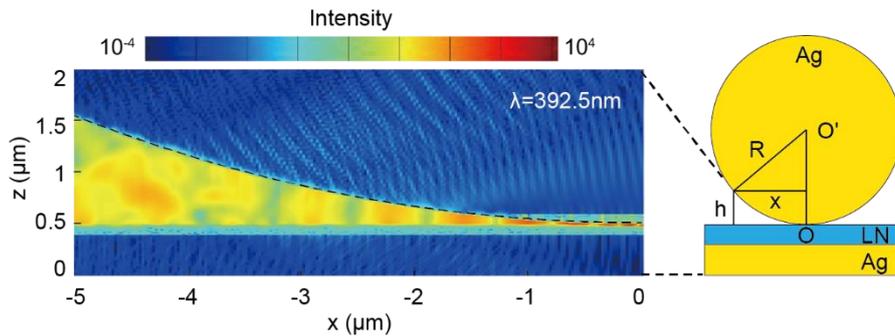


图 2.11 利用渐变 GSPP 波导增强 SHG 的仿真结果。图中为 785 nm 光的倍频光 392.5 nm 的电场分布。右边为波导的截面图，银线的半径 R 为 12.5 μm ，铌酸锂层的厚度是 10 nm。

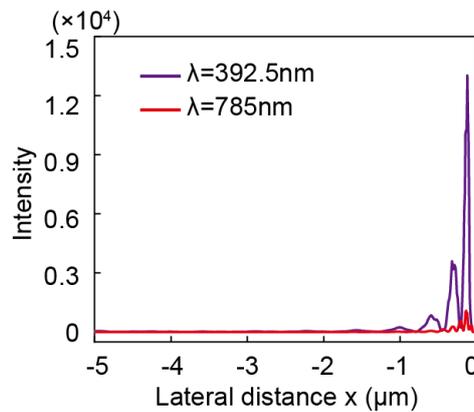


图 2.12 GSPP 的 785 nm 基频光场和相应 392.5 nm 的倍频光场沿 x 方向的强度分布。红线为 785 nm 基频光，紫线为 392.5 nm 倍频光

此外，我们又选了一个基频波长 1064 nm 对相同的结构做了非线性仿真，同样可以得到增强的 532 nm 的倍频光，如图 2.13 所示。所以，我们这个渐变 GSPP

波导具有宽带的增强二阶非线性光学过程的作用。以上就是我们仿真得到的 SHG 增强的效果。由于非线性相互作用的强度与光强正相关，我们的结构可以通过增强基频光的场强来增强其非线性响应过程，有望实现宽带和增强的 SHG。根据上一节的讨论，考虑到实际的实验条件，由于损耗的限制，我们实验得到的基频光的增强远小于仿真模拟得到的增强，所以可能达不到非线性过程所需的阈值。

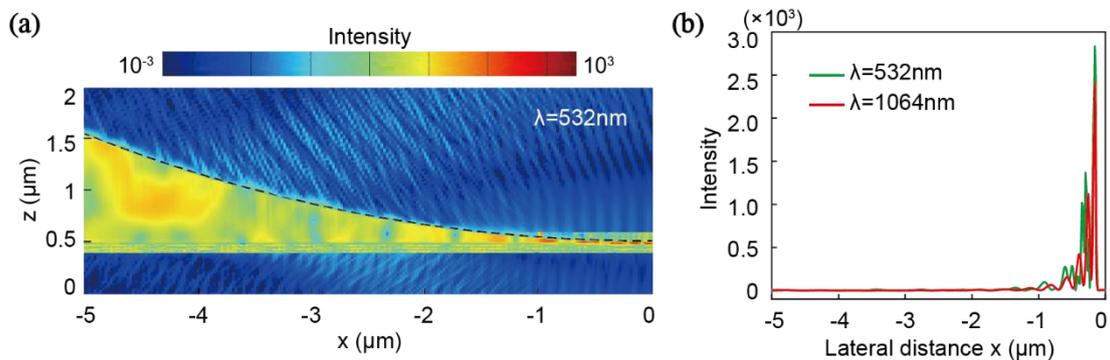


图 2.13 (a) 当入射光波长为 1064 nm 时，在渐变 GSPW 波导中产生的 532 nm 波长的倍频光的电场分布。(b) 1064 nm 基频光场和相应 532 nm 的倍频光场沿 x 方向的强度分布，红线为 1064 nm 基频光，绿线为 532 nm 倍频光。

2.6 本章小结

我们通过在银膜上放置银纳米线，实现了渐变的 GSPW 波导。通过计算发现，等离激元的等效折射率随着中间介质层厚度的减小而增大，借助于变换光学，我们发现这种渐变波导的等效折射率分布对应于一个一维黑洞的引力度规。我们设计的结构无需复杂的加工工艺。我们在实验上证明了亚波长尺度 GSPW 的绝热纳米聚焦。纳米聚焦的过程可以通过荧光图像清晰地表征，GSPW 场强的增强高达 3 倍。我们相信，这种简单的结构将有助于将电磁波聚集到亚波长的范围，以增强光与物质相互作用，例如非线性光学过程和拉曼散射。

参考文献

- [1] Park I-Y, Kim S, Choi J, et al. Plasmonic generation of ultrashort extreme-ultraviolet light pulses[J]. *Nature Photonics*, 2011, 5(11): 677-681.
- [2] Nielsen M P, Shi X, Dichtl P, et al. Giant nonlinear response at a plasmonic nanofocus drives efficient four-wave mixing[J]. *Science*, 2017, 358(6367): 1179-1181.
- [3] Bergman D J, Stockman M I. Surface plasmon amplification by stimulated emission of radiation: quantum generation of coherent surface plasmons in nanosystems[J]. *Phys Rev Lett*, 2003, 90(2): 027402.
- [4] Pickering T, Hamm J M, Page A F, et al. Cavity-free plasmonic nanolasing enabled by dispersionless stopped light[J]. *Nat Commun*, 2014, 5: 4972.
- [5] Hill M T, Gather M C. Advances in small lasers[J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(12): 908-918.
- [6] Tsakmakidis K L, Hess O, Boyd R W, et al. Ultraslow waves on the nanoscale[J]. *Science*, 2017, 358(6361): ean5196.
- [7] Ichimura T, Hayazawa N, Hashimoto M, et al. Tip-enhanced coherent anti-Stokes Raman scattering for vibrational nanoimaging[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(22).
- [8] Genov D A, Sarychev A K, Shalaev V M, et al. Resonant field enhancements from metal nanoparticle arrays[J]. *Nano Letters*, 2004, 4(1): 153-158.
- [9] Genov D A, Oulton R F, Bartal G, et al. Anomalous spectral scaling of light emission rates in low-dimensional metallic nanostructures[J]. *Physical Review B*, 2011, 83(24).
- [10] Arroyo J O, Kukura P. Non-fluorescent schemes for single-molecule detection, imaging and spectroscopy[J]. *Nature Photonics*, 2016, 10(1): 11-17.
- [11] Stockman M I. Nanofocusing of optical energy in tapered plasmonic waveguides[J]. *Phys Rev Lett*, 2004, 93(13): 137404.
- [12] Choo H, Kim M-K, Staffaroni M, et al. Nanofocusing in a metal-insulator-metal gap plasmon waveguide with a three-dimensional linear taper[J]. *Nature Photonics*, 2012, 6(12): 838-844.
- [13] Ropers C, Neacsu C C, Elsaesser T, et al. Grating-coupling of surface plasmons onto metallic tips: A nanoconfined light source[J]. *Nano Letters*, 2007, 7(9): 2784-2788.
- [14] Vernon K C, Gramotnev D K, Pile D F P. Adiabatic nanofocusing of plasmons by a sharp metal wedge on a dielectric substrate[J]. *Journal of Applied Physics*, 2007, 101(10).
- [15] Davoyan A R, Shadrivov I V, Zharov A A, et al. Nonlinear Nanofocusing in Tapered Plasmonic Waveguides[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(11).
- [16] Bozhevolnyi S I, Nerkararyan K V. Adiabatic nanofocusing of channel plasmon polaritons[J]. *Optics Letters*, 2010, 35(4): 541-543.
- [17] Shen X P, Cui T J. Ultrathin plasmonic metamaterial for spoof localized surface plasmons[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2014, 8(1): 137-145.
- [18] Pendry J B, Schurig D, Smith D R. Controlling electromagnetic fields[J]. *Science*, 2006,

- 312(5781): 1780-1782.
- [19] Leonhardt U. Optical conformal mapping[J]. *Science*, 2006, 312(5781): 1777-1780.
- [20] Chen H Y, Chan C T, Sheng P. Transformation optics and metamaterials[J]. *Nature Materials*, 2010, 9(5): 387-396.
- [21] Xu L, Chen H Y. Conformal transformation optics[J]. *Nature Photonics*, 2015, 9(1): 15-23.
- [22] Schurig D, Mock J J, Justice B J, et al. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies[J]. *Science*, 2006, 314(5801): 977-980.
- [23] Cai W S, Chettiar U K, Kildishev A V, et al. Optical cloaking with metamaterials[J]. *Nature Photonics*, 2007, 1(4): 224-227.
- [24] Chen H, Wu B-I, Zhang B, et al. Electromagnetic Wave Interactions with a Metamaterial Cloak[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(6): 063903.
- [25] Li J S, Pendry J B. Hiding under the Carpet: A New Strategy for Cloaking[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 101(20).
- [26] Leonhardt U, Tyc T. Broadband Invisibility by Non-Euclidean Cloaking[J]. *Science*, 2009, 323(5910): 110-112.
- [27] Lai Y, Chen H, Zhang Z-Q, et al. Complementary Media Invisibility Cloak that Cloaks Objects at a Distance Outside the Cloaking Shell[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(9): 093901.
- [28] Ma Y, Liu Y, Raza M, et al. Experimental Demonstration of a Multiphysics Cloak: Manipulating Heat Flux and Electric Current Simultaneously[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(20).
- [29] Lai Y, Ng J, Chen H Y, et al. Illusion Optics: The Optical Transformation of an Object into Another Object[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(25).
- [30] Zolla F, Guenneau S, Nicolet A, et al. Electromagnetic analysis of cylindrical invisibility cloaks and the mirage effect[J]. *Optics Letters*, 2007, 32(9): 1069-1071.
- [31] Li C, Meng X K, Liu X A, et al. Experimental Realization of a Circuit-Based Broadband Illusion-Optics Analogue[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(23).
- [32] Jiang W X, Qiu C W, Han T C, et al. Creation of Ghost Illusions Using Wave Dynamics in Metamaterials[J]. *Advanced Functional Materials*, 2013, 23(32): 4028-4034.
- [33] Smolyaninov I I, Hung Y J, Davis C C. Magnifying superlens in the visible frequency range[J]. *Science*, 2007, 315(5819): 1699-1701.
- [34] Liu Z W, Lee H, Xiong Y, et al. Far-field optical hyperlens magnifying sub-diffraction-limited objects[J]. *Science*, 2007, 315(5819): 1686-1686.
- [35] Greenleaf A, Kurylev Y, Lassas M, et al. Electromagnetic wormholes and virtual magnetic monopoles from metamaterials[J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99(18).
- [36] Smolyaninov I I, Narimanov E E. Metric Signature Transitions in Optical Metamaterials[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(6).
- [37] Mackay T G, Lakhtakia A. Towards a metamaterial simulation of a spinning cosmic string[J].

- Physics Letters A, 2010, 374(23): 2305-2308.
- [38] Ginis V, Tassin P, Craps B , et al. Frequency converter implementing an optical analogue of the cosmological redshift[J]. Optics Express, 2010, 18(5): 5350-5355.
- [39] Smolyaninov I I, Hung Y J. Modeling of time with metamaterials[J]. Journal of the Optical Society of America B-Optical Physics, 2011, 28(7): 1591-1595.
- [40] Cheng Q, Cui T J, Jiang W X , et al. An omnidirectional electromagnetic absorber made of metamaterials[J]. New Journal of Physics, 2010, 12(6): 063006.
- [41] Zentgraf T, Liu Y, Mikkelsen M H , et al. Plasmonic Luneburg and Eaton lenses[J]. Nat Nanotechnol, 2011, 6(3): 151-155.
- [42] Pendry J B, Aubry A, Smith D R , et al. Transformation Optics and Subwavelength Control of Light[J]. Science, 2012, 337(6094): 549-552.
- [43] Pendry J B, Fernandez-Dominguez A I, Luo Y , et al. Capturing photons with transformation optics[J]. Nature Physics, 2013, 9(8): 518-522.
- [44] Pendry J B, Luo Y, Zhao R K. Transforming the optical landscape[J]. Science, 2015, 348(6234): 521-524.
- [45] Aubry A, Lei D Y, Fernandez-Dominguez A I , et al. Plasmonic Light-Harvesting Devices over the Whole Visible Spectrum[J]. Nano Letters, 2010, 10(7): 2574-2579.
- [46] Genov D A, Zhang S, Zhang X. Mimicking celestial mechanics in metamaterials[J]. Nature Physics, 2009, 5(9): 687-692.
- [47] Narimanov E E, Kildishev A V. Optical black hole: Broadband omnidirectional light absorber[J]. Applied Physics Letters, 2009, 95(4).
- [48] Cheng Q, Cui T J, Jiang W X , et al. An omnidirectional electromagnetic absorber made of metamaterials[J]. New Journal of Physics, 2010, 12.
- [49] Nerkararyan K V, Nerkararyan S K, Bozhevolnyi S I. Plasmonic black-hole: broadband omnidirectional absorber of gap surface plasmons[J]. Optics Letters, 2011, 36(22): 4311-4313.
- [50] Sheng C, Liu H, Wang Y , et al. Trapping light by mimicking gravitational lensing[J]. Nature Photonics, 2013, 7(11): 902-906.
- [51] Shen L, Prokopenko L J, Chen H , et al. Designing optimal nanofocusing with a gradient hyperlens[J]. Nanophotonics, 2018, 7(2): 479-487.
- [52] Maier S A, *Plasmonics: fundamentals and applications*. (Springer Science & Business Media, 2007).
- [53] Palik E D, *Handbook of optical constants of solids*. (Academic press, 1998), vol. 3.
- [54] Shoji I, Kondo T, Kitamoto A , et al. Absolute scale of second-order nonlinear-optical coefficients[J]. Journal of the Optical Society of America B, 1997, 14(9): 2268-2294.

第3章 基于变换光学的渐变弯曲波导实现四波混频带宽的调控

3.1 引言

大数据时代的到来推动了光信号传输和处理的飞速发展。近些年来，集成光子技术在光通信、计算、成像、传感中发挥着越来越重要的作用，能显著降低系统的成本和重量。硅光子学作为光子集成的一个重要平台，备受瞩目。硅光子学有着低功耗、低成本、占位面积小、与兼容 CMOS 等优点[1-3]。绝缘体上硅(SOI)已经成为硅光子学中的基石，其顶层 Si 与衬底 SiO₂ 的高折射率对比度使得光学模式有着良好的局域性，从而能够允许弯曲波导半径为几微米的超紧凑光学器件的设计，人们可以在单个芯片上集成大规模的功能元件。此外，硅波导的高折射率对比度能够提高光与物质的相互作用，更有利于实现非线性光学过程，例如四波混频、自相位调制、交叉相位调制等[3]。

其中，四波混频是一种三阶非线性参量过程，如图 3.1 所示，频率为 ω_p 的两个泵浦光子转化为一个频率为 ω_s 的信号光子和频率为 ω_i 的闲频光子。此过程受相位匹配情况以及自相位调制、交叉相位调制的影响，当相位失配量与自相位调制、交叉相位调制引起的相移抵消时，能够产生高增益。这就要求泵浦光的传播常数大于信号光和闲频光的平均值，即在群速度色散 (group velocity dispersion, 简称 GVD) 为负时发生。在 SOI 中实现四波混频为全光波长转换铺设了道路。为解决光通信中波长重用率低、网络节点中波长碰撞带来的阻塞等问题，人们一直致力于获得更宽的转换带宽。此外，使用这种参量过程产生和利用大带宽的能力对于其他光子应用也举足轻重，例如信号处理[4-7]，光频计算[8]，超快全光处理[9, 10]，光谱学[11]等等。

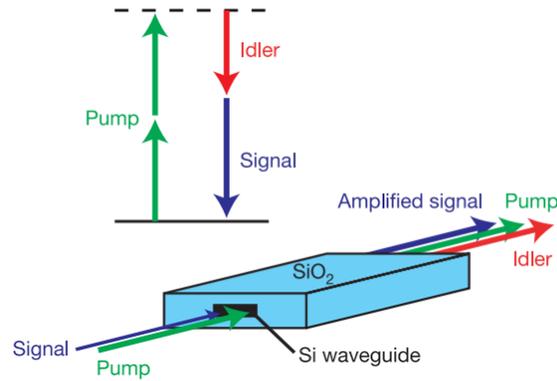


图 3.1 简并四波混频过程[12]。

2005 年, Fukuda 等人[13]首次在硅线波导中实现了四波混频。2006 年, Lin 和 Agrawal 等人[14]通过设计合适的 SOI 波导的截面形状的尺寸, 来调控零色散波长的位置至泵浦光波长附近, 在 1550nm 附近实现了超宽带的参量放大和波长转换, 如图 3.2 (a)所示为选择了合适尺寸后不同泵浦波长下的转换效率。同年, Lipson 课题组[12]也是通过设计合适的 SOI 波导的截面形状的尺寸, 利用四波混频实现了 1511 nm 到 1591 nm 的波长转换范围, 如图 3.2 (b)所示, 通过改变波导的尺寸, 他们能够找到合适的反常色散区域满足相位匹配的要求以获得高的转换效率和宽的转换带宽。2007 年, Lipson 课题组[15]又利用此方法, 在带宽 150 nm 的范围内实现了比之前工作更高的转换效率, 峰值效率达到 -9.6 dB, 在考虑四阶色散后, 实现了从 1477 nm 至 1672 nm 跨越四个通信波段的波长转换, 效率为 -12 dB。2010 年, 该团队[16]通过精心设计脊型硅波导的尺寸, 在 1554 nm 的泵浦光实现了从 1241 nm 到 2078 nm 波长的连续可调四波混频的波长转换, 图 3.2 (c)为不同尺寸的脊型硅波导 GVD, 图 3.2 (d)为实验上测量的超宽转换带宽。2011 年, 该团队在中红外实现了 748 nm 的参量带宽[17]。

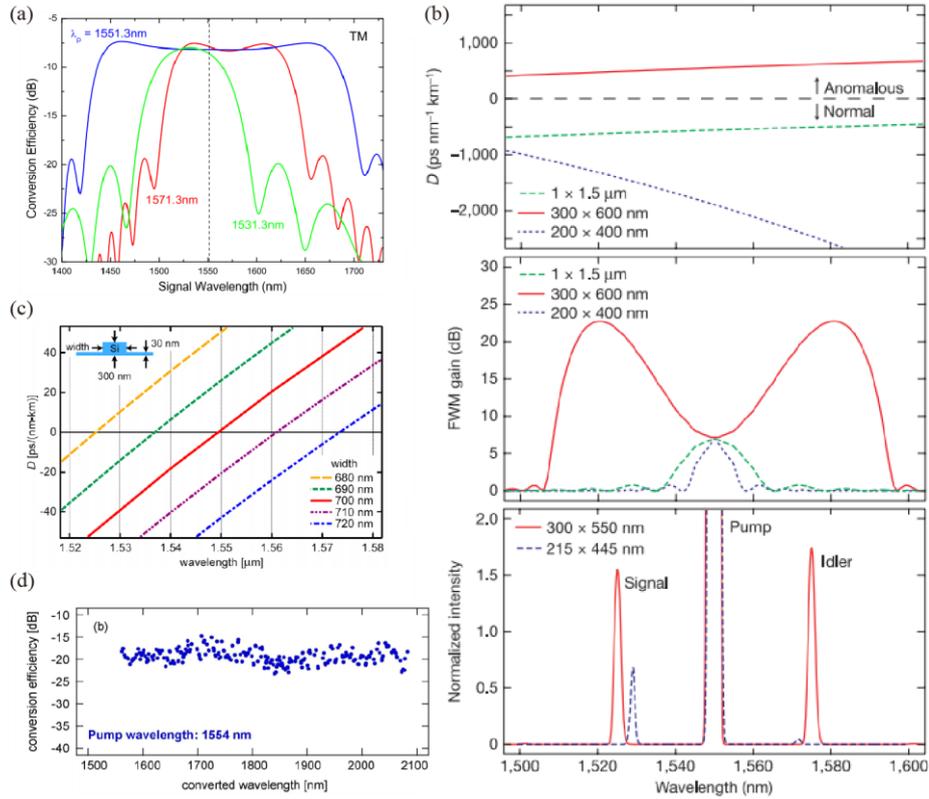


图 3.2 (a) 不同泵浦波长下四波混频的转换效率[14]。(b) 不同尺寸的 SOI 波导的 GVD (上)、四波混频增益 (中) 和实验上探测的四波混频频谱 (下) [12]。(c) 不同尺寸的脊型硅波导的 GVD[16]。(d) 实验测量的超宽四波混频转换带宽[16]。

除了这种通过改变波导尺寸来增大四波混频带宽的方法，级联不同色散的波导也能起到增大带宽的效果。1994 年，Inoue[18]提出组合不同零色散波长的光纤，可以一定程度上增大四波混频的转换带宽。2019 年，Singh[19]基于不同截面尺寸波导的级联，实现了 100 nm 的带宽拓展，图 3.3 (a)为他们设计的 3 种不同的级联波导，不同区域的群速度色散是不同的。2020 年，Gorza 等人[20]使波导的尺寸沿传播方向改变实现了可变色散的波导设计，在实验上测量到了超连续谱，如图 3.3 (b)为他们的波导设计。这类方法可能在级联的地方由于阻抗不匹配而带来额外的损耗。

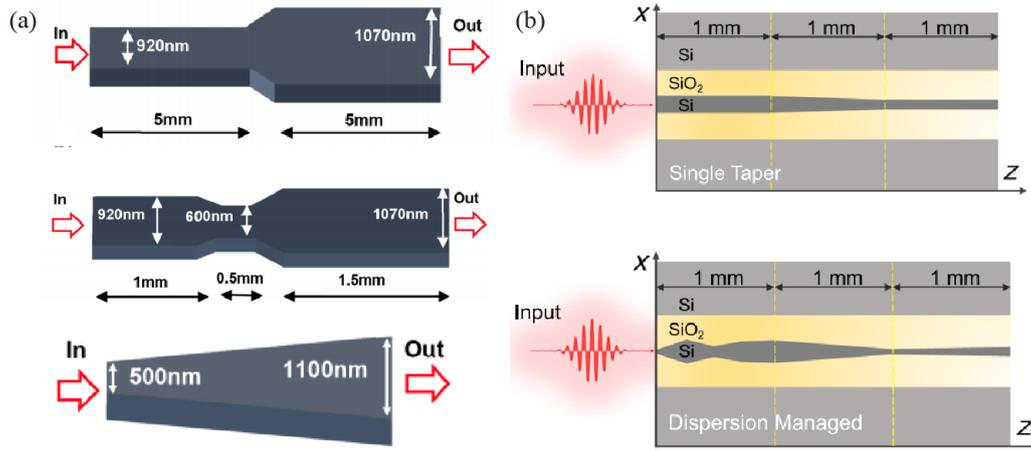


图 3.3 (a) 三种不同的级联波导，每个区域的 GVD 色散不同[19]。(b) 两种不同的波导结构[20]。

可以看到，波导界面的几何尺寸与 GVD 色散息息相关。另一方面，近些年来，变换光学提供了一种绝妙的操控几何形状的方法。通过坐标变换，变换光学能将一种几何形状的物体映射成另一种几何形状的物体，同时伴随着变换前后电磁参数的变化。在第 2 章，我们已经介绍了 Pendry 利用共形变换，将无限大的矩形的金属平板变换成有限大小的新月形、互相接触的两个圆具有奇异点的形状，实现纳米聚焦效果的工作[21]。这种形状的变化也被他们拓展到三维的球形变换到奇异结构实现光子的捕获以及研究金属表面的范德瓦尔斯力上[22-24]。2017 年，Pendry[25]提出通过对金属平板阵列进行连续不同的共形变换获得空间的第四个维度。

这里，我们提出利用波导的弯曲这个几何属性。尽管人们在光子芯片上已经集成了很多弯曲的波导元件，如图 3.4 所示的包含平面螺旋弯曲形状的硅基光子源[26, 27]，但是只是把弯曲用在了减少元件的占位面积这个用途上，而很少有人探索弯曲这个属性在调控色散、控制带宽上的作用。而基于变换光学的方法，可以将物理空间的弯曲波导变换成虚拟空间的直波导分析[28]。在理论上，我们发现通过改变波导的曲率半径能够调控波导的群速度色散。我们提出一种曲率半径渐变的弯曲波导，通过调控其渐变的加速度，可以灵活地调控四波混频的带宽。

当加速度越大时，带宽越宽。在理论上我们发现带宽与加速度有着定量的关系。此方法具有普适性，能够很好地与现有的成熟的波导设计参数结合，实现低损耗、高可控性、超宽带宽的四波混频，有望应用于超连续谱的产生[29-32]和量子信息处理等方面[33-40]。

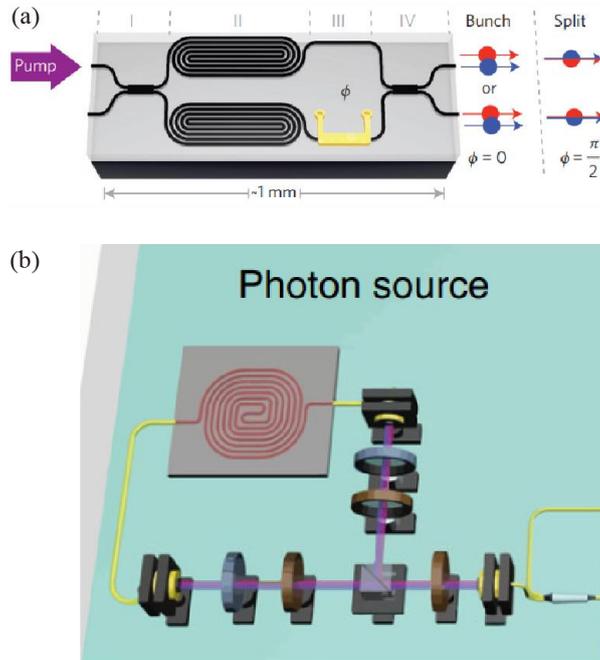


图 3.4 (a) [26]和(b)[27]为平面螺旋弯曲的硅基纠缠光子源。

3.2 基于变换光学的弯曲波导

1975 年，Heiblum 和 Harris[28]提出了用对数共形变换的方法分析弯曲波导的理论，如图 3.5 所示，此变换能将二维同心圆环形的弯曲波导转换成另一个空间的直波导，原来的阶跃型折射率分布经变换后成为了分段的 e 指数增加的形式。原本的弯曲波导变成直波导后更容易进行理论分析。

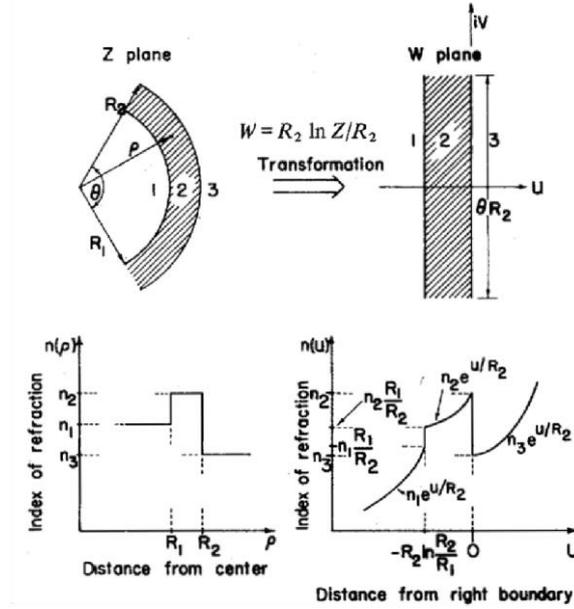


图 3.5 二维同心圆环波导经对数共形变换变成直波导以及变换前后的折射率分布[28]。

这里我们把这个方法推广到三维，如图 3.6 所示，左边为真实物理空间中的 SOI 同心圆环形弯曲条形波导，波导尺寸为宽 500 nm，高 220 nm。我们将物理空间用水平的复平面 $f = x + iy$ 加上垂直于它的 z 轴表示。对系统施加一个这样的变换：水平面施加对数共形变换，竖直方向保持不变，即

$$\begin{cases} g(f) = R_c \ln(f/R_c), \\ w = z \end{cases}, \quad (6.1)$$

其中， R_c 为弯曲波导中心的曲率半径。将物理空间变到虚拟空间，虚拟空间由水平复平面 $g = u + iv$ 和竖直的 w 轴表示。经过这个变换，在几何形状上，原本物理空间的弯曲波导能够变成虚拟空间的直波导，如图 3.6 所示；而在材料参数上，原本真实物理空间中的电磁参数

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} n^2 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \end{pmatrix}, \quad \mu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

变成了虚拟空间中这样的分布：

$$\varepsilon' = \begin{pmatrix} n^2 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & n^2 \exp(2u/R_c) \end{pmatrix}, \quad \mu' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \exp(2u/R_c) \end{pmatrix}. \quad (6.3)$$

变换后直波导的电磁参数有个分量变成了与坐标相关的 e 指数增加的形式, 我们在图 3.6 用颜色的深浅来反映。

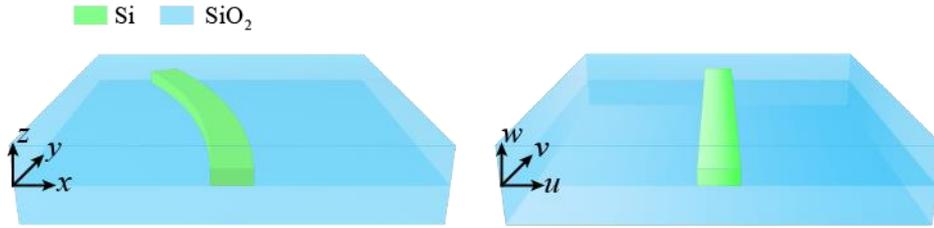


图 3.6 将三维 SOI 波导变换到另一个空间的直波导。图中颜色的深浅反映了电磁参数的大小情况。

我们把电磁参数的分布输入用 COMSOL Multiphysics 计算其传播常数, 即等效折射率, 这里我们考虑 TE 模式。例如, 波长为 1550 nm 时, 在不同弯曲半径, 变换后的波导的等效折射率以及相应的有效模式面积

$$A_{\text{eff}} = \left(\int |E|^2 dS \right)^2 / \int |E|^4 dS \quad (E \text{ 为模式的电场分布, } S \text{ 为波导模式分布的区域})$$

的结果如图 3.7 所示。可以看到曲率半径越小, 等效折射率越大, 有效模式面积越小。由于弯曲波导变换后的电磁参数分布是 e 指数上升的形式, 右边的折射率相较于坐标会大一点, 所以模场分布也会偏向右边一点, 如图 3.7 (b) 中的插图所示。当曲率半径越来越大, 趋近于无穷大时, 此时的弯曲波导已退化为直波导, 它的等效折射率和有效模式面积如图 3.7 中红色的渐进线所示。由于弯曲波导的模式在一定程度上向右压缩了, 所以其模式面积会略小于直波导。我们可以按照此方法, 算出不同波长下的曲率半径不同的弯曲波导的这两项数值。

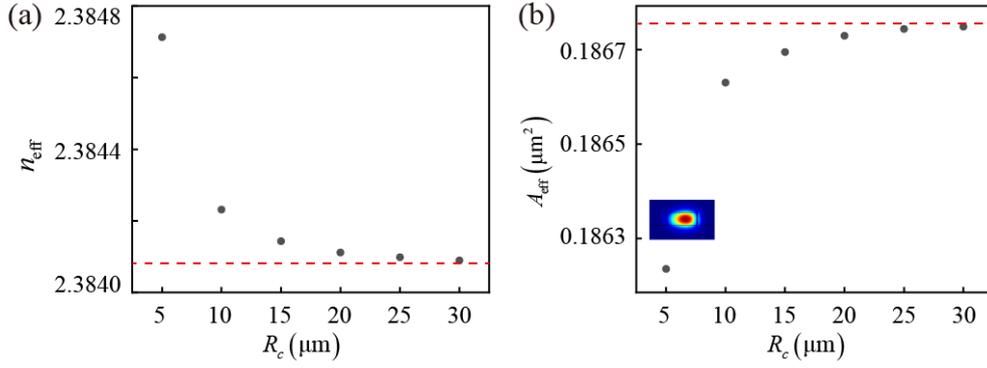


图 3.7 波长为 1550nm 时，不同曲率半径的弯曲波导变换成虚拟空间直波导的 (a) 等效折射率 (b) 有效模式面积。图中红色虚线为渐近线，代表曲率半径无限大的直波导的结果。

3.3 半径固定的弯曲波导的四波混频

四波混频是三阶非线性光学过程。这里我们关注简并四波混频过程，即两个频率为 ω_p 的泵浦光与另外一个频率为 ω_s 的信号光相互作用，产生出频率为 ω_i 的闲频光子。这个过程满足能量守恒 $2\omega_p = \omega_s + \omega_i$ 。在简并四波混频中，各光子之间的动量关系由相位失配量描述，

$$\Delta\beta = 2\gamma P_{pump} + \Delta k_{linear} \quad (6.4)$$

其中， $\gamma = 2\pi n_2 / \lambda A_{eff}$ 为有效非线性参数， n_2 是非线性折射率， P_{pump} 是泵浦光功率， Δk_{linear} 是线性相位失配量：

$$\Delta k_{linear} = \beta_s + \beta_i - 2\beta_p \approx \beta_2 (\omega_p - \omega_s)^2 + \frac{1}{12} \beta_4 (\omega_p - \omega_s)^4, \quad (6.5)$$

其中， β_p 、 β_s 、 β_i 分别是泵浦光、信号光、闲频光在波导中的传播常数， $\beta_2 = d^2\beta/d\omega^2$ 是泵浦光的群速度色散 (group velocity dispersion)，简称 GVD， $\beta_4 = d^4\beta/d\omega^4$ 是四阶色散 (fourth-order dispersion)，简称 FOD。与 GVD 相关的另一个比较常用

的参量 D 表示为 $D = -2\pi c\beta_2/\lambda^2$ 。

在上一节中，我们发现不同曲率半径的弯曲波导的传播常数不一样，它们在不同波长的色散也已经计算出。根据这些数据，我们可以计算不同曲率半径的弯曲波导的 GVD 以及 FOD，结果如图 3.8 和图 3.9 所示。可以看到，改变曲率半径，在一定程度上可以调控波导的色散。当半径越来越大，趋近于无穷大，弯曲波导的色散也趋近于直波导的色散。2018 年也有利用固定弯曲的光纤改变零色散点波长的报道[41]。

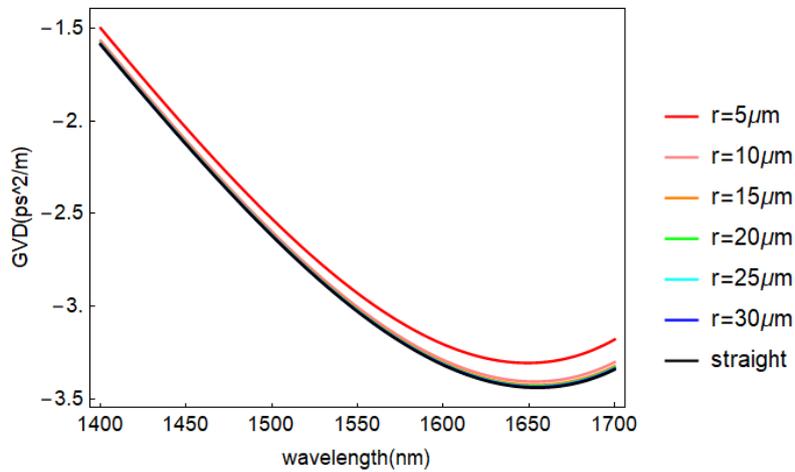


图 3.8 不同曲率半径的弯曲波导的群速度色散 GVD。

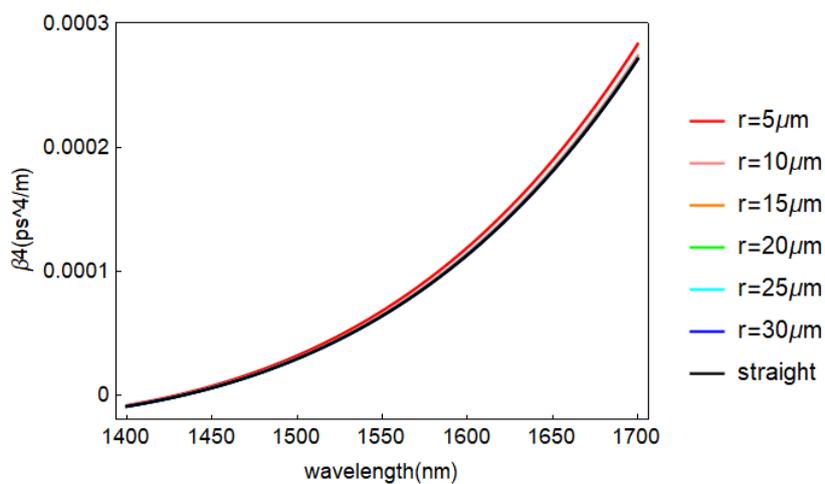


图 3.9 不同曲率半径的弯曲波导的四阶色散 FOD。

对于传播常数不随传播路径变化的波导，即普通的直波导或者曲率半径固定不变的波导，连续光的简并四波混频方程如下所示：

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial A_p}{\partial z} &= -\frac{1}{2}\alpha_p A_p + i\left(\gamma_p |A_p|^2 + 2\gamma_{ps} |A_s|^2 + 2\gamma_{pi} |A_i|^2\right) A_p + 2i\gamma A_s A_i A_p^* \exp(i\Delta k_{linear} z) \\
 \frac{\partial A_s}{\partial z} &= -\frac{1}{2}\alpha_s A_s + i\left(\gamma_s |A_s|^2 + 2\gamma_{si} |A_i|^2 + 2\gamma_{sp} |A_p|^2\right) A_s + i\gamma A_p^2 A_i^* \exp(-i\Delta k_{linear} z) \\
 \frac{\partial A_i}{\partial z} &= -\frac{1}{2}\alpha_i A_i + i\left(\gamma_i |A_i|^2 + 2\gamma_{is} |A_s|^2 + 2\gamma_{ip} |A_p|^2\right) A_i + i\gamma A_p^2 A_s^* \exp(-i\Delta k_{linear} z)
 \end{aligned} \quad (6.6)$$

其中， A_p 、 A_s 、 A_i 分别表示泵浦光、信号光、闲频光的振幅， α 为损耗。这里我们不考虑损耗，也不考虑右边第二项表示的自相位调制效应和交叉相位调制效应，只保留右边第三项，同时假设泵浦光满足非抽空抽运近似，则公式(6.6)简化为

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial A_p}{\partial z} &= 0 \\
 \frac{\partial A_s}{\partial z} &= i\gamma A_p^2 A_i^* \exp(-i\Delta k_{linear} z) \\
 \frac{\partial A_i}{\partial z} &= i\gamma A_p^2 A_s^* \exp(-i\Delta k_{linear} z)
 \end{aligned} \quad (6.7)$$

这里我们考虑直波导和半径固定为 $20 \mu\text{m}$ 的弯曲波导这两种情形下，波导总长度均为 0.05 m 时，四波混频波长转换的情况。这里我们同时扫描了泵浦光的波长和信号光的波长，计算闲频光的转换效率。结果如图 3.10 所示，可见半径固定的弯曲波导的波长转换与直波导差别不大。

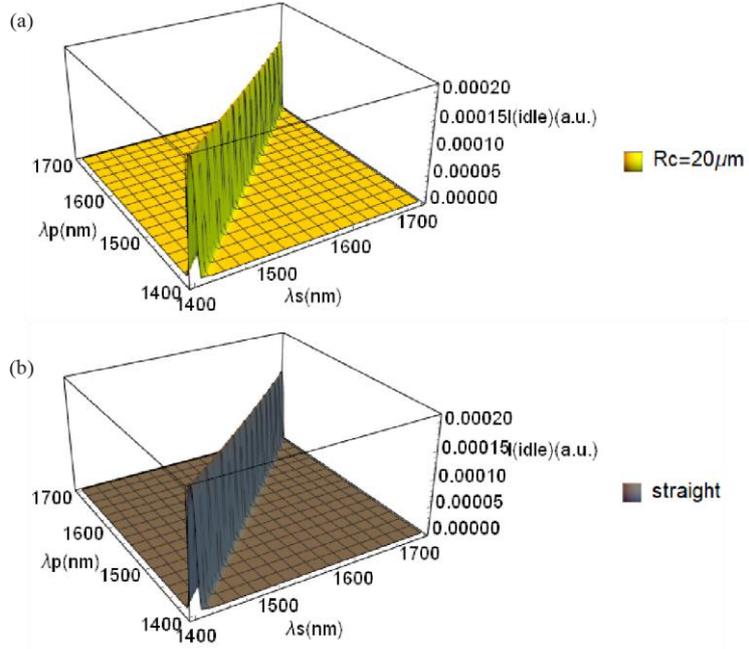


图 3.10 (a) 半径固定为 $20 \mu\text{m}$ 的弯曲波导 和 (b) 直波导 在同时扫描泵浦光和信号光波长的情况下闲频光的转换效率。

3.4 渐变弯曲波导的四波混频

从上一节可看出，单独的半径固定的弯曲波导的四波混频波长转换情况与直波导相比差别不大。那如果波导的曲率半径是变化的，结果会是什么样呢？此时，波导的传播常数随着传播距离而变化。

这里，我们定义波导的等效折射率随传播距离的变化满足这样一个函数：

$$n(z, \omega) = n_0(\omega) \sqrt{1 - a(\omega)z}, \quad (6.8)$$

其中， a 为我们定义的波导渐变的加速度， n_0 为初始位置的等效折射率。由之前的分析我们已经能够通过改变曲率半径来改变等效折射率的大小，所以公式(6.8)的沿传播方向变化的等效折射率可以通过曲率半径渐变的弯曲波导来实现。光在这种等效折射率渐变的介质中的线性传播方程为

$$\frac{d^2 E}{dz^2} + (-az + 1)n_0^2 k_0^2 E = 0, \quad (6.9)$$

其中, E 为振幅, $k_0 = \omega/c$ 为真空中的波矢。方程(6.9)的解有如下的形式:

$$E = \text{Ai} \left[\left(\frac{n_0 k_0}{a} \right)^{\frac{2}{3}} (az - 1) \right] + i \text{Bi} \left[\left(\frac{n_0 k_0}{a} \right)^{\frac{2}{3}} (az - 1) \right], \quad (6.10)$$

其中, Ai 和 Bi 分别是一类和二类的 Airy 函数。这里我们假设折射率随传播距离的变化是缓慢的, 即 a 是一个小量, 则公式(6.10)简化为

$$E \approx \frac{1}{(-az + 1)^{\frac{1}{4}}} \exp \left[in_0 k_0 z \left(1 - \frac{az}{4} \right) \right]. \quad (6.11)$$

将此形式的振幅从初始的非线性方程进行推导, 可得出满足公式(6.8)的折射率渐变的弯曲波导中的简并四波混频方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_p}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial A_s}{\partial z} &= \frac{i\gamma_i (1 - a_s z)^{5/4} A_p^2 A_i^* \exp \left\{ i \frac{z}{c} \left[(2n_p \omega_p - n_s \omega_s - n_i \omega_i) - \left(\frac{2a_p n_p \omega_p - a_s n_s \omega_s - a_i n_i \omega_i}{4} \right) z \right] \right\}}{(-a_p z + 1)^{\frac{1}{2}} (-a_i z + 1)^{\frac{1}{4}} \left[1 - a_s \left(\frac{3}{2} z + \frac{\lambda_s}{8\pi n_s} i \right) \right]} \\ \frac{\partial A_i}{\partial z} &= \frac{i\gamma_i (1 - a_i z)^{5/4} A_p^2 A_s^* \exp \left\{ i \frac{z}{c} \left[(2n_p \omega_p - n_s \omega_s - n_i \omega_i) - \left(\frac{2a_p n_p \omega_p - a_s n_s \omega_s - a_i n_i \omega_i}{4} \right) z \right] \right\}}{(-a_p z + 1)^{\frac{1}{2}} (-a_s z + 1)^{\frac{1}{4}} \left[1 - a_i \left(\frac{3}{2} z + \frac{\lambda_i}{8\pi n_i} i \right) \right]} \end{aligned} \quad (6.12)$$

当加速度 a 为 0, 即弯曲波导半径固定或者直波导的情况, 方程(6.12)退化为方程(6.7)。

3.5 渐变弯曲波导调控四波混频带宽

假设初始位置渐变弯曲波导的曲率半径为 $20\ \mu\text{m}$ ，按渐变公式(6.8)渐变到末端 $0.05\ \text{m}$ 处时，曲率半径变成了 $30\ \mu\text{m}$ ，此时我们可以计算出对于泵浦光来说渐变的加速度 $a = 0.000369$ 。对这个渐变弯曲，我们同时扫描了泵浦光的波长和信号光的波长，观察闲频光的转换效率。结果如图 3.11 所示。可以发现它与图 3.10 (a) 中固定曲率半径为 $20\ \mu\text{m}$ 的情况差别不大。

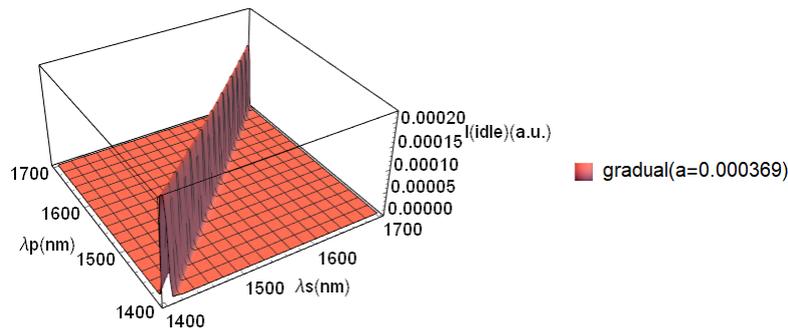


图 3.11 渐变加速度 $a = 0.000369$ 的渐变弯曲波导的四波混频。此波导从初始端曲率半径为 $20\ \mu\text{m}$ ，逐渐增加到末端 $0.05\ \text{m}$ 处曲率半径变成 $30\ \mu\text{m}$ 。

接下来，我们增加波导渐变的速度，同时又要保证波导的总长度为 $0.05\ \text{m}$ 不变。比如，我们让渐变加速度 a 增加为原先的 10 倍，即 0.00369 。此时，在长度为 $0.005\ \text{m}$ 处曲率半径就已经变成了 $30\ \mu\text{m}$ 。这里，我们将总长度 $0.05\ \text{m}$ 分成 10 段，即在第 1 段弯曲波导就已经完成了曲率半径从 $20\ \mu\text{m}$ 增加到 $30\ \mu\text{m}$ 的过程。然后在第 2 段，我们让曲率半径从第 1 段末尾的 $30\ \mu\text{m}$ 再对称地减小到 $20\ \mu\text{m}$ 。在第 3 段，再从 $20\ \mu\text{m}$ 增加到 $30\ \mu\text{m}$ ……如此往复地级联下去，直到第 10 段达到总长度 $0.05\ \text{m}$ 。在整个过程中，渐变加速度 a 的绝对值在每一段都是 0.00369 。对这个分成 10 段的渐变弯曲，我们同时扫描了泵浦光的波长和信号光的波长，考察闲频光的转换效率。结果如图 3.12 所示，明显可以看到，相比于图 3.11 的加速度 $a = 0.000369$ 的情况，四波混频的带宽增加了。

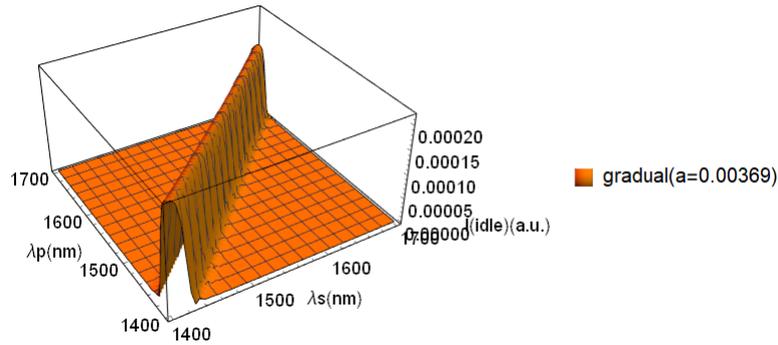


图 3.12 渐变加速度 $a = 0.00369$ 的渐变弯曲波导的四波混频。波导总长 0.05 m，分成 10 段，每段经历从曲率半径为 $20 \mu\text{m}$ 逐渐增加为 $30 \mu\text{m}$ 或从 $30 \mu\text{m}$ 逐渐减小为 $20 \mu\text{m}$ 的过程。

我们继续增加渐变加速度 a 的大小。例如， $a = 0.0369$ ，相当于原先的 100 倍，即把波导总长 0.05 m 分成 100 段，曲率半径在 0.0005 m 的距离就完成了 $20 \mu\text{m}$ 渐变为 $30 \mu\text{m}$ 的过程； $a = 0.0738$ ，相当于原先的 200 倍，即把波导总长 0.05 m 分成 200 段，曲率半径在 0.00025 m 的距离就完成了 $20 \mu\text{m}$ 渐变为 $30 \mu\text{m}$ 的过程。这两种情况的四波混频结果如图 3.13 所示。显然，随着加速度 a 的增大，四波混频的带宽也增大了。这个规律也可以从渐变波导的四波混频方程(6.12)得出，方程右边 e 指数的相位失配量中， a 越大的话，会导致带宽的增加。

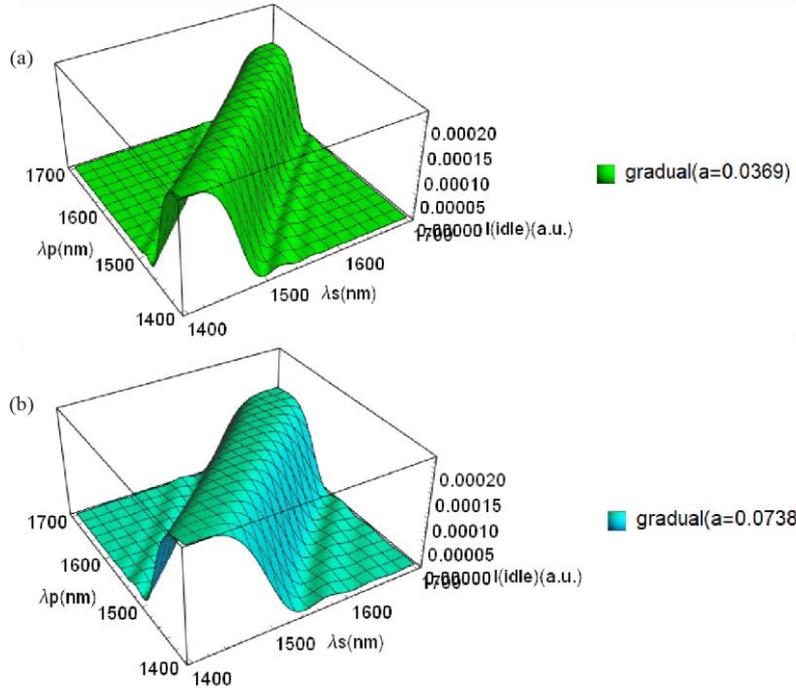


图 3.13 (a) 渐变加速度 $a = 0.0369$ 的渐变弯曲波导的四波混频。波导总长 0.05 m，分成 100 段，每段经历从曲率半径为 $20\ \mu\text{m}$ 逐渐增加为 $30\ \mu\text{m}$ 或从 $30\ \mu\text{m}$ 逐渐减小为 $20\ \mu\text{m}$ 的过程。(b) 渐变加速度 $a = 0.0738$ 的渐变弯曲波导的四波混频。波导总长 0.05 m，分成 200 段，每段经历从曲率半径为 $20\ \mu\text{m}$ 逐渐增加为 $30\ \mu\text{m}$ 或从 $30\ \mu\text{m}$ 逐渐减小为 $20\ \mu\text{m}$ 的过程。

为定量分析带宽与加速度 a 的关系，我们固定泵浦光波长为 $1550\ \text{nm}$ ，扫描信号光波长，不同加速度 a 下闲频光的转换效率如图 3.14 所示。我们提取出半高宽出的带宽，其与加速度 a 的关系如图 3.15 (a)所示，对横纵坐标做对数处理，结果如图 3.15 (b)所示，红线为拟合的直线，斜率约为 0.5，这表示带宽与加速度 a 呈现一个根号关系。

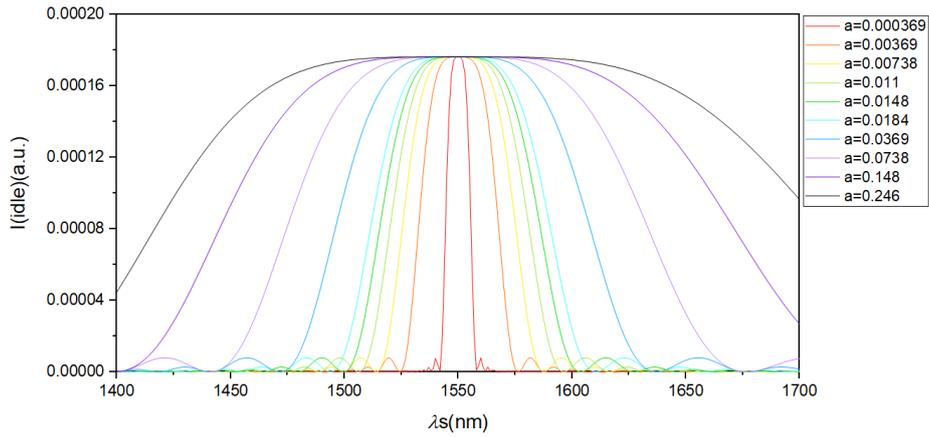


图 3.14 固定泵浦光波长为 1550 nm，扫描信号光波长，不同加速度 a 下闲频光的转换效率。

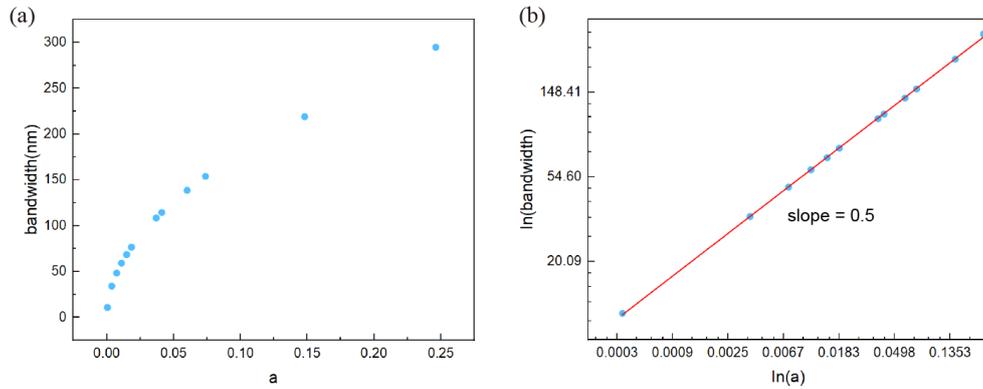


图 3.15 (a) 提取出的图 3.14 中不同加速度 a 的渐变弯曲波导的带宽。(b) 对 (a) 中数据做对数处理，红线为拟合的直线，斜率约为 0.5。

至此，我们在理论上实现了利用渐变弯曲波导的变化加速度来调控简并四波混频带宽的效果。渐变加速度越大，四波混频带宽越宽。原则上，要想实现某个带宽，我们可以根据得出所需的渐变加速度，再反馈到波导形状的设计上去，十分灵活。此外，对比原先这个截面尺寸的直波导，它的带宽是非常窄的，而用我们的方法使波导渐变地弯曲之后，能起到很好的增大带宽的效果。我们的方法能很好地兼容商业的集成光子设计，能够利用现有的 PDK (Process Design Kit) 直接完成芯片的设计，而无需像以往的通过改变波导截面尺寸的方法需要专门设计特定的元件。此外，由于我们的设计方法不需要改变波导的截面尺寸，因此不会

带来用级联方案增大带宽出现的阻抗不匹配的损耗问题。

未来我们打算在实验上验证我们的方案，例如波导的渐变形式可以设计为图 3.16 中的图案，其渐变的加速度也能方便地通过改变波导的曲率半径实现。

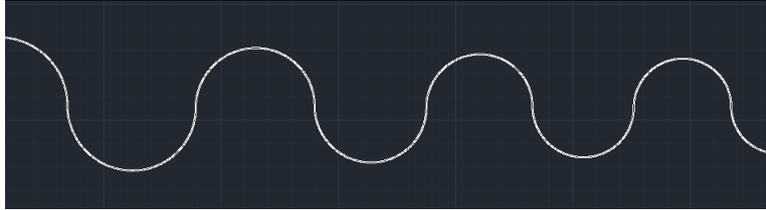


图 3.16 渐变弯曲波导设计。

3.6 本章小结

我们通过共形变换的方法将真实物理空间的三维 SOI 弯曲波导变换成虚拟空间的直波导，可以便捷地进行分析，发现改变弯曲波导的曲率半径可以改变其色散关系。在理论上，我们通过使弯曲波导的曲率半径发生渐变，调控其渐变的加速度能够灵活地控制简并四波混频的带宽。此方法具有普适性，有望应用到超宽带的纠缠光子对的应用上。

参考文献

- [1] Soref R. The Past, Present, and Future of Silicon Photonics[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2006, 12(6): 1678-1687.
- [2] Asghari M, Krishnamoorthy A V. Energy-efficient communication[J]. Nature Photonics, 2011, 5(5): 268-270.
- [3] Leuthold J, Koos C, Freude W. Nonlinear silicon photonics[J]. Nature Photonics, 2010, 4(8): 535-544.
- [4] Rong H, Kuo Y H, Liu A , et al. High efficiency wavelength conversion of 10 Gb/s data in silicon waveguides[J]. Optics Express, 2006, 14(3): 1182-1188.
- [5] Kuo Y H, Rong H, Sih V , et al. Demonstration of wavelength conversion at 40 Gb/s data rate in silicon waveguides[J]. Optics Express, 2006, 14(24): 11721-11726.
- [6] Ta'eed V G, Pelusi M D, Eggleton B J , et al. Broadband wavelength conversion at 40 Gb/s using long serpentine As₂S₃ planar waveguides[J]. Optics Express, 2007, 15(23): 15047-15052.
- [7] Lee B G, Biberman A, Turner-Foster A C , et al. Demonstration of broadband wavelength conversion at 40 Gb/s in silicon waveguides[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2009, 21(3): 182-184.
- [8] Udem T, Holzwarth R, Hänsch T W. Optical frequency metrology[J]. Nature, 2002, 416(6877): 233-237.
- [9] Foster M A, Salem R, Geraghty D F , et al. Silicon-chip-based ultrafast optical oscilloscope[J]. Nature, 2008, 456(7218): 81-84.
- [10] Foster M A, Salem R, Okawachi Y , et al. Ultrafast waveform compression using a time-domain telescope[J]. Nature Photonics, 2009, 3(10): 581-585.
- [11] Rong H, Xu S, Cohen O , et al. A cascaded silicon Raman laser[J]. Nature Photonics, 2008, 2(3): 170-174.
- [12] Foster M A, Turner A C, Sharping J E , et al. Broad-band optical parametric gain on a silicon photonic chip[J]. Nature, 2006, 441(7096): 960-963.
- [13] Fukuda H, Yamada K, Shoji T , et al. Four-wave mixing in silicon wire waveguides[J]. Opt Express, 2005, 13(12): 4629-4637.
- [14] Lin Q, Zhang J, Fauchet P M , et al. Ultrabroadband parametric generation and wavelength conversion in silicon waveguides[J]. Opt Express, 2006, 14(11): 4786-4799.
- [15] Foster M A, Turner A C, Salem R , et al. Broad-band continuous-wave parametric wavelength conversion in silicon nanowaveguides[J]. Optics Express, 2007, 15(20): 12949-12958.
- [16] Turner-Foster A C, Foster M A, Salem R , et al. Frequency conversion over two-thirds of an octave in silicon nanowaveguides[J]. Opt Express, 2010, 18(3): 1904-1908.
- [17] Lau R K, Menard M, Okawachi Y , et al. Continuous-wave mid-infrared frequency conversion in silicon nanowaveguides[J]. Opt Lett, 2011, 36(7): 1263-1265.

- [18] Inoue K. Arrangement of fiber pieces for a wide wavelength conversion range by fiber four-wave mixing[J]. *Opt Lett*, 1994, 19(16): 1189-1191.
- [19] Singh N, Vermulen D, Ruocco A, et al. Supercontinuum generation in varying dispersion and birefringent silicon waveguide[J]. *Opt Express*, 2019, 27(22): 31698-31712.
- [20] Wei J, Ciret C, Billet M, et al. Supercontinuum Generation Assisted by Wave Trapping in Dispersion-Managed Integrated Silicon Waveguides[J]. *Physical Review Applied*, 2020, 14(5).
- [21] Aubry A, Lei D Y, Fernandez-Dominguez A I, et al. Plasmonic Light-Harvesting Devices over the Whole Visible Spectrum[J]. *Nano Letters*, 2010, 10(7): 2574-2579.
- [22] Aubry A, Lei D Y, Maier S A, et al. Interaction between plasmonic nanoparticles revisited with transformation optics[J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 105(23): 233901.
- [23] Pendry J B, Aubry A, Smith D R, et al. Transformation optics and subwavelength control of light[J]. *Science*, 2012, 337(6094): 549-552.
- [24] Pendry J B, Fernández-Domínguez A I, Luo Y, et al. Capturing photons with transformation optics[J]. *Nature Physics*, 2013, 9(8): 518-522.
- [25] Pendry J B, Huidobro P A, Luo Y, et al. Compacted dimensions and singular plasmonic surfaces[J]. *Science*, 2017, 358(6365): 915-917.
- [26] Silverstone J W, Bonneau D, Ohira K, et al. On-chip quantum interference between silicon photon-pair sources[J]. *Nature Photonics*, 2013, 8(2): 104-108.
- [27] Zhang M, Feng L T, Zhou Z Y, et al. Generation of multiphoton quantum states on silicon[J]. *Light Sci Appl*, 2019, 8: 41.
- [28] Heiblum M, Harris J. Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1975, 11(2): 75-83.
- [29] Lin Q, Painter O J, Agrawal G P. Nonlinear optical phenomena in silicon waveguides: modeling and applications[J]. *Opt Express*, 2007, 15(25): 16604-16644.
- [30] Foster M A, Turner A C, Lipson M, et al. Nonlinear optics in photonic nanowires[J]. *Opt Express*, 2008, 16(2): 1300-1320.
- [31] Yin L, Lin Q, Agrawal G P. Soliton fission and supercontinuum generation in silicon waveguides[J]. *Opt Lett*, 2007, 32(4): 391-393.
- [32] Hsieh I W, Chen X, Liu X, et al. Supercontinuum generation in silicon photonic wires[J]. *Opt Express*, 2007, 15(23): 15242-15249.
- [33] Matsuda N, Le Jeannic H, Fukuda H, et al. A monolithically integrated polarization entangled photon pair source on a silicon chip[J]. *Scientific Reports*, 2012, 2.
- [34] Li Y H, Zhou Z Y, Feng L T, et al. On-Chip Multiplexed Multiple Entanglement Sources in a Single Silicon Nanowire[J]. *Physical Review Applied*, 2017, 7(6).
- [35] Silverstone J W, Bonneau D, Ohira K, et al. On-chip quantum interference between silicon photon-pair sources[J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(2): 104-108.
- [36] Silverstone J W, Santagati R, Bonneau D, et al. Qubit entanglement between ring-resonator photon-pair sources on a silicon chip[J]. *Nature Communications*, 2015, 6.

- [37] Wang J, Bonneau D, Villa M , et al. Chip-to-chip quantum photonic interconnect by path-polarization interconversion[J]. *Optica*, 2016, 3(4): 407-413.
- [38] Wang J, Paesani S, Santagati R , et al. Experimental quantum Hamiltonian learning[J]. *Nature Physics*, 2017, 13(6): 551-555.
- [39] Paesani S, Gentile A A, Santagati R , et al. Experimental Bayesian Quantum Phase Estimation on a Silicon Photonic Chip[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(10).
- [40] Feng L T, Zhang M, Xiong X , et al. On-chip transverse-mode entangled photon pair source[J]. *npj Quantum Information*, 2019, 5(1).
- [41] Gil-Molina A, Perez-Ramirez A, Ramirez J C , et al. Shift of zero-dispersion wavelength in bent optical fibers[J]. *Opt Express*, 2018, 26(6): 6700-6714.

第4章 基于 LNOI 芯片的旋转外尔物理

4.1 引言

自量子霍尔效应发现以来[1, 2], 拓扑材料如雨后春笋般在各种物理系统中实现, 例如拓扑绝缘体[3, 4]、拓扑半金属[5]、石墨烯[6]等。对于这些拓扑材料, 最有趣的性质莫过于拓扑保护的边界态或表面态, 例如外尔半金属 (Weyl semimetals) 所支持的费米弧型表面态。外尔半金属作为一种拓扑半金属, 近些年来引起研究者们越来越多的关注。外尔半金属起源于著名的 Weyl 方程。Weyl 方程最初用来描述 Weyl 费米子这一基本粒子。1929 年, Hermann Weyl 在狄拉克方程的基础上考虑了无质量的粒子, 将其分解为两个独立的方程, 分别对应不同的手性。后人将这些无质量且自旋为 1/2 的粒子称之为 Weyl 费米子。后来研究者们发现 Weyl 方程也能用来描述凝聚态准粒子。对于电子的能带色散方程满足 Weyl 方程的凝聚态材料, 研究者称它们为外尔半金属。

类比于电子体系的外尔半金属, 人们在经典波体系中也构造出类似的“Weyl 费米子”, 即外尔点 (Weyl points)。外尔点是三维动量空间中两个能带之间的简并点, 在该点附近能结构在所有方向上都是线性的。外尔点的哈密顿量形式是 $H(\mathbf{k}) = \sum_{i,j} k_i v_{i,j} \sigma_j$, 其中 k_i 是动量空间的波矢分量, $v_{i,j}$ 是群速度, σ_j 是泡利矩阵。由于这几个泡利矩阵和单位矩阵构成了完备基, 哈密顿量任何保持平移对称性的扰动都可以写它们的叠加, 因此动量空间的任何围绕只能移动外尔点的位置, 而不会破坏其简并打开能隙, 外尔点具有很好的稳定性。外尔点具有手性, 可以看作动量空间 Berry 曲率的磁单级子, 根据手性不同分为“源”或“漏”。对于截断的外尔材料, 将出现以费米弧型的表面状, 该费米弧连接相反电荷的外尔点。迄今, 外尔点已经在各种体系中得以实现, 例如凝聚态物质[7, 8], 光子晶体[9, 10], 波导阵列[11], 超材料[12, 13]等。2013 年, 陆凌和 Marin[14]首次理论上利用双螺旋的二十四面体的光子晶体实现了外尔点的色散和 Nodal line 的色散, 结构如图 4.1 (a)所示。当此光子晶体同时满足时间反演对称性和空间反演对称性, 能

带中存在简并的 Nodal line 色散; 当微调光子晶体结构, 打破其空间反演对称性, Nodal line 会劈裂成两对电荷相反的外尔点; 而当打破其时间反演对称性时, 则会出现一对电荷相反的外尔点。2015 年, 他们[9]在实验上测得了空间对称破缺的双螺旋光子晶体的角分辨的微波透射谱, 证明了外尔点的存在。2016 年, 陈子亭课题组[10]在三维 PEC 圆柱光子晶体 (图 4.1 (b)) 中首次在实验上测量了微波波段外尔点支持的拓扑保护表面态的鲁棒性。此结构的外尔点是靠引入层间耦合实现的。2018 年, 张霜课题组[13]基于嵌入鞍形金属的介质超材料 (图 4.1 (c)) 实现了同一频率的理想外尔点, 在实验上观测到了螺旋表面态。2017 年, Rechtsman 等人[11]在螺旋形的波导阵列 (图 4.1 (c)) 中发现了二型的外尔点, 在实验上观测到了费米弧型的表面态。此外, 借助于合成维度, 人们也能在低维结构中构造出三维的外尔点[15, 16]。虽然外尔半金属已经被广泛地探索, 但大多数的研究都聚焦于单个外尔晶体的费米弧型表面态上[7-13, 15, 16]。

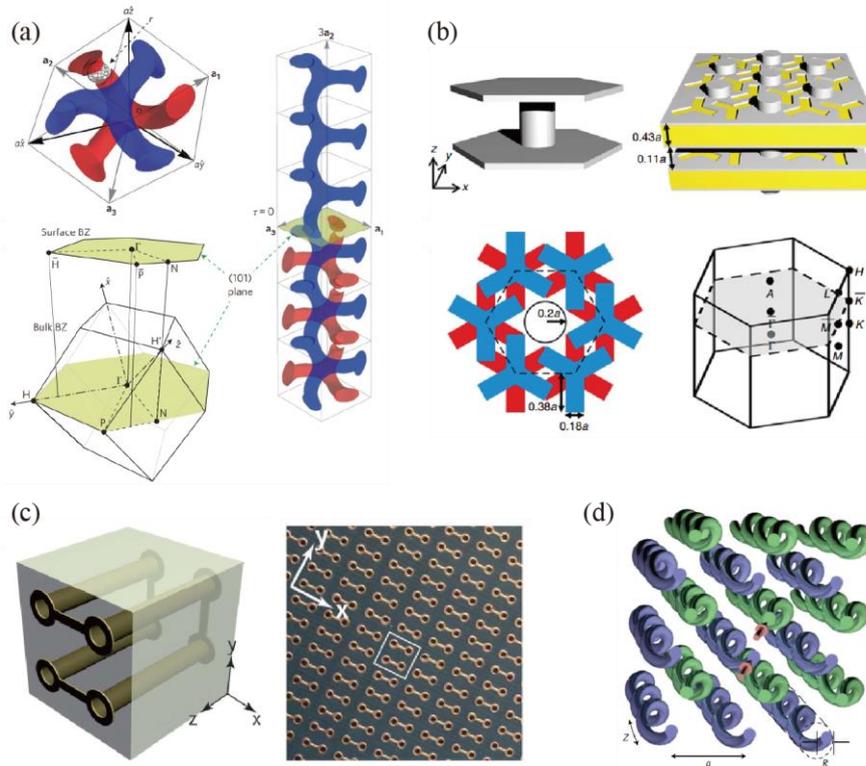


图 4.1 (a) 双螺旋二十四面体的光子晶体原胞以及倒空间。(b) 三维 PEC 圆柱光子晶体原胞以及倒空间。(c) 内嵌鞍形金属的介质超材料。(d) 螺旋形波导阵列。

最近, 有关双层的扭曲石墨烯[17]的研究成为了一个热点, 而关于两个旋转外尔系统的物理尚未被涉及, 如何在两个独立的外尔系统之间构造出拓扑界面态尚未被实现。这是因为无论在凝聚态物质, 还是光子晶体、光晶格、超材料这些体系中, 界面的构造具有很大的挑战, 需要满足严格的晶格匹配和特定的晶向。

自 2005 年, Haldane[18]和 Raghu[19]将电子模型中的拓扑概念引入到光学领域, 拓扑光子学的繁荣就揭开了序幕。近十多年来, 拓扑光子学[20-22]被广泛研究, 得益于拓扑边界态对散射损耗和无序性具有的鲁棒性, 涌现出诸多有趣的光学现象。非平庸的拓扑界面态已经在多种系统中实现[23-29], 例如一维的 SSH (Su-Schrieffer-Heeger) 模型, 二维的光学拓扑绝缘体, 三维的光学外尔半金属等等。除了一些体块的超材料, 拓扑光子学也被用于集成光学芯片的设计。一个理想的光学集成平台就是绝缘体上硅 (silicon-on-insulator), 简称 SOI。基于 SOI 平台已经有各种拓扑结构在实验上实现[30-33], 包括波导晶格, 环形谐振器阵列, 以及光子晶体等。例如, 2013 年, Hafezi 等人[30]在 SOI 上设计了耦合环形谐振器阵列, 首次在实验上观测到了二维光学系统中的拓扑边界态。2016 年, Segev 等人[31]在 SOI 上基于 SSH 模型的波导阵列, 能够实现拓扑缺陷模和复合缺陷模的分离。2019 年, Litchinitser 等人[32]在 SOI 上实现谷霍尔效应的光学拓扑绝缘体, 观测到红外波段沿梯形路径的拓扑保护的无散射传播。

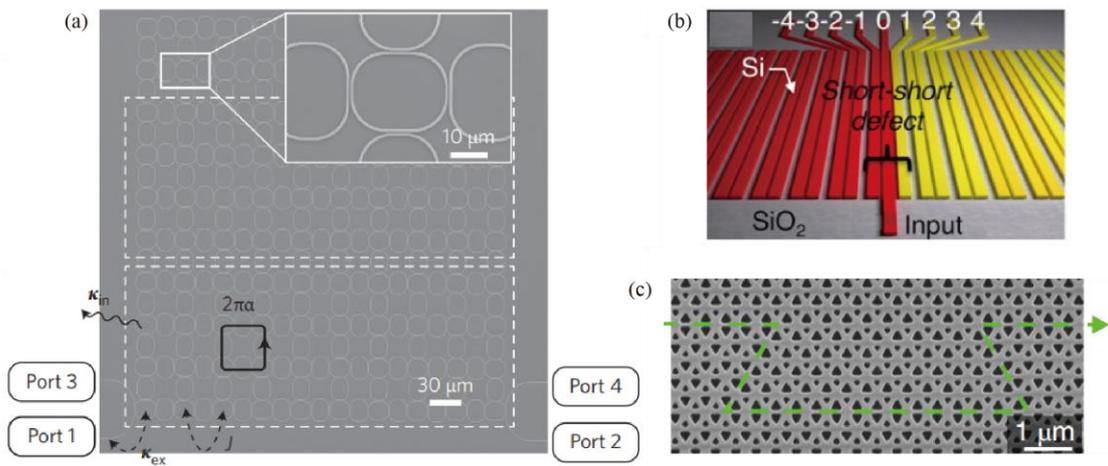


图 4.2 (a) SOI 耦合环形谐振器阵列[30]。(b) 基于 SOI 的 SSH 波导阵列[31]。(c) SOI

谷光学拓扑绝缘体[32]。

除了 SOI 这个集成光学平台，绝缘体上铌酸锂 (lithium niobate-on-insulator), 简称 LNOI, 作为新兴的极具潜力的集成光学平台, 由于其显著杰出的材料特征而引起越来越多的研究者关注[34, 35]。和 SOI 相比, LNOI 有着几大优势, 例如更高的二阶非线性, 更强的电光效应, 以及更宽的可见光透明窗口。到目前为止, 基于 LNOI 平台已经报道了一些集成光学器件[36-41], 包括波导, 谐振腔, 以及周期极化的铌酸锂结构等。例如, 2017 年, Lončar 课题组[36]实现的超高 Q 值的 LNOI 微环谐振器[36]。2018 年, 他们在 LNOI 上制作出了周期极化的波导实现了超高的非线性波长转换效率[38]。2019 年, 他们在 LNOI 微环谐振器实现了宽谱的电光频率梳[39]。同年, 蔡鑫伦课题组[41]基于铌酸锂和硅的混合结构, 实现了具有超过 70 GHz 的电光带宽以及高达 112 Gbit s^{-1} 的调制速率 Mach-Zehnder 调制器。基于 LNOI 平台的集成光学器件正在不断发展, 但是这其中有关拓扑光子学的设计在很大程度上仍未被探索。

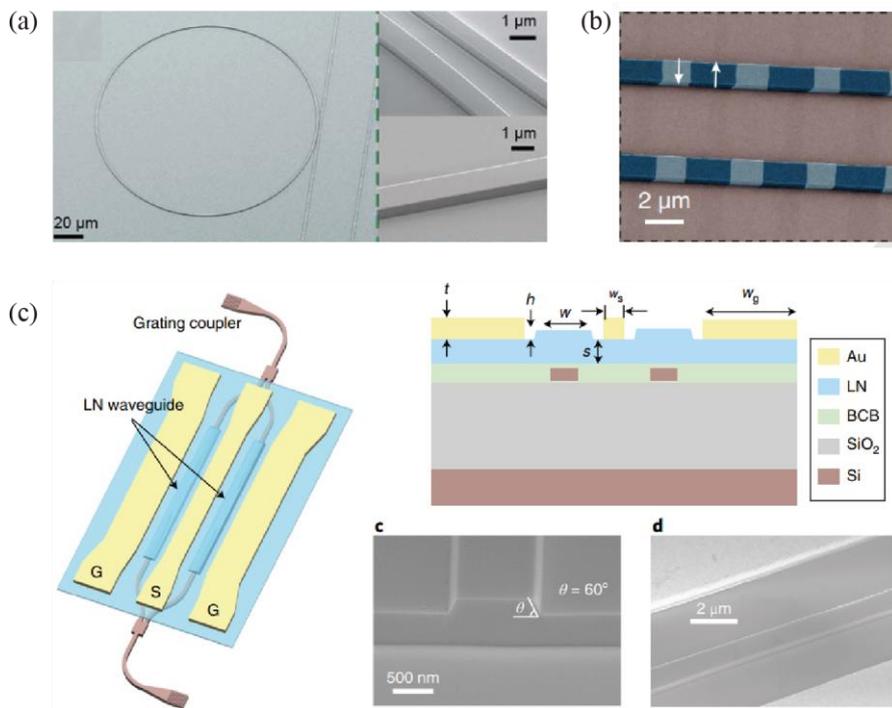


图 4.3 (a) LNOI 微环谐振器[36]。(b) 周期极化的 LNOI 波导[38]。(c) 铌酸锂和硅混合结

构实现 MZ 调制器[41]。

在本章中，我们在 LNOI 芯片上，基于一维四元波导阵列的设计，探索了合成的旋转外尔物理并给出了实验研究。我们提出了一种便捷可行的方法在两个独立的外尔系统之间构造任意的界面。这个界面能否支持无间隙的拓扑界面态，取决于这两个外尔系统相对的旋转方向。如果它们沿着相反的方向旋转，那么能够产生两种类型的拓扑界面态；反之，如果它们的旋转方向相同，则只会出现平庸的界面态。在实验中，我们通过线性和非线性光学的方法观测到了拓扑界面态。

4.2 LNOI 一维四组元波导阵列实现参数空间的外尔点

图 4.4 展示了 LNOI 一维四组元波导阵列一个原胞的截面示意图，包含有四个波导，它们的宽度定义为

$$\begin{aligned} d_A &= d_1(1+p), \\ d'_A &= d_1(1-p), \\ d_B &= d_2(1+q), \\ d'_B &= d_2(1-q). \end{aligned} \tag{7.1}$$

这里， $d_1 = 1 \mu\text{m}$ ， $d_2 = 0.8 \mu\text{m}$ ， A 和 A' 波导的宽度略宽， B 和 B' 波导的宽度略窄。LN 波导层的总厚度 h 为 370 nm，波导之间耦合层的厚度 h_c 为 185 nm，考虑到实际样品加工的情况，波导呈现梯形形状，其倾角 θ 统一设为 65° ，同时相邻波导间的间距 t 统一设为 30 nm。 p 和 q 是两个特别引入的独立的结构参数，取值区间为 $(-1, 1)$ ，它们分别控制着 $A(A')$ 和 $B(B')$ 波导的宽度。由公式 (7.1) 可知， A 和 A' 波导的总宽度为 $2d_1$ ， B 和 B' 波导的总宽度为 $2d_2$ ，原胞的总宽度为 $\Lambda = 2(d_1+d_2)$ ，均为常数。每一组 (p, q) 都代表一种四元波导阵列，一系列 (p, q) 则构成了一个二维的参数空间。另外，由于波导阵列在 x 方向具有周期性，天然地具有一维布洛赫波矢 k_x 。于是，这两者相结合就构成了一个三维的参数空间 (p, q, k_x) 。

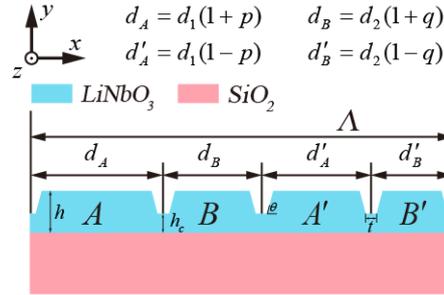


图 4.4 LNOI 一维四组元波导阵列截面示意图

我们用 COMSOL Multiphysics 计算了固定波长 ($\lambda = 1040 \text{ nm}$) 下该波导阵列的前四条能带，这里只考虑了横磁 (TM) 基模，如图 4.5 所示。

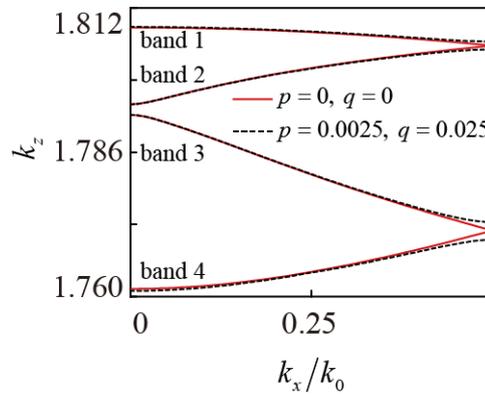


图 4.5 两种不同 (p, q) 参数下的四元波导阵列的能带色散

这里纵向波矢 k_z 代表传播常数，已按 $2\pi/\lambda$ 为单位归一化，表现为等效的能量， k_x 代表一维布洛赫波矢，已按 $k_0 = \pi/(d_1+d_2)$ 为单位归一化。首先，我们考虑了一个特例 $p=q=0$ ，其色散如图 4.5 中红线所示。此时这个四元波导阵列退化为一个二元波导阵列。将 $k_x = 0.5k_0$ 附近能带 1 和 2 的色散放大可看到，由于四元波导阵列退化成了二元，导致晶格常数缩小为原来的 $1/2$ ，这两条能带发生了折叠现象，如图 4.6 所示。红色实线是按照四元波导阵列计算的结果，蓝色虚线是按照二元波导阵列计算的结果，能带 1 和 2 在 $k_x = 0.5k_0$ 处形成了一个线性的简并交点。而当 (p, q) 偏离 $(0, 0)$ 的位置后，这个简并点消失，能带打开产生了能隙，如图 4.5 中 $(p, q) = (0.0025, 0.25)$ 的例子所示。

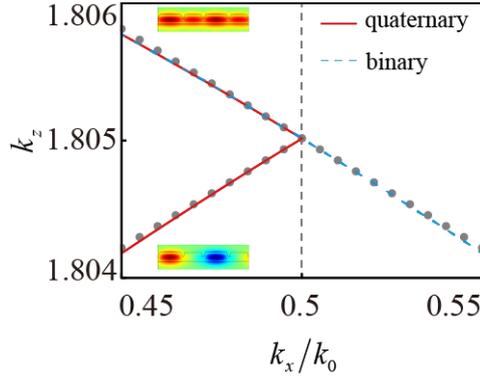


图 4.6 $(p, q) = (0, 0)$ 时，能带 1 和能带 2 在 $k_x = 0.5k_0$ 附近的放大图。

在图 4.6 中，对于能带 1 和能带 2，绝大多数的电磁场分布在 A 和 A' 波导上。此时， A 和 A' 波导之间的 $B(B')$ 波导则可看作辅助波导，用来控制相邻 A 和 A' 波导之间耦合系数的大小[42]。于是，我们这个四元波导阵列可等效为一个二元的光晶格，如图 4.7 所示。

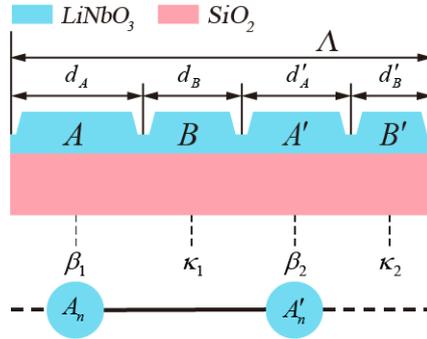


图 4.7 将四元波导阵列等效为二元光晶格。

由此，在运用紧束缚模型近似后，可得到体系的哈密顿量为

$$H = \kappa_1(q) \sum_n (A_n^\dagger A'_n + A_n A_n^\dagger) + \kappa_2(q) \sum_n (A_{n+1}^\dagger A'_n + A_n^\dagger A_{n+1}) + \beta_1(p) \sum_n A_n^\dagger A_n + \beta_2(p) \sum_n A_n^\dagger A'_n, \quad (7.2)$$

其中， $\kappa_{1(2)}(q)$ 代表相邻 A 和 A' 波导之间两种等效的耦合系数，它们是关于 q 的函数； $\beta_{1(2)}(p)$ 代表 $A(A')$ 波导的在位能，它们是关于 p 的函数。对于 $(p, q) = (0,$

0), 按此等效模型计算的色散在图 4.6 中以灰色点展示, 其与用 COMSOL 仿真的结果吻合得很好。

对公式(7.2)的哈密顿量做傅里叶变换, 得到 k 空间的哈密顿量为

$$H(k) = \begin{pmatrix} \beta_1 & \kappa_1 + \kappa_2 e^{-ik} \\ \kappa_1 + \kappa_2 e^{ik} & \beta_2 \end{pmatrix}. \quad (7.3)$$

为方便下面的推导, 我们定义了 3 个无量纲的参数:

$$\begin{aligned} \xi_p &= p - p_w, \\ \xi_q &= q - q_w, \\ \xi_k &= (k - k_w)/k_0. \end{aligned} \quad (7.4)$$

这里, $(p_w, q_w, k_w) = (0, 0, 0.5k_0)$ 代表能带 1 和能带 2 在 $k_x = 0.5k_0$ 处的简并点。

当 ξ_p 和 ξ_q 变化时, 波导阵列里波导的宽度也会相应地改变。为得到 $\beta_{1,2}$ 和 $\kappa_{1,2}$ 的值, 我们在简并点 $(p_w, q_w, k_w) = (0, 0, 0.5k_0)$ 附近做了 COMSOL 仿真。首先, 当 ξ_p 变化时, $A(A')$ 波导的宽度发生了变化, 我们仿真单根 $A(A')$ 波导 TM 基模的传播常数得到其与 ξ_p 的关系, 发现是一个近似线性的关系, 如图 4.8(a) 所示。其次, 当 ξ_q 变化时, $B(B')$ 波导的宽度发生了变化, 之前已分析过, $B(B')$ 波导会影响它们两边相邻的 A 和 A' 波导之间的耦合系数。为得到这个等效的耦合系数, 我们建立了一个 ABA' 的三波导系统, 在简并点附近, 为简单起见, 设置 ξ_p 为 0, 即 A 和 A' 波导的宽度相同。仿真这个三波导系统, 可以得到系统的对称模和反对称模的传播常数 β_s 和 β_{as} , 于是, A 和 A' 波导之间的耦合系数可以这样定义[43]得到: $\kappa = (\beta_s - \beta_{as}) / 2$ 。改变 ξ_q 即改变 $B(B')$ 波导的宽度, κ 的值也随之改变, 它们之间的关系如图 4.8(b) 所示, 也是一个近似线性的关系。至此, 我们已得到 $\beta_{1,2}$ 关于 ξ_p , 以及 $\kappa_{1,2}$ 关于 ξ_q 在简并点附近的近似线性关系:

$$\begin{aligned}\beta_{1,2}(\xi_p) &= \beta_0 \pm b\xi_p, \\ \kappa_{1,2}(\xi_q) &= \kappa_0 \pm m\xi_q,\end{aligned}\tag{7.5}$$

其中, $\beta_0 = 1.805$ 和 $\kappa_0 = 0.009$ 分别是简并点处的传播常数和耦合系数, $b = 0.09$ 和 $m = 0.018$ 分别是 $\beta_{1,2}$ 关于 ξ_p 以及 $\kappa_{1,2}$ 关于 ξ_q 变化的斜率, 它们与波导宽度的基准值 d_1 和 d_2 有关, 这里是定值。基于这些仿真得到的参数, 我们又用紧束缚模型计算了波导阵列的色散, 如图 4.6 中灰色实线所示, 可以发现与直接仿真得到的色散结果吻合得很好。

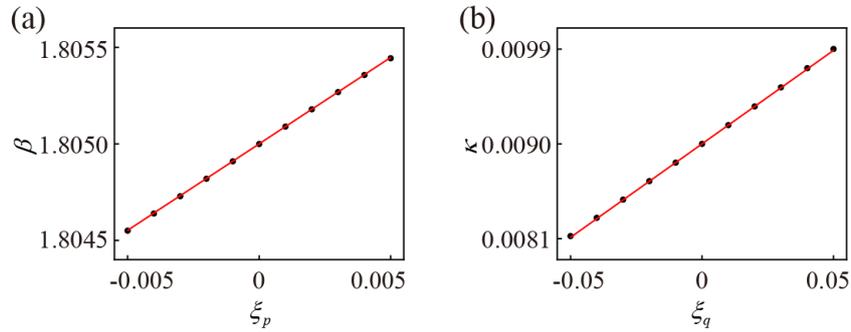


图 4.8 (a) 传播常数与 ξ_p 的关系。(b) 耦合系数与 ξ_q 的关系。黑点来自 COMSOL 仿真的结果, 红线是拟合的线性关系。

将公式(7.5)代入公式(7.3), 并且将哈密顿量关于 (ξ_p, ξ_q, ξ_k) 做泰勒展开, 保留一阶项, 最终得到:

$$H = (\xi_p, \xi_q, \xi_k) \mathbf{v} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} + \beta_0 \sigma_0,\tag{7.6}$$

其中, $\sigma_i (i = x, y, z)$ 是泡利矩阵, σ_0 是 2×2 的单位矩阵, \mathbf{v} 是一个 3×3 的实矩阵:

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & v_{pz} \\ v_{qx} & 0 & 0 \\ 0 & v_{ky} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & b \\ 2m & 0 & 0 \\ 0 & -\kappa_0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (7.7)$$

此哈密顿量是一个标准的外尔型哈密顿量，由此我们证明了能带 1 和能带 2 的简并点是一个外尔点。图 4.9 展示了在 (p, q) 空间固定 $k_x = 0.5k_0$ 后四元波导阵列的能带结构，其形状是一个交叉的锥形，上下能带在 $(p, q) = (0, 0)$ 位置简并。结合图 4.6，可得该四元波导阵列的色散在简并点附近沿 3 个方向都是线性的关系，表明该简并点就是一个外尔点。根据外尔点的定义[44]，该外尔点的“电荷”为 $c = \text{sgn}(\det[\mathbf{v}]) = \text{sgn}(-bm\kappa_0) = -1$ 。

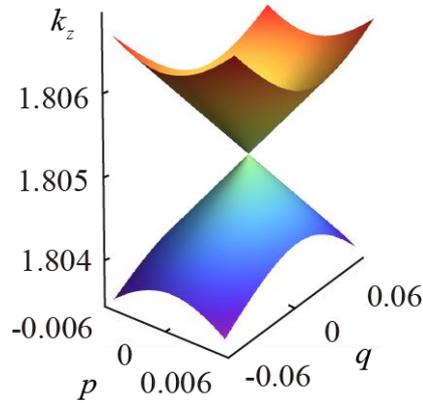


图 4.9 在 (p, q) 空间固定 $k_x = 0.5k_0$ ，得到四元波导阵列的能带结构，表现为交叉的锥形曲面，简并点就是一个外尔点。

除了这个与 $A(A')$ 波导相关的外尔点，我们也能得到与 $B(B')$ 波导相关的外尔点，即图 4.5 中能带 3 和能带 4 的简并点。此时，将 $B(B')$ 波导看作主波导，而将 $A(A')$ 波导当作控制相邻 $B(B')$ 波导耦合的辅助波导。按照之前类似的步骤计算可得到图 4.10 中的色散关系和能带结构，这里不再赘述。

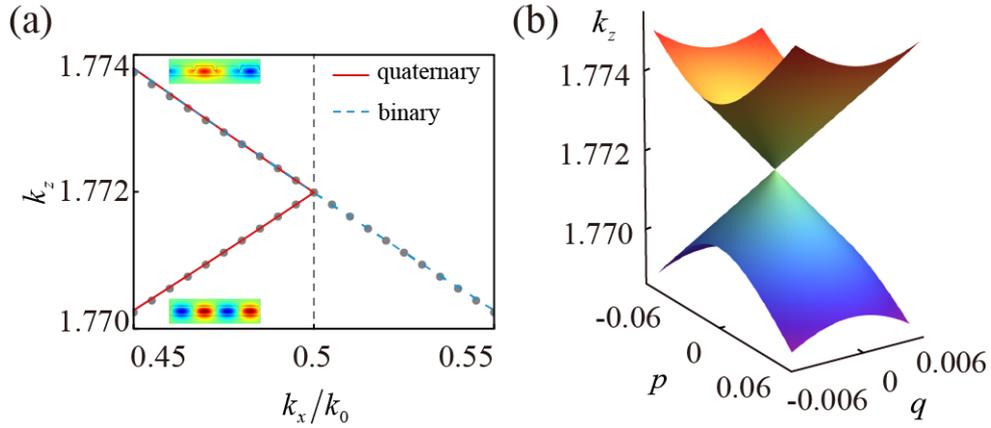


图 4.10 关于 $B(B')$ 波导的外尔点。(a) $(p, q) = (0, 0)$ 时, 能带 3 和能带 4 在 $k_x = 0.5k_0$ 附近的色散。灰点是紧束缚模型计算的结果, 红线和蓝线是 COMSOL 仿真的结果, 其中红色实线为按四元波导阵列计算的结果, 蓝色虚线为按二元波导阵列计算的结果。(b) 在 (p, q) 空间固定 $k_x = 0.5k_0$, 得到四元波导阵列的能带结构, 表现为交叉的锥形曲面, 能带 3 和能带 4 的简并点就是一个外尔点。

在接下来的行文中, 我们只考虑关于 $A(A')$ 波导的外尔点。

4.3 单个外尔点的螺旋边界态

对于外尔半金属, 一个显著且有趣的性质是费米弧型的表面态, 它们局域在单个外尔结构的外边界。而对于我们这个参数空间中的外尔点, 会存在什么样的性质呢?

我们考虑在参数空间围绕外尔点做一个回路, 为方便下面计算且不失一般性, 将这个回路定义为一个椭圆的回路:

$$\begin{cases} \xi_p = r_1 \cos \varphi_1, \\ \xi_q = r_2 \sin \varphi_1, \end{cases} \quad (7.8)$$

其中, $\varphi \in [-\pi, \pi)$ 为极角, r_1, r_2 控制椭圆回路的大小。这个回路在参数空间表现

为一个椭圆柱面，如图 4.11 中半透明的曲面所示。这个椭圆回路上的每一点 (p, q) 都对应着一种具体参数的四元波导阵列。

这里，我们取 $r_1 = 0.0045$ 和 $r_2 = 0.045$ ，用紧束缚模型进行能谱的数值计算。计算过程中，波导阵列的原胞周期数取 100，保证其足够大。将 φ 从 $-\pi$ 递增到 π ，即遍历回路一周，算得的能谱中存在两条交叉的螺旋线，它们连接上下两个体带，如图 4.11 中所示。这两条螺旋线分别代表局域在波导阵列左边界和右边界的拓扑边界态。当我们扫描 r_1 和 r_2 的取值，即改变椭圆回路长轴和短轴的大小，均可得到类似的螺旋线。不同回路的螺旋线组合起来，会映射成两个连接上下锥形体带的交叉螺旋曲面，如图 4.11 中彩色曲面所示。这两个螺旋面相交的地方形成了一条红线，表示两种边界态发生了近似的简并。这条红线可看作从外尔点出发，终止在参数空间边界的“费米弧”。其他周期系统中的费米弧是连接两个“电荷”相反的外尔点[7-13, 15, 16]。与之不同，我们系统中的边界态是连接一个费米弧至参数空间的边界，这是因为我们这个参数空间不是周期性的，不需要满足所有外尔点的总电荷为零这个条件[16]，所以我们这个系统能够支持单个的外尔点。这是合成维度所带来的独特性质，在控制边界态方面有着无可比拟的优势。

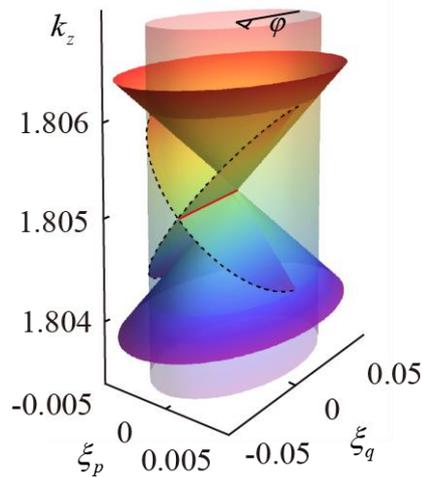


图 4.11 单个外尔点的拓扑螺旋边界态。

除了上述的数值计算，我们还对系统做了 COMSOL 仿真。在仿真中，为减

小计算量和优化网格，我们选取了一个围绕外尔点的大的回路。这里取 $r_1 = 0.03$ 和 $r_2 = 0.125$ ，同时波导阵列的原胞周期数设为 10，即仿真模型中总共有 40 根波导。图 4.12 (a) 展示了其能谱随极角 φ 变化的结果，其中灰色区域代表体带，而带隙中的红点和蓝点则代表两种类型的拓扑边界态，它们相交于某个 φ 值的位置。这个现象与图 4.11 中数值计算得到的两条交叉的螺旋线的结果相符合。我们选取了两个特例来验证，如图 4.12 (a) 中的箭头所指。图 4.12 (b) 上面板展示了这两个例子对应的波导阵列中的边界态的场能量图，下面板为相应的提取出的场能量随 x 方向的分布情况。对于 $\varphi = -0.45\pi$ ，波导阵列的右边界有明显的场能量局域；对于 $\varphi = 0.05\pi$ ，波导阵列的左边界有明显的场能量局域，远离边界后迅速衰减，证实了拓扑边界态的存在。

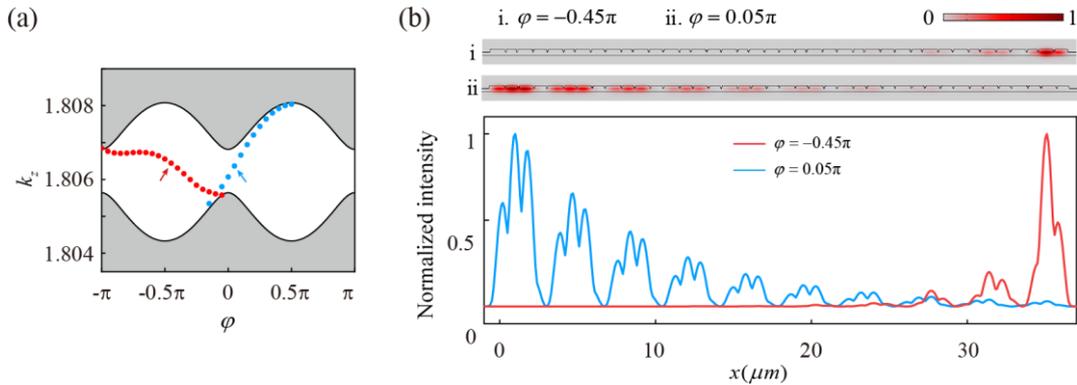


图 4.12 (a) 对于图 4.11 中一个大的回路的进行 COMSOL 仿真得到的能谱随极角 φ 的变化。(b) 在 (a) 图中的两个由箭头标出的拓扑边界态的场能量分布。

4.4 两个外尔点的旋转外尔物理

以往有关外尔点的报道大多聚焦于单个体块的外尔点以及相应的费米弧型的表面态。然而，据我们所知，关于两个独立外尔系统之间的拓扑界面态的物理还没有涉及和实现。这是因为在凝聚态物质系统或者光子晶体体系中，构造出两个独立外尔系统的界面需要满足晶格匹配以及特定的晶向要求，这是非常困难的。

这里我们提出, 通过将两个外尔点的参数空间沿着相反的方向旋转, 可以在两个外尔系统之间构造出高度可调节的拓扑界面。这里, 我们按如下方式定义外尔系统的旋转。首先, 我们按之前小节的论述可构造出一个参数空间的单个外尔点, 表示为 WP1。现在, 我们按同样的方式再构造出一个外尔点, 表示为 WP2。这两个外尔点是相互独立的, 现在还没有相关性。如图 4.13 所示, 在它们各自的参数空间里, 我们分别定义围绕外尔点的椭圆回路, 这两个回路的大小是一样的:

$$\begin{cases} \xi_{p1} = r_1 \cos \varphi_1, \\ \xi_{q1} = r_2 \sin \varphi_1, \end{cases} \quad \begin{cases} \xi_{p2} = r_1 \cos \varphi_2, \\ \xi_{q2} = r_2 \sin \varphi_2, \end{cases} \quad (7.9)$$

其中, $\varphi_1, \varphi_2 \in [-\pi, \pi)$ 分别是左边和右边围绕外尔点的旋转角, r_1, r_2 为两个椭圆回路的长轴和短轴。

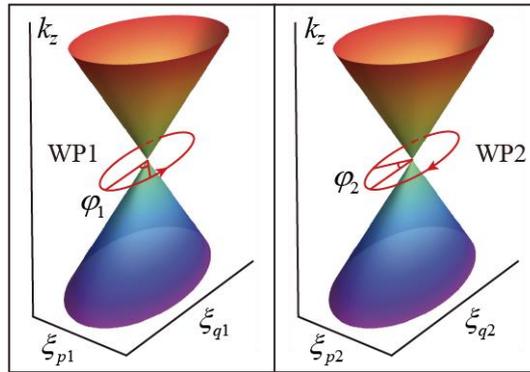


图 4.13 拼接两个独立的外尔点系统

原先, 两个外尔点是相互独立不相关的。但是这里我们在它们各自的参数空间定义了相同大小的回路, 这样就能将它们共同组成的新系统重新映射到一个新的参数空间 (φ_1, φ_2) 上去, 从而能探索新的界面态的物理。这里我们想考察这两个外尔点的旋转会对界面态有着怎样的影响。

同样, 我们首先用紧束缚模型对两个外尔点拼接形成的新系统进行了数值计算, 椭圆回路的大小选取为 $r_1 = 0.0045$, $r_2 = 0.045$, 左右两边原胞周期数各取为

100。界面态的相关结果如图 4.14 所示。在图 4.14 (a) 中, 存在两个彩色的曲面连接上下体带, 它们代表着两种类型的界面态。为方面观察, 我们将其再投影至 (φ_1, φ_2) 平面。如果两个外尔点沿着相反的方向旋转, 我们可以定义两个旋转角所满足的关系为 $\varphi_2 = -\varphi_1 + \theta$, 其中 θ 为一个常数, 如图 4.14 (b) 中的黑色虚线所示, 这里已经考虑了周期性条件, 将结果统一到了 $[-\pi, \pi)$ 的区间。回到图 4.13 中表现为左边的外尔点 WP1 沿逆时针方向旋转, 右边的外尔点 WP2 沿顺时针旋转。

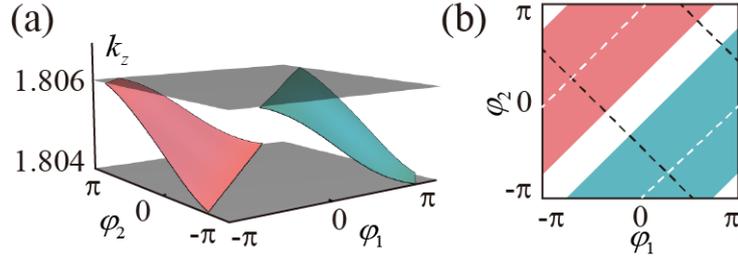


图 4.14 (a) 对图 4.13 中两个外尔点拼接后的新系统进行数值计算, 结果投影到 (φ_1, φ_2) 空间。(b) 将 (a) 图结果投影到 (φ_1, φ_2) 平面。沿黑色虚线遍历会得到非平庸的情况, 而沿白色虚线遍历则会导致平庸的结果。

接下来我们将证明, 如果两个外尔点的旋转角满足 $\varphi_2 = -\varphi_1 + \theta$ 的关系, 那么这两个外尔点携带的“电荷”将会是相反的。首先, 我们之前已经计算过单个外尔点的“电荷”为 $\text{sgn}(-bm\kappa_0) = -1$, 不妨将其赋予给左边的外尔点 WP1, 在 (p_1, q_1) 空间按笛卡尔坐标定义的话, 这个外尔点是沿逆时针方向旋转的。而对与右边的外尔点 WP2, 因为其旋转角 φ_2 与 WP1 的旋转角 φ_1 满足 $\varphi_2 = -\varphi_1 + \theta$ 的关系, 代入 (p_2, q_2) 空间的椭圆回路可得:

$$\begin{cases} \xi_{p_2} = r_1 \cos(-\varphi_1 + \theta) = \xi_{p_1} \cos \theta + \frac{r_1}{r_2} \xi_{q_1} \sin \theta \\ \xi_{q_2} = r_2 \sin(-\varphi_1 + \theta) = \frac{r_2}{r_1} \xi_{p_1} \sin \theta - \xi_{q_1} \cos \theta \end{cases} \quad (7.10)$$

这样, 右边的外尔点 WP2 的哈密顿量映射到 (p_1, q_1) 空间后表示为:

$$H_2 = (\xi_{p1}, \xi_{q1}, \xi_{k1}) \mathbf{v}_2 \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} + \beta_0 \sigma_0, \quad (7.11)$$

其中,

$$\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 2m \frac{r_2}{r_1} \sin \theta & 0 & b \cos \theta \\ -2m \cos \theta & 0 & b \frac{r_1}{r_2} \sin \theta \\ 0 & -\kappa_0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (7.12)$$

于是, 右边外尔点 WP2 的“电荷”为 $\text{sgn}(\det[\mathbf{v}_2]) = \text{sgn}(bm\kappa_0) = 1$, 正好与左边外尔点 WP1 的“电荷”相反。在 (p_2, q_2) 空间, WP2 表现为顺时针方向旋转。根据体边对应关系[22], 这两个外尔点拼接后的系统在界面上必然会支持两个拓扑界面态的存在。

为进一步验证, 我们对拼接后的新系统做了 COMSOL 仿真, 我们选取了图 4.14(b) 中一条具体的路径: $\varphi_2 = -\varphi_1 - 0.1\pi$ 。在仿真中, 为减小计算量和优化网格, 我们选取围绕外尔点的椭圆回路的长轴和短轴为 $r_1 = 0.03$ 和 $r_2 = 0.125$, 同时左右两边波导阵列的原胞周期数都设为 10, 即新系统的仿真模型中总共有 80 根波导。图 4.15 展示了仿真得到的能谱, 横坐标为旋转角 φ_1 , 纵坐标为系统的 k_z 。灰色区域代表体带, 而红点和蓝点则代表两种类型的界面态, 它们都处于带隙中且连接了上下的体带。如图中箭头所指, 我们选取了两个特例作为演示: $\varphi_1 = -0.45\pi$ 和 $\varphi_1 = 0.3\pi$ 。它们对应的界面态的场能量分布如图 4.16 所示。上面板展示了包含 80 根波导的波导阵列的场能量图, 中间黑色的虚线代表界面的位置, 下面板为提取出的归一化的场能量沿 x 方向的分布情况。对于 $\varphi = -0.45\pi$ 这个例子, 界面附近有强烈的场局域, 我们放大了中间的八根波导, 可以发现大部分能量局域在中间的 A_1' 和 A_2' 波导上, 如箭头所标志; 对于 $\varphi = 0.3\pi$ 这个例子, 波导阵列的场能量分布有着明显的从界面向两边 e 指数衰减的局域分布, 能量最大

的位置在中间的 A_2 波导上。从能量分布可看出，这两个例子对应这两种不同类型的拓扑界面态。

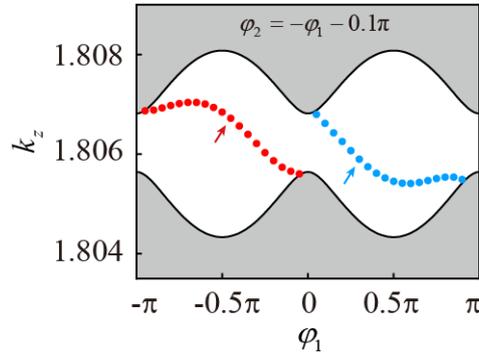


图 4.15 针对路径 $\varphi_2 = -\varphi_1 - 0.1\pi$ 的 COMSOL 仿真能谱。

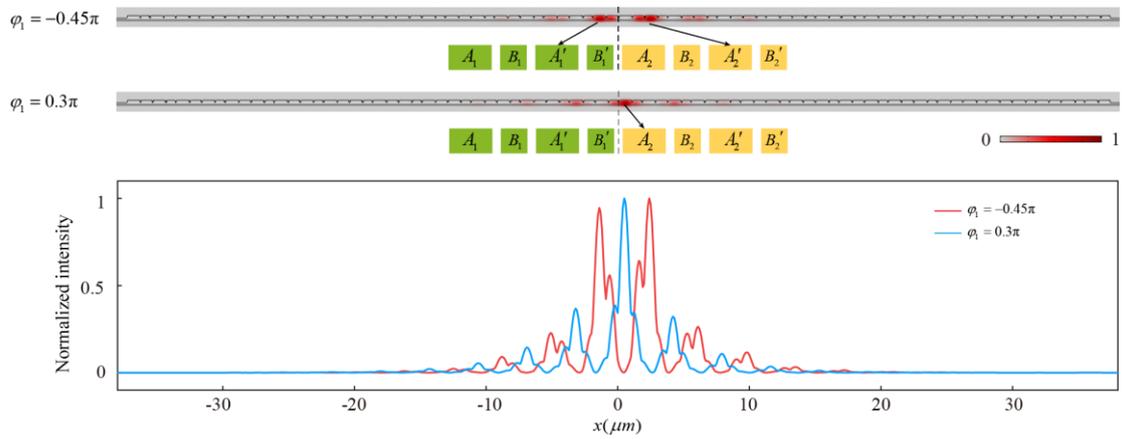


图 4.16 图 4.15 中箭头所指的两个特例对应的界面态的场能量分布。

在我们这个系统中，界面的构造显示出了高度的便利性。在上述的例子中，针对路径 $\varphi_2 = -\varphi_1 + \theta$ ，我们选取 θ 的值为 -0.1π 。而根据理论分析，只要这两个外尔点的旋转角满足 $\varphi_2 = -\varphi_1 + \theta$ ，它们的“电荷”就是相反的，与 θ 的取值无关。于是，我们又分析了 θ 取其他值的情况。对于 $\theta = -0.9\pi, -0.5\pi, -0.1\pi, 0, 0.3\pi, 0.7\pi$ ，COMSOL 仿真的能谱如图 4.15 所示。可见每种情况带隙中都会存在两种类型的拓扑界面态的能带。随着 θ 的增大，拓扑界面态的能带会整体向 φ_1 增大的方向单调移动。这个规律也能从图 4.14 (b) 中看出，当我们从下往上移动黑色虚线即增大 θ 值后，遍历路径与拓扑界面态的交线也会出现相应的单调的移动。

当我们退回到原始的 $(\xi_{p1(2)}, \xi_{q1(2)})$ 空间, 由于 $\xi_{p1(2)}$ 和 $\xi_{q1(2)}$ 是合成的动量, 那么由 $\varphi_2 = -\varphi_1 + \theta$ 构造出的界面就可以看作由两个任意旋转角的外尔系统拼接得到。所以我们提供了一种灵活的方法来拼接两个独立的外尔系统, 规避了动量匹配的严格要求, 这在真实的三维空间是难以实现的。

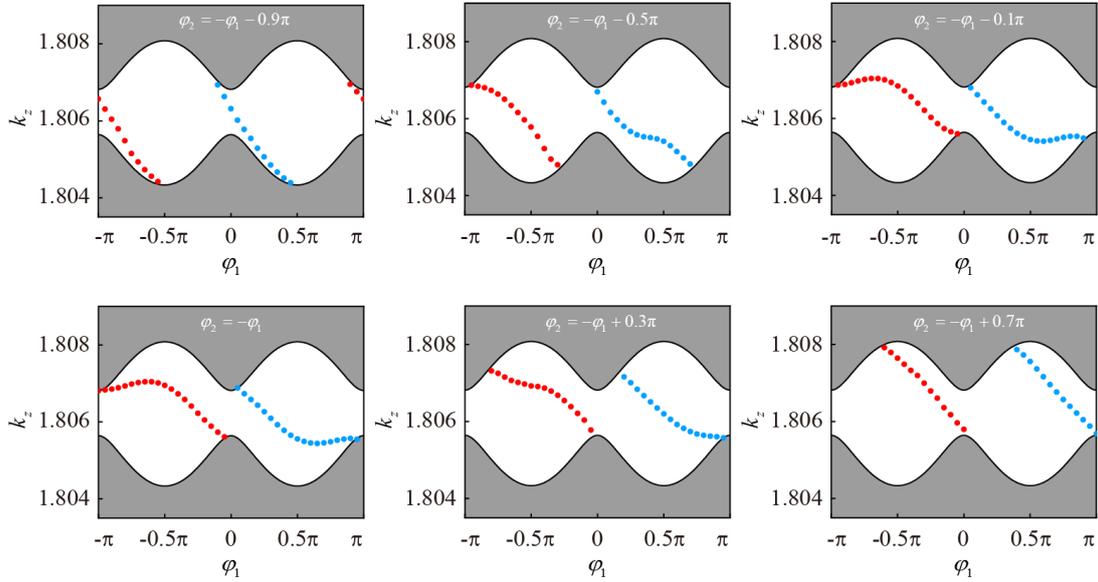


图 4.17 在 $\varphi_2 = -\varphi_1 + \theta$ 的前提下, 不同 θ 取值关于外尔点 WP1 旋转角 φ_1 的本征能谱。

在上述分析过程中, 我们都是新的参数空间 $(\varphi_1, \varphi_2, k_x)$ 中考虑的, 这是一个三维的合成参数空间。而在 COMSOL 仿真计算能谱时, 我们实际上是对这个三维合成空间做了一个二维的切片 (φ_1, k_x) , 这个切片在合成空间里没有经过外尔点, 相当于是一个陈绝缘体。我们可以计算它的陈数会发现, 一旦我们遍历了 $\varphi_2 = -\varphi_1 + \theta$ 的路径, 系统陈数的改变为 2, 所以在图 4.15 中会出现两个无间隙的拓扑界面态。注意到我们选取的只是在 (ξ_{p1}, ξ_{q1}) 空间以及 (ξ_{p2}, ξ_{q2}) 空间围绕各自外尔点的固定的相同大小的回路, 而如果我们从外尔点扫描回路的半径至全空间, 也会得到关于界面态的费米弧。

两个外尔点的相对旋转方向决定了它们之间的拓扑电荷。如果这两个外尔点旋转方向相反, 旋转角满足 $\varphi_2 = -\varphi_1 + \theta$ (图 4.14 (b) 中黑色虚线), 它们的拓扑电荷也是相反的。反之, 如果这两个外尔点的旋转方向相同, 旋转角满足 $\varphi_2 = \varphi_1$

+ θ' (图 4.14 (b) 中白色虚线), 那么它们的拓扑电荷是相同的。证明如下。

还是假设左边的外尔点 WP1 在 (p_1, q_1) 空间沿逆时针方向旋转, 所带“电荷”为 $\text{sgn}(-bm\kappa_0) = -1$ 。而对与右边的外尔点 WP2, 因为其旋转角 φ_2 与 WP1 的旋转角 φ_1 满足 $\varphi_2 = \varphi_1 + \theta'$ 的关系, 代入 (p_2, q_2) 空间的椭圆回路可得:

$$\begin{cases} \xi_{p_2} = r_1 \cos(\varphi_1 + \theta') = \xi_{p_1} \cos \theta' - \frac{r_1}{r_2} \xi_{q_1} \sin \theta' \\ \xi_{q_2} = r_2 \sin(\varphi_1 + \theta') = \frac{r_2}{r_1} \xi_{p_1} \sin \theta' + \xi_{q_1} \cos \theta' \end{cases} \quad (7.13)$$

这样, 右边的外尔点 WP2 的哈密顿量映射到 (p_1, q_1) 空间后表示为:

$$H_2 = (\xi_{p_1}, \xi_{q_1}, \xi_{k_1}) \mathbf{v}_2 \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} + \beta_0 \sigma_0, \quad (7.14)$$

其中,

$$\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 2m \frac{r_2}{r_1} \sin \theta' & 0 & b \cos \theta' \\ 2m \cos \theta' & 0 & -b \frac{r_1}{r_2} \sin \theta' \\ 0 & -\kappa_0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (7.15)$$

于是, 右边外尔点 WP2 的“电荷”为 $\text{sgn}(\det[\mathbf{v}_2]) = \text{sgn}(-bm\kappa_0) = 1$, 与左边外尔点 WP1 的“电荷”相同。在 (p_2, q_2) 空间, WP2 也是表现为逆时针方向旋转。根据体边对应关系[22], 这两个外尔点拼接后的系统在界面上不会支持无带隙的拓扑界面态的存在。这里, 我们也对 $\varphi_2 = \varphi_1 + \theta'$ 的情况做了 COMSOL 仿真。对于 $\theta' = -0.9\pi, -0.4\pi, 0, 0.1\pi, 0.6\pi, 0.9\pi$, 这几条路径的能谱如图 4.18 所示。可见有的例子带隙中有界面态, 有的例子带隙中没有界面态, 但它们都是平庸的结

果，而不是无间隙的拓扑界面态。随着 θ' 的增大，平庸界面态的能带会整体向 φ_1 增大的方向单调移动，到某个 θ' 值后全部湮灭在上体带中，带隙中不存在界面态，进一步增大 θ' ，考虑 $\varphi_{1,2}$ 的周期性条件，平庸的界面态又会从下体带中逐渐出现。这个规律也能从图 4.14 (b) 中看出，当我们从下往上移动白色虚线即增大 θ' 值后，考虑周期性条件后，遍历路径与拓扑界面态的交线也会出现相应的单调的移动。

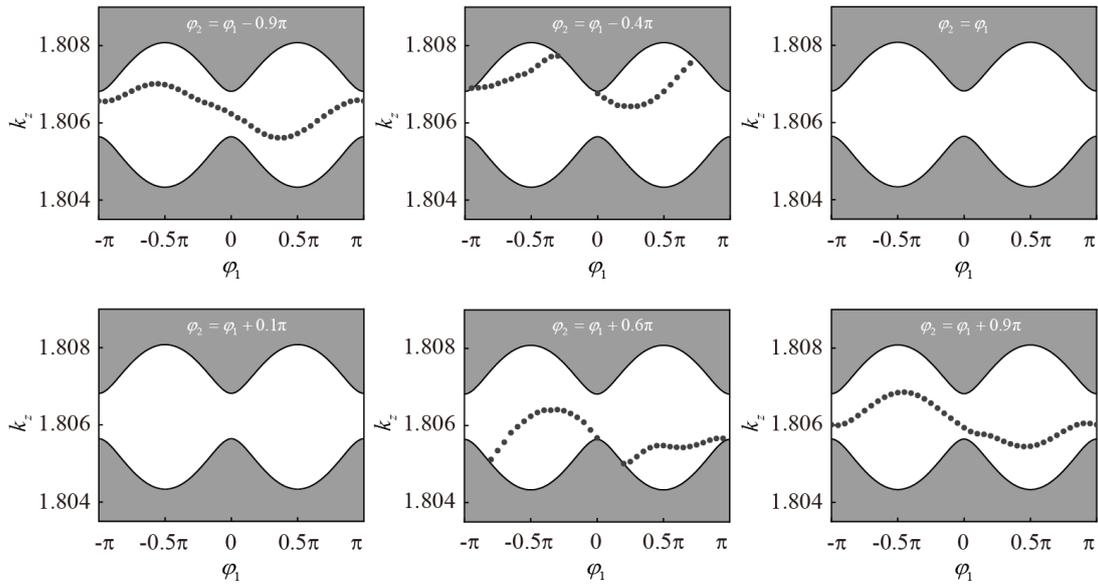


图 4.18 在 $\varphi_2 = \varphi_1 + \theta'$ 的前提下，不同 θ' 取值关于外尔点 WP1 旋转角 φ_1 的本征能谱。

4.5 拓扑界面态的实验观测

根据以上的分析，我们利用 LNOI 波导阵列来探测基于旋转外尔物理的拓扑界面态。我们使用了济南晶正电子科技有限公司的 z 切 LNOI 基片。在加工样品的过程中，我们首先在 LNOI 基片的表面用磁控溅射的方法镀上一层 50nm 厚的银膜，这层银膜是为了接下来在聚焦离子束 (FIB) 刻蚀的过程中起导电的作用。我们用双束扫描电镜 (FEI Dual Beam HELIOS NANOLAB 600i) 的离子束刻蚀出三组波导阵列，使用的电压和电流参数为 30 keV, 80 pA。波导阵列的长度为 80 μm ，各波导宽度由公式(7.1)和(7.9)决定，其中 $r_1 = 0.03$ ， $r_2 = 0.125$ ，两边外尔点

的旋转角关系为 $\varphi_2 = -\varphi_1 - 0.1\pi$ ，与之前 COMSOL 仿真所取的参数一致。三组波导阵列分别对应图 4.15 中 φ_1 取 -0.45π 、 0.3π 和 π 的情况，每种情况界面两侧的原胞周期数均取为 10。图 4.19 (a) 展示了其中一个样品的扫描电子显微镜 (SEM) 俯视图，绿框和黄框区域分别是左边的外尔点 WP1 和右边的外尔点 WP2 代表的四元波导阵列，下面是锥形耦合区域和耦入光栅，最上面是耦出光栅，蓝色小框的区域在图 4.19 (b) 中被放大显示，中间标记了一些波导，下标为 1 的来自 WP1 的波导阵列，下标为 2 的来自 WP2 的波导阵列，入射波导由一根单根波导引入，位置可选。FIB 刻蚀之后，我们将样品浸入稀硝酸溶液中将表面的银膜去除。

在实验测量中，我们将一束 1040nm 的激光通过透镜聚焦到样品的耦入光栅上，再经过锥形耦入区域把光耦入至特定的单根入射波导，从而在波导阵列里开始演化，最后传输的光信号通过耦出光栅散射而出，由透镜 (Zeiss Epiplan 100x/0.75 HD microscope objective) 收集后被 CCD 相机捕获。

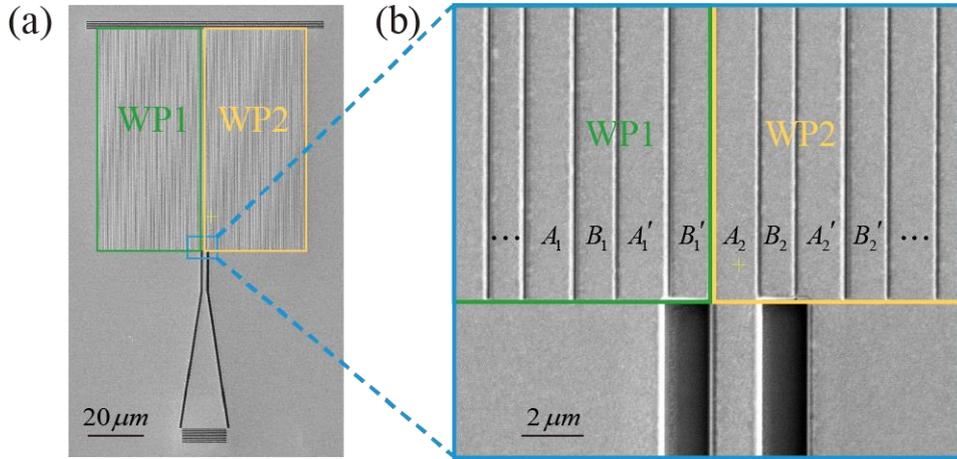


图 4.19 (a) 一个样品的 SEM 俯视图。(b) (a)中部分区域的放大显示。

对于 $\varphi_1 = -0.45\pi$ 这个样品，由之前的本征分析已得，波导阵列的拓扑界面态最大的光能量落在中间的 A_2' 波导上（见图 4.16）。为了有效地激发出这个界面态，我们选择中间的 A_2' 波导作为入射波导。图 4.20 (a) 展示了波导阵列从中间的 A_2' 波导入射后的数值传播模拟图，横坐标为波导序号（这里只标记了 $A(A')$ 序号），纵坐标为沿 z 方向的传播距离。可以看到场强在中间的 A_1' 和 A_2' 波导之

间交替地呈之字形地转化，这是合理的，因为 $\varphi_1 = -0.45\pi$ 所对应的拓扑界面态的本征模式的大部分能量不仅落在我们选取的入射波导 A_2' 上，还落在中间的 A_1' 波导上，而这里我们只选了 A_2' 这一根波导入射，所以会出现光场在 A_1' 和 A_2' 波导之间的来回振荡现象。注意到传播过程中部分场强也在向两边扩散，这是因为入射的模式不是一个纯的拓扑界面态的本征模式，而是拓扑界面态和其他体态的叠加。图 4.20 (b) 上面板为实验捕获的波导阵列（长 $80\ \mu\text{m}$ ）末端的光场照片，我们提取了其场强，如下面板中黑色曲线所示。作为对比，我们也提取了左图数值模拟波导阵列 $80\ \mu\text{m}$ 处的场强，以红色柱状图绘出。可以发现，实验和模拟符合得很好，最大的能量落在界面（黑色虚线的位置）附近的 A_1' 波导上，两侧呈现出 e 指数衰减的趋势。

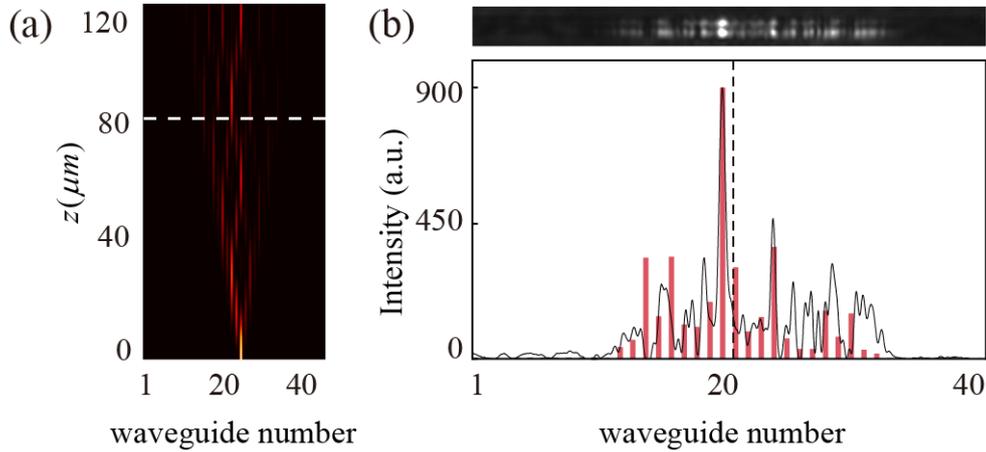


图 4.20 $\varphi_1 = -0.45\pi$ 的样品的 (a) 数值传播模拟图。(b) 上面板：实验探测出的耦出光能量照片；下面板：提取出的数值模拟（红色柱状图）和实验探测（黑色曲线）的能量分布。

对于 $\varphi_1 = 0.3\pi$ 这个样品，由之前的本征分析已得，波导阵列的拓扑界面态最大的光能量落在中间的 A_2 波导上（见图 4.16）。为了有效地激发出这个界面态，我们选择中间的 A_2 波导作为入射波导。图 4.21(a) 展示了波导阵列从中间的 A_2 波导入射后的数值传播模拟图。可以看到场强在中间的 A_2 波导形成了一个拓扑缺陷，同时伴随着一些扩散的体态模式。图 4.21 (b) 上面板为实验捕获的波导阵列（长 $80\ \mu\text{m}$ ）末端的光场照片，我们提取了其场强，如下面板中黑色曲线所示。作为对比，我们也提取了左图数值模拟波导阵列 $80\ \mu\text{m}$ 处的场强，以红色

柱状图绘出。可以发现，实验和模拟中，最大的能量也是落在界面（黑色虚线的位置）附近的 A_2 波导上，两侧呈现出 e 指数衰减的趋势，是一个合理的匹配。

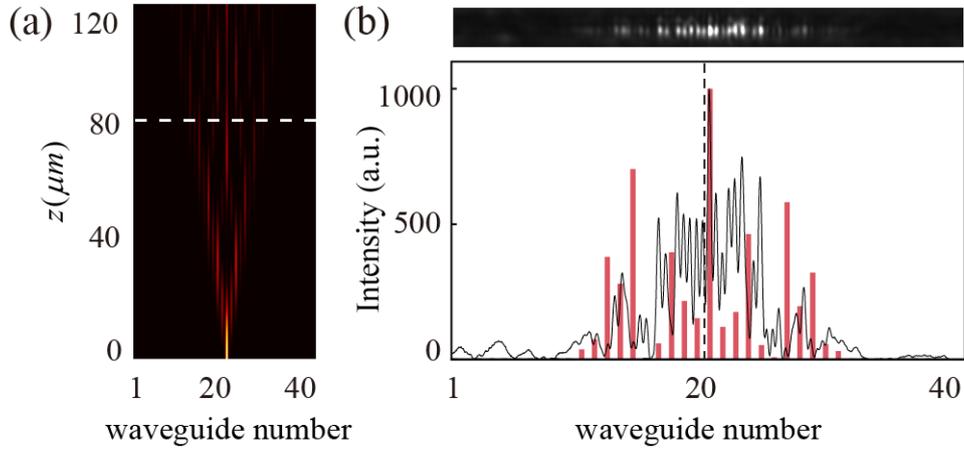


图 4.21 $\varphi_1 = 0.3\pi$ 的样品的 (a) 数值传播模拟图。(b) 上面板：实验探测出的耦出光能量照片；下面板：提取出的数值模拟（红色柱状图）和实验探测（黑色曲线）的能量分布。

对于 $\varphi_1 = \pi$ 这个样品，它不支持拓扑界面态的存在。我们还是由中间的 A_2' 波导入射，观察它的演化。图 4.22 (a) 的数值传播模拟图显示出著名的离散衍射 [45] 的现象。此样品的数值模拟和实验测量结果均显示出扩散的趋势，场强最大的位置既不落在中间的 A_1' 波导，也不落在 A_2' 波导上，如图 4.22 (b) 所示。与同样从 A_2' 波导入射的 $\varphi_1 = -0.45\pi$ 的样品的拓扑界面态相比，显示出明显的区别。虽然定量的强度符合没有上面两个拓扑界面态的例子好，这是由于样品加工过程中带来的缺陷会对体态的传播造成更大的影响，而对拓扑界面态来说，它们的传播具有鲁棒性，不受缺陷影响。

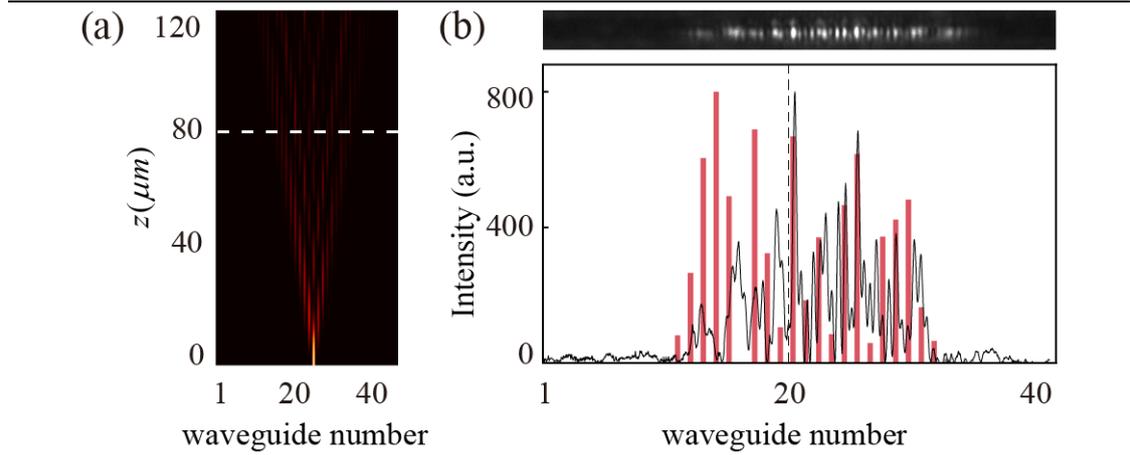


图 4.22 $\varphi_1 = \pi$ 的样品的 (a) 数值传播模拟图。(b) 上面板：实验探测出的耦出光能量照片；下面板：提取出的数值模拟（红色柱状图）和实验探测（黑色曲线）的能量分布。

除了上述给出的线性光学的实验方法，我们也能用非线性光学的手段探测拓扑界面态。铌酸锂相较于硅有着非常大的二阶非线性光学系数，因此在我们的系统中可以利用二次谐波产生 (SHG) 来探测拓扑界面态。实验中，我们在用 CCD 相机收集耦出的光信号之前再加一个 $520 \pm 10 \text{ nm}$ 的滤波片，滤掉基频的 1040 nm 的光，得到 SHG 的光信号，其他实验条件不变。图 4.23 中对比了上述 3 个样品的 SHG 结果。可以发现对于两个界面态的情况 ($\varphi_1 = -0.45\pi, 0.3\pi$)，它们的 SHG 信号远远强于平庸情况的 SHG 信号。可见拓扑界面态由于其强烈的场局域性质以及对加工缺陷的免疫性质，从而有着非线性增强的效果。注意到 SHG 的光场相较于基频光场在界面附近更加局域，这是合理的，因为 SHG 的光波长短，波导阵列中波导之间的耦合系数比基频光弱，所以会表现出更强的局域性。这里，我们用 SHG 提供了另一种探测拓扑界面态的有效方法。图 4.4

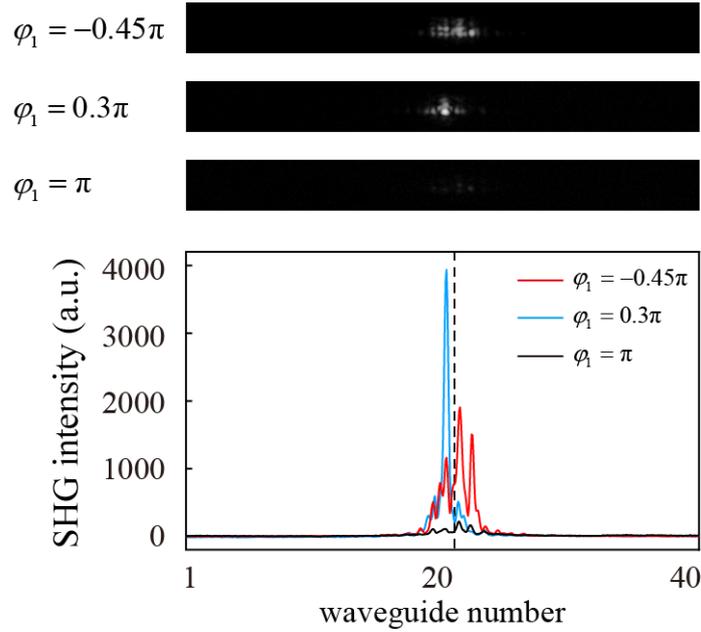


图 4.23 对 $\varphi_1 = -0.45\pi, 0.3\pi, \pi$ 3 个样品的 SHG 实验结果。上面板：实验探测到的 SHG 照片。下面板：从照片上提取出的 3 个样品的 SHG 强度对比。

4.6 本章小结

在本章中，我们将拓扑光子学与 LNOI 平台结合，成功实现了 LNOI 芯片上的旋转外尔物理演示。我们在一维四组元的 LNOI 波导阵列中，利用引入的两个结构参数，结合布洛赫波矢建立了三维的合成参数空间。基于参数空间的便捷性，我们不仅实现了外尔点的构造，而且能够灵活地将两个外尔系统拼接形成界面，这两个外尔系统的拓扑关系也能方便地调节。我们在实验上证实了，如果两个外尔晶格沿着相反的方向旋转，它们构成的界面能够支持无间隙的拓扑界面态。这些拓扑界面态的局域特性也通过非线性的 SHG 方法被观测到，相应地也能被用来增强 SHG 的非线性增强。

在这个工作中，我们研究的是合成参数空间里两个旋转外尔系统的界面态，这个结果也有望拓展至真实的三维外尔系统。然而，当拼接两个三维的外尔结构时，还是需要解决晶格匹配的问题。可以预测两个真实的旋转外尔晶格只能在某

些特殊的旋转角才能够匹配上, 对于一个任意的旋转角所带来的失配会不可避免地引入极大的缺陷。这方面的问题在未来的研究中进一步探索。此外, 如果在此系统中进一步引入增益和损耗这些参数[46], 将有可能探索两个非厄密的外尔环 (Weyl ring) 之间的界面态的新物理。

本工作介绍了在 LNOI 这个平台上研究线性和非线性拓扑光子学的新方法, 有望在集成非线性和量子光学得到应用。

参考文献

- [1] Klitzing K v, Dorda G, Pepper M. New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance[J]. *Physical Review Letters*, 1980, 45(6): 494-497.
- [2] von Klitzing K. The quantized Hall effect[J]. *Reviews of Modern Physics*, 1986, 58(3): 519-531.
- [3] Hasan M Z, Kane C L. Colloquium: Topological insulators[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2010, 82(4): 3045-3067.
- [4] Qi X-L, Zhang S-C. Topological insulators and superconductors[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2011, 83(4): 1057-1110.
- [5] Armitage N P, Mele E J, Vishwanath A. Weyl and Dirac semimetals in three-dimensional solids[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2018, 90(1).
- [6] Castro Neto A H, Guinea F, Peres N M R , et al. The electronic properties of graphene[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2009, 81(1): 109-162.
- [7] Wan X G, Turner A M, Vishwanath A , et al. Topological semimetal and Fermi-arc surface states in the electronic structure of pyrochlore iridates[J]. *Physical Review B*, 2011, 83(20): 205101.
- [8] Xu S Y, Belopolski I, Alidoust N , et al. Discovery of a Weyl fermion semimetal and topological Fermi arcs[J]. *Science*, 2015, 349(6248): 613-617.
- [9] Lu L, Wang Z, Ye D , et al. Experimental observation of Weyl points[J]. *Science*, 2015, 349(6248): 622-624.
- [10] Chen W J, Xiao M, Chan C T. Photonic crystals possessing multiple Weyl points and the experimental observation of robust surface states[J]. *Nature Communications*, 2016, 7: 13038.
- [11] Noh J, Huang S, Leykam D , et al. Experimental observation of optical Weyl points and Fermi arc-like surface states[J]. *Nature Physics*, 2017, 13(6): 611-617.
- [12] Xiao M, Lin Q, Fan S. Hyperbolic Weyl Point in Reciprocal Chiral Metamaterials[J]. *Phys Rev Lett*, 2016, 117(5): 057401.
- [13] Yang B, Guo Q, Tremain B , et al. Ideal Weyl points and helicoid surface states in artificial photonic crystal structures[J]. *Science*, 2018, 359(6379): 1013-1016.
- [14] Lu L, Fu L, Joannopoulos J D , et al. Weyl points and line nodes in gyroid photonic crystals[J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(4): 294-299.
- [15] Lin Q, Xiao M, Yuan L , et al. Photonic Weyl point in a two-dimensional resonator lattice with a synthetic frequency dimension[J]. *Nature Communications*, 2016, 7.
- [16] Wang Q, Xiao M, Liu H , et al. Optical interface states protected by synthetic weyl points[J]. *Physical Review X*, 2017, 7(3): 031032.
- [17] Cao Y, Fatemi V, Fang S , et al. Unconventional superconductivity in magic-angle graphene superlattices[J]. *Nature*, 2018, 556(7699): 43-50.

- [18] Haldane F D, Raghu S. Possible realization of directional optical waveguides in photonic crystals with broken time-reversal symmetry[J]. *Phys Rev Lett*, 2008, 100(1): 013904.
- [19] Raghu S, Haldane F D M. Analogs of quantum-Hall-effect edge states in photonic crystals[J]. *Physical Review A*, 2008, 78(3).
- [20] Lu L, Joannopoulos J D, Soljačić M. Topological photonics[J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(11): 821-829.
- [21] Khanikaev A B, Shvets G. Two-dimensional topological photonics[J]. *Nature Photonics*, 2017, 11(12): 763-773.
- [22] Ozawa T, Price H M, Amo A, et al. Topological photonics[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2019, 91(1): 015006.
- [23] Wang Z, Chong Y, Joannopoulos J D, et al. Observation of unidirectional backscattering-immune topological electromagnetic states[J]. *Nature*, 2009, 461(7265): 772-775.
- [24] Hafezi M, Demler E A, Lukin M D, et al. Robust optical delay lines with topological protection[J]. *Nature Physics*, 2011, 7(11): 907-912.
- [25] Khanikaev A B, Mousavi S H, Tse W K, et al. Photonic topological insulators[J]. *Nature Materials*, 2013, 12(3): 233-239.
- [26] Rechtsman M C, Zeuner J M, Plotnik Y, et al. Photonic Floquet topological insulators[J]. *Nature*, 2013, 496(7444): 196-200.
- [27] Ma T, Shvets G. All-Si valley-Hall photonic topological insulator[J]. *New Journal of Physics*, 2016, 18(2): 025012.
- [28] Dong J W, Chen X D, Zhu H, et al. Valley photonic crystals for control of spin and topology[J]. *Nature Materials*, 2017, 16(3): 298-302.
- [29] Xia S, Ramachandran A, Xia S, et al. Unconventional Flatband Line States in Photonic Lieb Lattices[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(26): 263902.
- [30] Hafezi M, Mittal S, Fan J, et al. Imaging topological edge states in silicon photonics[J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(12): 1001-1005.
- [31] Blanco-Redondo A, Andonegui I, Collins M J, et al. Topological Optical Waveguiding in Silicon and the Transition between Topological and Trivial Defect States[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(16): 163901.
- [32] Shalaev M I, Walasik W, Tsukernik A, et al. Robust topologically protected transport in photonic crystals at telecommunication wavelengths[J]. *Nature Nanotechnology*, 2019, 14(1): 31-34.
- [33] He X T, Liang E T, Yuan J J, et al. A silicon-on-insulator slab for topological valley transport[J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1): 872.
- [34] Poberaj G, Hu H, Sohler W, et al. Lithium niobate on insulator (LNOI) for micro-photonics devices[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2012, 6(4): 488-503.
- [35] Boes A, Corcoran B, Chang L, et al. Status and Potential of Lithium Niobate on Insulator (LNOI) for Photonic Integrated Circuits[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2018, 12(4): 1700256.

-
- [36] Zhang M, Wang C, Cheng R , et al. Monolithic ultra-high-Q lithium niobate microring resonator[J]. *Optica*, 2017, 4(12).
- [37] Wang C, Zhang M, Chen X , et al. Integrated lithium niobate electro-optic modulators operating at CMOS-compatible voltages[J]. *Nature*, 2018, 562(7725): 101-104.
- [38] Wang C, Langrock C, Marandi A , et al. Ultrahigh-efficiency wavelength conversion in nanophotonic periodically poled lithium niobate waveguides[J]. *Optica*, 2018, 5(11).
- [39] Zhang M, Buscaino B, Wang C , et al. Broadband electro-optic frequency comb generation in a lithium niobate microring resonator[J]. *Nature*, 2019, 568(7752): 373-377.
- [40] Lin J, Yao N, Hao Z , et al. Broadband Quasi-Phase-Matched Harmonic Generation in an On-Chip Monocrystalline Lithium Niobate Microdisk Resonator[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(17): 173903.
- [41] He M, Xu M, Ren Y , et al. High-performance hybrid silicon and lithium niobate Mach-Zehnder modulators for 100 Gbit s⁻¹ and beyond[J]. *Nature Photonics*, 2019, 13(5): 359-364.
- [42] Mrejen M, Suchowski H, Hatakeyama T , et al. Adiabatic elimination-based coupling control in densely packed subwavelength waveguides[J]. *Nature Communications*, 2015, 6: 7565.
- [43] Zeuner J M, Rechtsman M C, Keil R , et al. Negative coupling between defects in waveguide arrays[J]. *Opt Lett*, 2012, 37(4): 533-535.
- [44] Fang Z, Nagaosa N, Takahashi K S , et al. The anomalous Hall effect and magnetic monopoles in momentum space[J]. *Science*, 2003, 302(5642): 92-95.
- [45] Christodoulides D N, Lederer F, Silberberg Y. Discretizing light behaviour in linear and nonlinear waveguide lattices[J]. *Nature*, 2003, 424(6950): 817-823.
- [46] Wang Q, Ding K, Liu H , et al. Exceptional cones in 4D parameter space[J]. *Optics Express*, 2020, 28(2): 1758-1770.

第5章 总结与展望

变换光学和拓扑光子学作为光学领域的两大热门领域，近些年来发展迅速，取得了一系列优秀的成果。他们为片上的光学集成提供了新的设计方法，在原理和实验上都取得了巨大的突破。一方面，变换光学基于空间坐标变换，通过映射电磁参数的分布，为控制光的传播提供了强有力的方法。基于变换光学，人们实现了无数新奇的光学器件，比如隐身衣、黑洞吸收器、波导透镜等等。另一方面，拓扑光子学借助几何和拓扑的概念来设计和控制光的行为，促成了很多非凡的对散射损耗以及无序免疫的光学器件的诞生。

本论文的研究工作基于变换光学和拓扑光子学，紧扣维度、渐变，在光学芯片上设计了一些有用的器件，同时探索了它们带来的有趣的物理效应，包括纳米聚焦、宽带波长转换、旋转外尔物理等。主要研究成果如下：

1、我们利用变换光学实现了一维的表面等离激元 (SPPs) 的黑洞，并且在实验上实现了 SPPs 的纳米聚焦。通过将金属银微米线固定在银膜上面，我们巧妙地实现了渐变的金属/介质/金属的等离激元波导，通过计算发现，等离激元的等效折射率随着中间介质层厚度的减小而增大。借助于变换光学，我们发现这种渐变波导的等效折射率分布对应于一个一维黑洞的引力度规。通过解析计算和仿真，我们发现此渐变波导能够实现等离激元的纳米聚焦，在实验上也观测到了明显的纳米聚焦效果。同时，我们也在仿真中发现，如果将中间的介质层换成非线性材料，此器件能够增强非线性效应。

2、我们研究了一种拓宽四波混频带宽的新方法。通过对数的共形变换，巧妙地将物理空间中弯曲的绝缘体上硅 (SOI) 波导变换到了虚拟空间中的直波导，从而能更便捷地分析弯曲波导的性质。通过仿真发现，不同弯曲半径下的 SOI 波导支持不同的传播常数。我们发现弯曲能改变波导的群速度色散，并将其应用到四波混频带宽的调控上。我们设计了弯曲半径渐变的 SOI 波导，我们定义了渐变

的加速度，发现加速度越大，四波混频的带宽也越宽。所以我们可以通过改变弯曲波导渐变的加速度任意调控四波混频的带宽大小，有望将此应用到超连续谱的产生以及量子信息处理上。

3、我们基于铌酸锂薄膜芯片上的一维四组元波导阵列研究了合成的旋转外尔物理。通过引入两个波导阵列的几何结构参数，结合其布洛赫动量维度，我们构造出了三维的合成空间，成功地在简单的一维结构中研究了旋转外尔物理。与传统凝聚态电子材料、光子晶体、超材料中实现的外尔点不同，我们这个体系可以存在单个的 Weyl 点，更进一步地，我们首次构造出了由两个独立的外尔系统拼在一起的界面。这个界面能否支持无间隙的拓扑界面态，取决于这两个外尔系统相对的旋转方向。如果它们沿着相反的方向旋转，那么能够产生两种类型的拓扑界面态；反之，如果它们的旋转方向相同，则只会出现平庸的界面态。在实验中，我们通过线性和非线性光学的方法观测到了拓扑界面态。

对于我的第一个工作，虽然已经依靠渐变的等离激元波导实现了纳米聚焦，但是增强效果不够强，接下来可以在样品的加工精度上加以改善。另外，这里只用到了空间一个维度的渐变，如果我们把一维的金属微米线换成金属小球，那么 SPPs 可以在两个维度上进行绝热地压缩，应该能达到更好的聚焦效果。最近薄膜转移技术的发展也使得能在金属之间嵌入铌酸锂薄膜成为可能，未来可以在实验上探索此结构的非线性增强效果。

对于我的第二个工作，我们利用仿真和数值计算证明了渐变弯曲波导增大四波混频带宽的可行性。未来亟需加工出真正的 SOI 波导在实验上加以验证我们的想法，希望能够有好的效果。我们提出的方法具有普遍性，可以应用到其他材料的波导中去。此外，用弯曲这个属性调控等效折射率也能借助于变化光学应用到引力效应的模拟上，例如安鲁效应等。

对于我的第三个工作，我们在最近热门的 LNOI 芯片上首次提出了拓扑结构的设计，借助于合成维度研究了其他周期系统中难以实现的两个独立外尔结构拼

接而成的界面上的旋转外尔物理。如何将此结果拓展至真实的三维外尔系统需要探索。此外，如果在此系统中进一步引入增益和损耗这些参数，将有可能探索更高维度的两个非厄密的外尔环之间的界面态的新物理。

攻读博士期间发表论文

1. **Zhiwei Yan**, Chong Sheng, Shining Zhu and Hui Liu, “Experimental nanofocusing of surface plasmon polaritons using a gravitational field,” *Nanophotonics* 9, 3279-3285 (2020).

2. **Zhiwei Yan**, Qiang Wang, Meng Xiao, YuLe, Zhao,¹ Shining Zhu, and Hui Liu, “Probing rotated Weyl physics on nonlinear lithium niobate-on-insulator chips,” submitted.

3. Hui Liu, **Zhiwei Yan**, Meng Xiao, Shining Zhu. Recent Progress in Synthetic Dimension in Topological Photonics[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(1): 0123002(in chinese)

(刘辉, **严志伟**, 肖孟, 祝世宁. 拓扑光学体系中合成维度方法的进展[J]. *光学学报*, 2021, 41(1): 0123002)

致谢

时间飞逝，光阴荏苒，六年的研究生生活即将结束。自从 2015 年进入课题组工作以来，从忐忑惶恐到驾轻就熟，我收获了丰硕的知识、拓展了广阔的视野，能力和信心得到了长足的锻炼和提升。回望来时的路，我心怀感恩，非常感激这些年一路上给予我帮助和关心的老师、同学、亲人以及朋友们。

首先我要特别感谢祝世宁院士。祝老师为我们提供了国际一流的科研平台让我们有足够的支撑去完成最前沿的科研工作。祝老师严谨求实的科研态度、温文尔雅的育人态度以及幽默睿智的生活态度，让我深深感受到大师的风范。祝老师每次组会上与大家交流，让我深刻领会到了如何做科研、如何做好科研、以及如何做顶天立地的科研，耳濡目染之下让我在科研的道路上受益匪浅。

其次我要特别感谢我的导师刘辉教授。刘老师认真负责，在学习和生活上都给了我很大的帮助。刘老师热爱科研，学识渊博仍不断学习，视野开阔。刘老师专注深入的思考态度是我永远的榜样。在这六年的时光里，刘老师用他深厚的理论功底、无拘无束的学术思维以及严谨细致的实验要求教会我如何做科研，如何做好科研。从最基础的阅读文献开始，到怎样做实验，怎样做报告，怎样写论文，我所有的科研成果都离不开刘老师的指导。每次讨论中，刘老师敏锐的科研直觉、对创新不断的探索总能让我收获颇丰。刘老师还教授了我分析和解决问题的方法，锻炼了我独立解决问题的能力，这将使我终身受用。感谢刘老师的培养，在此论文完成之际，向刘老师致以衷心的感谢和崇高的敬意。感谢李绍春教授对我学业和生活上的帮助。

我要特别感谢盛冲师兄。自进组以来，盛冲师兄以其严谨求实的科研作风、乐观开朗的生活态度不断感染着我。盛冲师兄在变换光学的理论学习和研究上给予了我莫大的帮助，指导我发表了第一篇学术论文。现如今盛冲师兄已成为副教授，在此由衷地祝贺他。我也要特别感谢王强师兄，王强师兄以其扎实深厚的理论功底，在拓扑光子学合成维度的研究上给予了我很大的帮助，我们共同解决了

很多难题。感谢武汉大学的肖孟老师对我的指导。感谢南阳理工大学的罗宇老师对我的帮助。

接下来我要感谢本实验室的吕鹏老师、徐平老师、李涛老师、胡小鹏老师、王前进老师、王漱明老师、谢臻达老师、龚彦晓老师、吕新杰老师、赵刚老师，在科研上与生活上给予我的关心帮助。感谢李旭老师、丁小妹老师、杨文琳老师对我的帮助。感谢超构材料课题组的张霞老师，以及各位师兄弟和师妹们，他们是盛冲、王强、王向阳、仲帆、梁国华、张振国、张昊、胡梦莹、乔通、黄春雨、冯晨、何润秋、张也、陈景明、刘志楠、赵玉乐等。感谢 DSL 其他小组的李世凤、程庆庆、柏艳飞、孙昌伟、田晓慧、倪睿、刘奕辰、陈绩、徐贝贝、李涵梦、贾鲲鹏、钮云飞、叶志霖、宋万鸽、陈晨、赵陈晨、方彬、王志章等。与你们在一起度过的这段充实而美好的时光将是我终身的财富。

最后我要感谢我的家人，感谢他们无私的关爱。正因为有家人作为坚实的后盾才能够让我毫不畏惧、直面挑战、勇往直前，感谢你们在我最迷茫、最困难时候给予我的安慰和鼓励，让我度过难关，继续前行。

最后，再次衷心感谢以上提及和因疏忽未提及的所有关心和帮助我的人们，祝福你们健康快乐、幸福美满！

谨以此文纪念我即将结束的硕博时光。

严志伟

二零二一年三月